

(9) الاحتمالات والإحصاء

التجربة العشوائية والاحتمال

• التجربة العشوائية : إجراء نعرف مسبقاً جميع نواتجه الممكنة ، فمثلاً : عند إلقاء قطعة نقود معدنية ، فإننا نعرف أن النتائج الممكنة هي : شعار أو كتابة .

• فضاء العينة لتجربة عشوائية : مجموعة جميع النواتج الممكنة ، فمثلاً : إذا قمنا بإلقاء مكعب مرقم ، فإن فضاء العينة يساوي

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

• لإيجاد عدد نواتج تجربة متعددة المراحل
نضرب عدد نواتج جميع مراحلها "مبدأ العد الأساسي"

مثال : كم عدد نواتج تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية مرتين ؟

الحل :

$$\text{عدد نواتج الثانية} \times \text{عدد نواتج الأولى} = \text{عدد النواتج}$$

$$= 2 \times 2 = 4$$

• الحادثة : مجموعة جزئية من التجربة العشوائية
○ احتمالها

$$P(\text{حادثة}) = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

• لأي حادثة عشوائية X : $0 \leq P(X) \leq 1$

مثال : ألقى مكعب مرقم من 1 إلى 6 "مكعب نرد" مرة واحدة ، ما احتمال ظهور عدد فردي ؟

الحل :

$$\text{فضاء العينة} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$P(\text{ظهور عدد فردي}) = \frac{\text{عدد الأعداد الفردية}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$$

$$= \frac{3}{6}$$

$$= \frac{1}{2}$$

في زيارة لمعرض سيارات وجدنا التالي :

①	أنواع السيارات	3	الألوان	4	الفئات	2
---	----------------	---	---------	---	--------	---

ما عدد الخيارات الممكنة لشراء سيارة واحدة من هذا المعرض ؟

A	7	B	9
C	12	D	24

② أراد أب السفر مع أحد أبنائه الستة ، وكانت المدن المقترحة (مكة - المينة - حائل) ، كم عدد النواتج الممكنة لاختياره ؟

A	6	B	9
C	10	D	18

③ شخص لديه 3 جيوب في قميصه ، ويملك 4 قطع معدنية مختلفة ، بكم طريقة يمكن أن يضع القطع المعدنية في جيوبه ؟

A	4	B	9
C	12	D	81

④ عدد عناصر فضاء العينة في تجربة إلقاء قطعة نقد ومكعب مرقم معا

A	2	B	4
C	6	D	12

⑤ ما عدد عناصر فضاء العينة لتجربة سحب بطاقتين "على التوالي" مع الإحلال من مجموعة بطاقات مرقمة من 1 إلى 8 ؟

A	36	B	45
C	64	D	80

⑥ صندوق يحوي 3 كرات بيضاء ، و 5 سوداء ، 7 حمراء ، فإذا سُحبت كرة واحدة عشوائياً ، فما احتمال أن تكون بيضاء ؟ عمّا بأنها ليست حمراء ؟

A	$\frac{3}{15}$	B	$\frac{3}{8}$
C	$\frac{3}{7}$	D	1

يحتوي رف مكتبة على كتب في مجالات مختلفة كما في الجدول التالي :

المجال	دين	تاريخ	علوم	رياضيات
العدد	5	3	3	4

⑦ إذا اختير كتاب عشوائياً ، فما احتمال أن يكون كتاب رياضيات ؟ علماً بأنه ليس كتاب تاريخ

A	$\frac{4}{5}$	B	$\frac{3}{4}$
C	$\frac{1}{3}$	D	$\frac{3}{15}$

Ⓐ إذا كان $n! = 120$ فإن $(n - 1)!$ يساوي ...

25	B	24	A
60	D	50	C

Ⓐ إذا كان ${}_8P_3 = x({}_7P_2)$ فما قيمة x ؟

7	B	8	A
5	D	6	C

⓫ إذا كان ${}_nP_2 = 56$ فإن قيمة n^2 تساوي ...

16	B	8	A
64	D	49	C

⓫ كم عدد الصور التي يمكن التقاطها لـ 4 أشخاص من بين 6 أشخاص ؟

6	B	4	A
360	D	24	C

⓫ إذا اشترى صالح حقيبة بها قفل رقمي يفتح باستعمال 3 أرقام من 0 إلى 9 ، غبكم طريقة يمكنه اختيار أرقام القفل بحيث يستعمل الرقم مرة واحدة فقط ؟

504	B	448	A
720	D	648	C

⓫ إذا تم اختيار تبديل عشوائي للأحرف "أ ، م ، ل ، م ، أ ، د" ، فما احتمال أن تكون كلمة "دمام" ؟

$\frac{1}{720}$	B	$\frac{1}{180}$	A
$\frac{2}{3}$	D	$\frac{1}{3}$	C

⓫ ستة أصدقاء يجلسون حول طاولة ، بكم طريقة يمكنهم الجلوس ؟

6	B	4	A
120	D	24	C

⓫ محل يملك 5 أنواع من أحمر الشفاهة ، بكم طريقة يمكن ترتيبها بشكل دائري ؟

24	B	5	A
120	D	25	C

⓫ فريق مكون من خمسة لاعبين ، بكم طريقة يمكنهم الجلوس حول طاولة دائرية بشرط أن يكون الكابتن بجانب النافذه ؟

24	B	5	A
450	D	120	C

- مضروب العدد n : هو ضرب العدد n في جميع الأعداد التي قبله وصولاً إلى 1 ، ويرمز له بالرمز $n!$
 $n! = n \times (n - 1) \times \dots \times 2 \times 1$
 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
- قانون التبديل : يستعمل لإيجاد عدد نواتج حادثة عددها r عنصر من عناصر عددها n عندما يكون الترتيب مهما

$${}_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$
عدد العناصر ، عدد مرات التكرار
- طريقة لحساب التبديل ذهنيًا : نحسب ${}_5P_3$ كالتالي :
نضرب 3 أعداد صحيحة متتالية مرتبة تنازليًا بداية من 5 .
 ${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 20 \times 3 = 60$

التبديل مع التكرار والتبديل الدائرية

- التبديل مع التكرار لعناصر عددها n يتكرر منها عنصر r_1 من المرات ، وآخر r_2 من المرات

$$\text{عدد التبديل مع التكرار} = \frac{n!}{r_1! \cdot r_2! \cdot \dots \cdot r_k!}$$
- التبديل الدائرية : إذا رتبنا عناصر عددها n على دائرة فإن الترتيب له حالتان
بنقطة مرجعية ثابتة بدون نقطة مرجعية ثابتة

بنقطة مرجعية ثابتة	بدون نقطة مرجعية ثابتة
بالدائرة علامة مميزة "كنافذة بجوار أحد المقاعد" تحدد بداية ترتيب المقاعد حولها عدد تبديلها $n!$	الدائرة بدون علامة مميزة تحدد بداية الترتيب ، فلا يعد تحرك العناصر حول الدائرة بنفس ترتيبها تبديلاً جديداً عدد تبديلها $(n - 1)!$

مثال : خمسة أشخاص يجلسون حول طاولة دائرية ، بكم طريقة يمكن التبديل بينهم ؟

12 Ⓐ	24 Ⓑ
36 Ⓒ	48 Ⓓ

الحل : التبديل دائري بدون نقطة مرجع ثابتة ...
 $(5 - 1)! = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

التوافيق

- قانون التوافيق : يستعمل لإيجاد عدد نواتج حادثة عددها r عنصر من عناصر عددها n عندما يكون الترتيب غير مهم

$${}_nC_r = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

عدد العناصر ، عدد مرات التكرار

- طريقة لحساب التوافيق ذهنيا : نُوجد ${}_7C_3$ كالآتي :
في البسط نضرب 3 أعداد صحيحة متتالية مرتبة تنازليا بداية من العدد 7 ، وفي المقام نضرب العدد 3 في الأعداد السابقة له وصولا إلى العدد 1

$${}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 35$$

- مثال توضيحي : لإيجاد عدد نواتج حادثة اختيار 3 فساتين من 5 فساتين

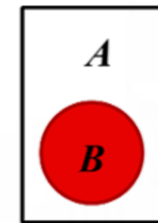
$${}_5C_3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

الاحتمال الهندسي

- الاحتمال والأطوال : إذا احتوت $\overline{AD}$ قطعة أخرى $\overline{BC}$ ، واخترنا نقطة على $\overline{AD}$ عشوائيًا ، فإن احتمال أن تقع النقطة على $\overline{BC}$ يساوي

$$\frac{\text{طول } \overline{BC}}{\text{طول } \overline{AD}}$$

- الاحتمال والمساحة : إذا احتوت المنطقة A منطقة أخرى B ، واخترنا نقطة من المنطقة A عشوائيًا فإن احتمال أن تقع النقطة في المنطقة B يساوي



$$\frac{\text{مساحة المنطقة } B \text{ (الدائرة)}}{\text{مساحة المنطقة } A \text{ (مستطيل)}}$$

الحوادث المستقلة والغير مستقلة

- الحادثتان المستقلتان : وقوع إحدهما لا يؤثر على الأخرى ، مثل : إلقاء قطعة نقد ومكعب مرقم ، السحب مع الإرجاع.
- احتمال وقوع حادثتين مستقلتين معا : يساوي حاصل ضرب احتمالي الحادثتين

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

احتمال وقوع A ، احتمال وقوع B

١٧) يراد اختيار طالبين من بين 20 طالبًا ، ما احتمال أن يكونا عمر ومصعب ؟

A	$\frac{2}{190}$	B	$\frac{1}{10}$
C	$\frac{1}{380}$	D	$\frac{1}{190}$

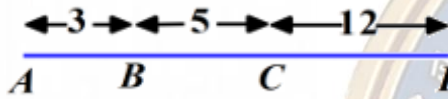
١٨) صندوق يحوي 6 كرات خضراء و 5 صفراء ، فإذا سحبنا 4 كرات عشوائيًا ، فما احتمال أن تكون 3 كرات خضراء وكرة واحدة صفراء ؟

A	$\frac{4}{11}$	B	$\frac{11}{33}$
C	$\frac{10}{33}$	D	$\frac{4}{33}$

١٩) تصنع سارة يومياً 5 تنانير و 3 قمصان ، فإذا اخترنا 4 قطع عشوائيًا مما تنتجه في أحد الأيام ، فما احتمال اختيار تنورتين وقميصين ؟

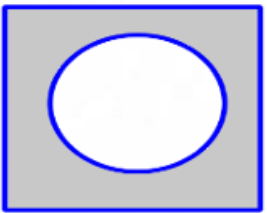
A	$\frac{1}{7}$	B	$\frac{3}{7}$
C	$\frac{4}{7}$	D	$\frac{6}{7}$

٢٠) في أحد القصور 4 أعمدة كما في الشكل ، وأردنا وضع طاولة طعام ، ما احتمال أن تكون الطاولة بين العمودين D, B ؟



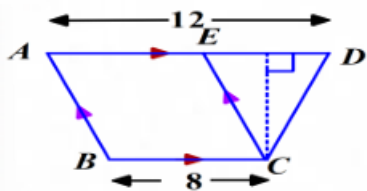
A	85 %	B	60 %
C	40 %	D	25 %

٢١) مربع مساحته 9 cm^2 بداخله دائرة مساحتها 3 cm^2 ، فإذا أختيرت نقطة عشوائيًا ، فما احتمال أن تقع بداخل الجزء المظلل ؟



A	$\frac{1}{9}$	B	$\frac{1}{3}$
C	$\frac{2}{3}$	D	1

٢٢) في الشكل إذا أختيرت نقطة عشوائيًا داخل شبه منحرف $ABCD$ ، فما احتمال أن تقع داخل متوازي الأضلاع $ABCE$ ؟



A	20 %	B	40 %
C	60 %	D	80 %

٢٣) في تجربة إلقاء مكعب مرقم من 1 إلى 6 وقطعة نقود معا ، ما احتمال ظهور عدد زوجي على المكعب وكتابة على قطعة النقود ؟

A	$\frac{1}{4}$	B	$\frac{1}{3}$
C	$\frac{1}{2}$	D	1

٢٤ صندوق يحوي 4 كرات صفراء و 5 حمراء ، وسحبت كرتان على التوالي دون إرجاع ، ما احتمال أن تكون الكرة الثانية صفراء إذا كانت الأولى حمراء ؟

A	$\frac{1}{4}$	B	$\frac{4}{9}$
C	$\frac{1}{2}$	D	$\frac{5}{9}$

٢٥ لدى شخص 5 أقلام زرقاء و 3 أقلام حمراء وقلمان خضراوان ، وسحب 3 أقلام على التوالي ، ما احتمال أن يظهر قلم أزرق أولا وأحمر ثانيا وأخضر ثالثا ؟

A	$\frac{1}{24}$	B	$\frac{1}{10}$
C	$\frac{1}{3}$	D	0

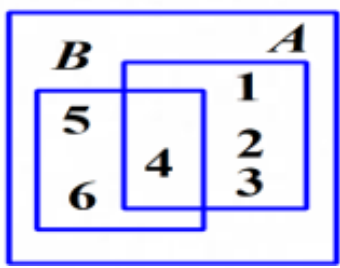
٢٦ صندوق يحوي 10 تفاحات ، وكان 3 منها فاسدة ، فإذا سحبت تفاحة بدون إرجاع ، ثم سحبت أخرى ، فما احتمال أن تكون التفاحتان صالحتان ؟

A	$\frac{3}{23}$	B	$\frac{3}{10}$
C	$\frac{7}{15}$	D	$\frac{1}{2}$

٢٧ إذا ألقي مكعب مرقم مرتين متتاليتين ، وبملاحظة الوجه العلوي في كل مرة ، فما احتمال ظهور العدد 5 على أحدهما إذا كان مجموع العددين 9 ؟

A	$\frac{1}{2}$	B	$\frac{1}{9}$
C	$\frac{4}{9}$	D	$\frac{5}{9}$

٢٨ بين الشكل نتيجة رمي مكعب مرقم من 1 إلى 6 ، ما قيمة $P(A \setminus B)$ ؟



A	1	B	$\frac{1}{2}$
C	$\frac{1}{3}$	D	$\frac{1}{4}$

٢٩ بين الجدول التالي عدد الطلاب المشاركين وغير المشاركين في مسابقة القرآن الكريم في المرحلة الابتدائية ، فإذا اختير طالب عشوائيا ، فما احتمال أن يكون مشاركا ؟ علما بأنه في الصف الثالث

٢٩	الصف الثاني	الصف الثالث	
	مشارك	40	
	غير مشارك	80	
A	$\frac{3}{5}$	B	$\frac{2}{5}$
C	$\frac{1}{3}$	D	$\frac{1}{5}$

تتمة الحوادث المستقلة والغير مستقلة

• الحادثتان غير المستقلتين : وقوع إحداهما يؤثر على الأخرى ، مثل : السحب دون إرجاع.

• احتمال وقوع حادثتين غير مستقلتين

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

احتمال وقوع B بشرط وقوع A أولا

مثال : صندوق به كرتين حمراوين و 3 زرقاء ، فإذا سحبت كرة زرقاء بدون إرجاع ، فما احتمال سحب كرة زرقاء ثانية ؟

0.3 (A) 0.5 (B)

0.7 (C) 0.8 (D)

الحل : السحب بدون إرجاع ، ومنه فإن عدد الكرات الكلية في المرة الثانية 4 كرات ، وعدد الكرات الزرقاء كرتين .

$$P(\text{سحب كرة زرقاء في المرة الثانية}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$$

• الاحتمال المشروط : يوضع به شرط يختزل فضاء العينة

، فلائي حادثتين A, B غير مستقلتين يكون احتمال وقوع الحادثة B بشرط وقوع A أولا يعطى من العلاقة ..

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, P(A) \neq 0$$

مثال : عند رمي مكعبين متمايزين مرقمين في الوقت نفسه ،

ما احتمال أن يظهر العدد 4 على أحدهما مع كون مجموع العددين على الوجهين الظاهرين 9 ؟

$\frac{1}{6}$ (A) $\frac{1}{4}$ (B)

$\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D)

الحل : فضاء العينة كون مجموع العددين الظاهرين 9 ..

فضاء العينة = $\{(4, 5), (5, 4), (3, 6), (6, 3)\}$

$$\text{الاحتمال المطلوب} = \frac{\text{عدد أزواج ظهور العدد 4}}{\text{عدد أزواج فضاء العينة}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

الجدول التوافقي

• تستخدم لتوضيح مفهوم الاحتمال المشروط ، فمثلا :

احتمال وقوع العنصر في A شرط وقوعه في C أولا

يساوى

C	D	
ω	β	A
Δ	α	B

$$P(A/C) = \frac{\omega}{\omega + \Delta}$$



٣٠ بين التظليل بالأعمدة في الشكل عدد الأيام الممطرة X في السنة في مدينة ما ، ما احتمال أن يكون عدد الأيام الممطرة 4 أيام أو 3 أيام ؟

0.5	B	0.3	A
0.8	D	0.7	C

٣١ إذا رُبي نردان متمايزان مرة واحدة ، فما احتمال ظهور عدنان زوجيان أو عدنان مجموعهما 3 ؟

$\frac{1}{72}$	B	$\frac{11}{36}$	A
$\frac{18}{36}$	D	$\frac{7}{36}$	C

٣٢ ربي مكعب مرقم من 1 إلى 6 ، ما احتمال ظهور عدد أقل من 3 وأو عدد فردي على الوجه الظاهر ؟

$\frac{5}{6}$	B	$\frac{1}{3}$	A
$\frac{2}{3}$	D	$\frac{1}{2}$	C

٣٣ إذا كان احتمال هطول المطر 75 % فإن احتمال عدم هطوله

25 %	B	10 %	A
80 %	D	60 %	C

٣٤ ما الدراسة المستخدمة في معرفة ما إذا كان التدخين لمدة 10 سنين يؤثر في سعة الرئة أم لا ؟

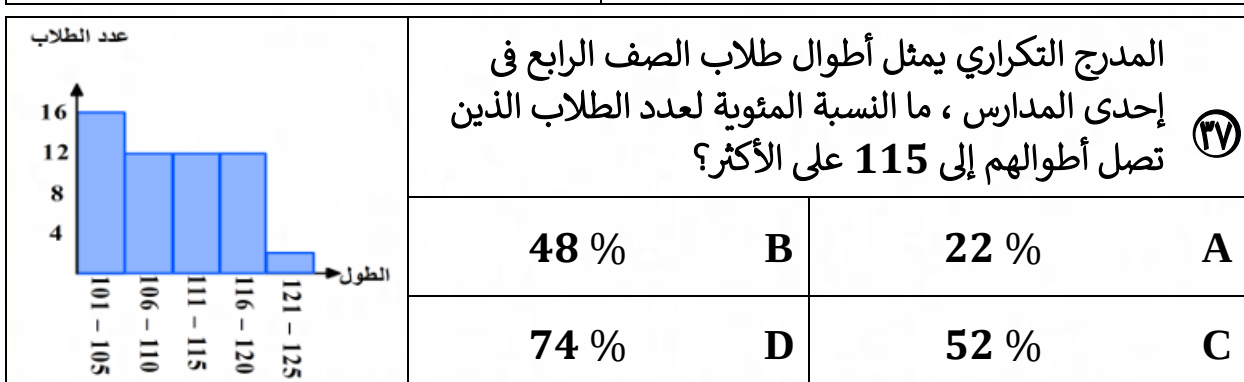
دراسة مسحية	B	دراسة تجريبية	A
ارتباط	D	دراسة بالملاحظة	C

٣٥ إذا أجريت دراسة مسحية على 10000 شخص ، وقال 47 % منهم إن الكبسة أكلتهم المفضلة ، فما هامش الخطأ ؟

± 0.002	B	± 0.2	A
± 0.0001	D	± 0.01	C

٣٦ إذا أجريت دراسة مسحية على 625 شخصا ، وقال 47 % منهم إن القراءة مفيدة ، فإن نسبة أفراد المجتمع الذين قالوا إن القراءة مفيدة تتراوح

بين 44 % و 50 %	B	بين 43 % و 51 %	A
بين 45 % و 49 %	D	بين 40 % و 50 %	C



٣٧ المدرج التكراري يمثل أطوال طلاب الصف الرابع في إحدى المدارس ، ما النسبة المئوية لعدد الطلاب الذين تصل أطوالهم إلى 115 على الأكثر ؟

48 %	B	22 %	A
74 %	D	52 %	C

الجدول التوافقي

- الحادثتان المتنافيتان : حادثتان لا توجد عناصر مشتركة بينهما ، مثل : اختيار عشوائي من $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ والحصول على عدد زوجي أو عدد فردي .
- احتمال وقوع حادثتين متنافيتين $A, B, \dots$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- الحادثتان غير المتنافيتين : حادثتان توجد عناصر مشتركة بينهما ، مثل : ظهور عدد أكبر من 3 أو عدد فردي على الوجه الظاهر لمكعب مرقم .
- احتمال وقوع حادثتين غير متنافيتين $A, B, \dots$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

احتمال الحادثة المتممة

- يوجد فرصتان لأي حادثة إما وقوعها أو عدمه ، وتسمى الفرصتان حادثتين متتامتين ومجموعهما 1 .
- $P(\text{وقوع الحادثة}) = 1 - P(\text{عدم وقوع حادثة})$

احتمال الحادثة المتممة

الدراسة التجريبية	إجراء تعديل متعمد على عينة وملاحظة استجاباتها
الدراسة بالملاحظة	ملاحظة العينة دون أي محاولة للتأثير في النتائج
الدراسة المسحية	جمع بيانات أو استفتاء عن العينة دون تعديل فيها

- هامش الخطأ : عند سحب عينة حجمها n من مجتمع كاي فإن

$$\text{هامش الخطأ} = \pm \frac{1}{\sqrt{n}}$$



٢٩ أي التالي ليس من مقاييس النزعة المركزية ؟

الوسيط	B	الوسيط الحسابي	A
الانحراف المعياري	D	المنوال	C

٤٠ أي مقاييس النزعة المركزية يناسب البيانات التالية بشكل أفضل 15 , 46 , 52 , 47 , 75 , 42 , 53 , 45

الوسيط	B	الوسيط الحسابي	A
المنوال	D	التباين	C

أي مقاييس النزعة المركزية يناسب بيانات الجدول ؟

28	26	28	27	26	27
29	26	26	25	25	19
25	27	26	22	42	26
25	27	40	27	30	27

الوسيط	B	الانحراف المعياري	A
المنوال	D	المتوسط	C

٤٢ إذا رصدت درجات الحرارة في فصل الشتاء بمنطقة خلال أسبوع فكانت على النحو التالي : 12 , 11 , 13 , 13 , 15 , 19 , 15 ، فما متوسط درجات الحرارة خلال الأسبوع ؟

14	B	13	A
16	D	15	C

٤٣ إذا كانت 100 , 61 , 57 , 82 , 93 , 68 درجات 6 طلاب في مادة الرياضيات ، فما وسيطها ؟

61	B	59	A
77	D	75	C

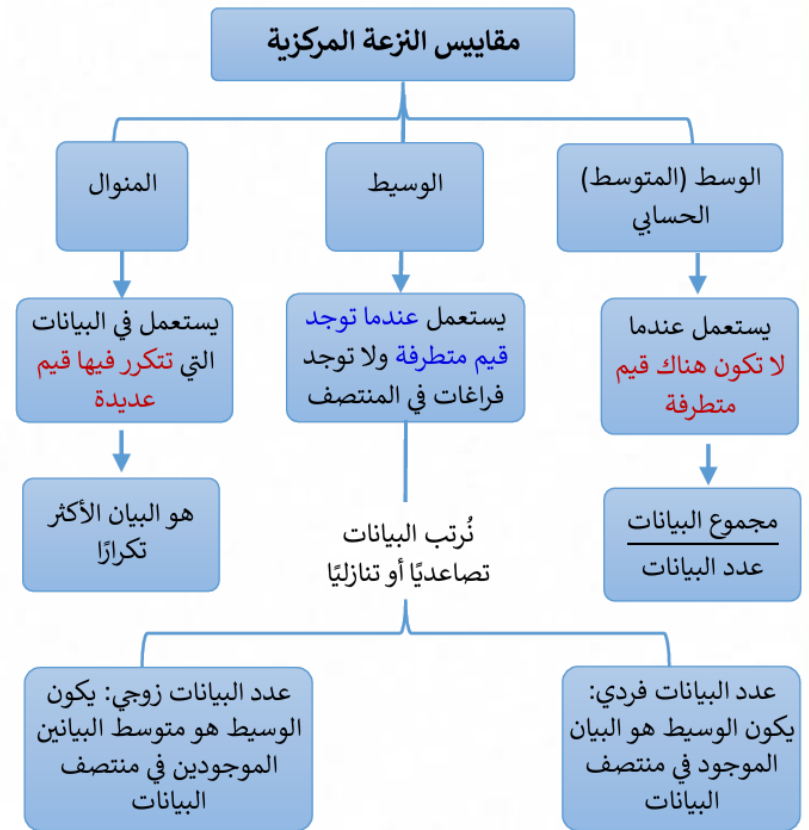
٤٤ أي التالي ليس من مقاييس التشتت ؟

التباين	B	الوسيط الحسابي	A
الانحراف المعياري	D	المدى	C

٤٥ أي البيانات التالية له أكبر انحراف معياري ؟

14 , 10 , 15 , 11 , 13 , 13	B	14 , 10 , 12 , 11 , 13 , 13	A
14 , 10 , 30 , 11 , 13 , 13	D	11 , 10 , 20 , 11 , 13 , 13	C

احتمال الحادثة المتممة



مقاييس التشتت

- يقيس مدى تباعد مجموعة البيانات من الوسط أو تقاربها ، ومنها
 - التباين σ^2

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \mu)^2}{n}$$

الوسط للمجتمع ويُقرأ "ميو" ، عدد قيم المجتمع
 - الانحراف المعياري σ ...

$$\sigma^2 = \sqrt{\sigma^2} = \frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \mu)^2}{n}$$

المدى : الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة .
 - فائدة : يزيد الانحراف المعياري كلما زاد التباعد بين القيم ، و أيضا كلما زاد المدى والعكس صحيح .

٤٦ يتوزع عمر 10000 بطارية توزيعاً طبيعياً بوسط 300 يوم ، وانحراف معياري 40 يوما ، كم بطارية يقع عمرها بين 340 و 260 يوما ؟

5000	B	6800	A
2500	D	3400	C

٤٧ مجموعة بيانات تتوزع توزيعاً طبيعياً ، فإذا كان وسطها الحسابي 2 وانحرافها المعياري 1 ، فما نسبة أن يكون x أكبر من 3 ؟

97 %	B	84 %	A
25 %	D	16 %	C

٤٨ مجموعة بيانات تتوزع توزيعاً طبيعياً ، فإذا كان وسطها الحسابي 25 وانحرافها المعياري 2 ، فكم احتمال أن تكون قيمة تم اختيارها عشوائياً أقل من 27 ؟

97 %	B	84 %	A
25 %	D	16 %	C

٤٩ مجموعة بيانات تتوزع توزيعاً طبيعياً ، فإذا كان وسطها الحسابي 12 وانحرافها المعياري 2 ، فما قيمة $P(10 < x < 16)$ ؟

68 %	B	81.5 %	A
40 %	D	47.5 %	C

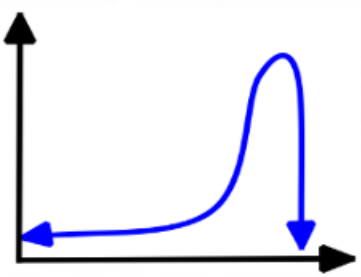
٥٠ في توزيع طبيعي لمجموعة طلاب ، إذا كانت درجات 99 % منهم تتراوح بين 13 و 49 ، فما قيمة الانحراف المعياري ؟

10	B	6	A
31	D	18	C

٥١ إذا أجريت إحصائية لطالبات مدرسة ، وكان 95 % من الطالبات تتراوح أوزانهن بين 52 kg و 68 kg ، فما قيمة الوسط الحسابي ؟

60	B	59	A
65	D	61	C

٥٢ ما الوصف للتمثيل البياني ؟



A	ذو التواء موجب	B	ذو التواء سالب
C	يمثل توزيعاً طبيعياً	D	يمثل توزيعاً متماثلاً

٥٣ في تجربة ذات حدين كان احتمال النجاح 35 % ، وعدد المحاولات 4 ، إن الوسط يساوي

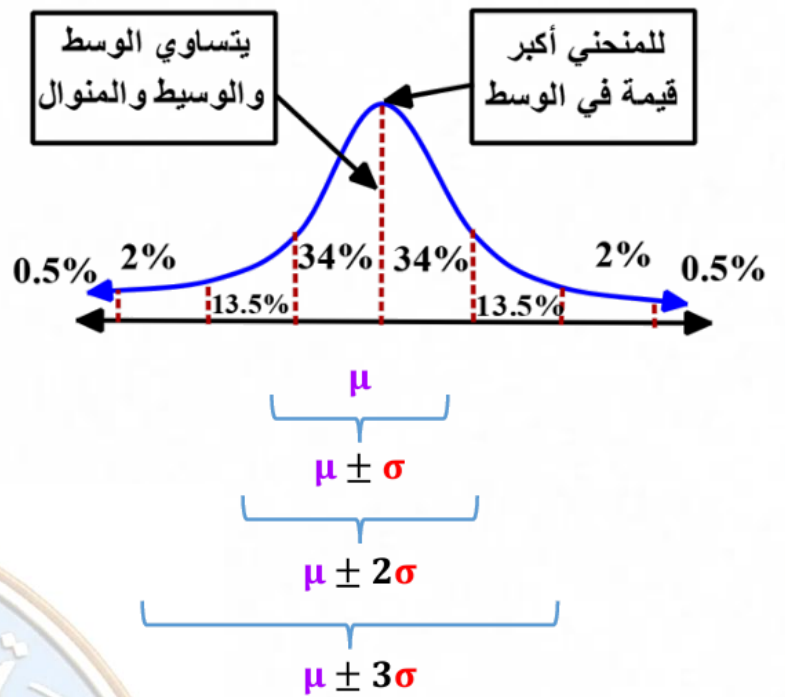
1.4	B	1.3	A
1.6	D	1.5	C

٥٤ في حادثة ذات حدين كان عدد المحاولات 20 ، وكان الوسط 12 ، ما قيمة الانحراف المعياري ؟

1.2	B	$\sqrt{4.8}$	A
4.8	D	$\sqrt{1.2}$	C

التوزيع الطبيعي و التوزيع الملتوي

- منحنى التوزيع الطبيعي يشبه الجرس ، والمساحة تحت المنحنى تساوي 1 .
- إذا كان لدينا توزيع طبيعي وسطه μ وانحرافه المعياري σ فإن بياناته ستتوزع كالتالي :



- يمكن للتوزيعات أن تظهر بأشكال أخرى تسمى "توزيعات ملتوية" ...

التواء موجب	التواء سالب
"ملتو إلى اليمين"	"ملتو إلى اليسار"
التوزيع مكثف في اليسار والذيل إلى اليمين	التوزيع مكثف في اليمين والذيل إلى اليسار

التوزيعات ذات الحدين

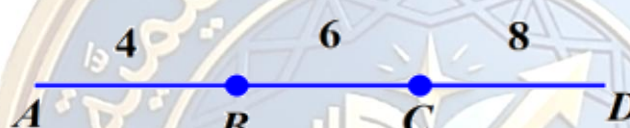
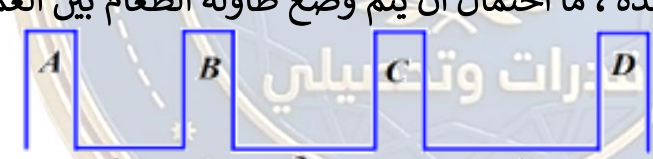
- تجربة ذات الحدين : لها ناتجان فقط إما نجاح أو فشل.
- فائدة

$$p + q = 1$$

$\mu = np$	الوسط
$\sigma^2 = npq$	التباين
$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{npq}$	الانحراف المعياري



تجميعات إضافية على الدرس التاسع

٥٥) أراد أحمد أن يشتري ثوب فكانت الخيارات لديه أن يشتري ثوب بـ 3 ألوان أو 4 أشكال أو طولين ، كم خيار لدى أحمد؟							
(A)	90	(B)	50	(C)	24	(D)	9
٥٦) ذهبت إلى متجر وكانت عدد الأحذية 3 والساعات 4 والشنط 5 فأوجد الاحتمالات الممكنة لشراء طقم حذاء وشنطة وساعة ؟							
(A)	12	(B)	54	(C)	60	(D)	40
٥٧) مكتبة يوجد بها 11 قلم 5 أقلام جافة و 6 سائلة ، فما عدد البدائل الممكنة لأخذ قلم جاف وقلمين سائل ؟							
(A)	60	(B)	75	(C)	120	(D)	150
٥٨) إذا تم اختيار تبديل عشوائيًا من بين 10 أشخاص ، فما احتمال اختيار طارق أولاً ثم سليم ثانيًا؟							
(A)	$\frac{2}{25}$	(B)	$\frac{1}{42}$	(C)	$\frac{1}{45}$	(D)	$\frac{1}{90}$
٥٩) في الشكل الآتي احتمال وقوع نقطة على المستقيم BC ؟							
							
(A)	$\frac{1}{3}$	(B)	$\frac{2}{9}$	(C)	$\frac{1}{5}$	(D)	$\frac{1}{6}$
٦٠) في أحد القصور أردت وضع طاولة طعام بين الأعمدة ، ما احتمال أن يتم وضع طاولة الطعام بين العمودين D و B ؟							
							
(A)	60 %	(B)	45 %	(C)	85 %	(D)	75 %
٦١) مثلث محيطه 9 سم ، ما احتمال أن يكون متطابق الأضلاع بشرط أن تكون الأضلاع أطوالها أرقام صحيحة ؟							
(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{1}{4}$	(C)	$\frac{1}{3}$	(D)	$\frac{1}{9}$
٦٢) ما احتمال أن تنجب عائلة صبي في 3 مرات ولادة متتالية ؟							
(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{1}{6}$	(C)	$\frac{1}{8}$	(D)	$\frac{1}{12}$
٦٣) رجل عنده 6 ذكور ، فما احتمال أن ينجب ذكر آخر ؟							
(A)	50 %	(B)	100 %	(C)	25 %	(D)	40 %

١٤ صندوق به كرتان حمراء وثلاث كرات زرقاء سحبت كرة زرقاء بدون إرجاع ، ما احتمال سحب كرة ثانية زرقاء ؟

(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{2}{5}$	(C)	$\frac{2}{6}$	(D)	1
-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------	-----	---

١٥ حقيبة تحوى 3 أقلام حمراء و 4 أقلام زرقاء ، سحب منها قلمان عشوائيًا ، ما احتمال أن يكون القلمان مختلفان في اللون ؟

(A)	$\frac{4}{7}$	(B)	$\frac{7}{12}$	(C)	$\frac{2}{7}$	(D)	$\frac{1}{12}$
-----	---------------	-----	----------------	-----	---------------	-----	----------------

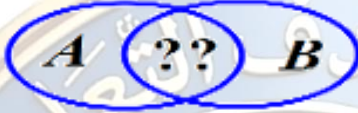
١٦ صندوق يحتوى 12 كرات بيضاء و 8 كرات زرقاء و 4 كرات صفراء فإذا سحبت كرة واحدة عشوائيًا ، فما احتمال أن تكون صفراء ؟ علما بأنها ليست زرقاء

(A)	$\frac{2}{3}$	(B)	$\frac{1}{2}$	(C)	$\frac{1}{4}$	(D)	$\frac{1}{6}$
-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------

١٧ يوجد في كيس 35 كرة منها 5 صفراء و 8 زرقاء ، كم احتمالية سحب كرة صفراء ، علما أن الكرة التي سحبت ليست زرقاء؟

(A)	$\frac{5}{35}$	(B)	$\frac{8}{27}$	(C)	$\frac{5}{27}$	(D)	1
-----	----------------	-----	----------------	-----	----------------	-----	---

ماذا تمثل إشارة الاستفهام؟



(A)	$A \cap B$	(B)	$A \cup B$	(C)	A	(D)	B
-----	------------	-----	------------	-----	-----	-----	-----

إذا كان A و B حادثان مستقلان :

$$(A \cap B) = ? \quad A = 0.5, \quad B = \frac{2}{3}$$

(A)	$\frac{1}{6}$	(B)	$\frac{1}{5}$	(C)	$\frac{1}{3}$	(D)	$\frac{1}{25}$
-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------	-----	----------------

١٨ إذا كانت A, B حادثتين مستقلتين بحيث أن : $P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = \frac{1}{5}$ فإن $P(A \cap B)$ يساوي

(A)	$\frac{1}{5}$	(B)	$\frac{2}{5}$	(C)	$\frac{1}{25}$	(D)	$\frac{2}{25}$
-----	---------------	-----	---------------	-----	----------------	-----	----------------

ما احتمال الذين تدربوا وربحوا ؟

لم يتدرب	تدرب	
8	12	ربح
9	3	خسر

(A)	$\frac{4}{8}$	(B)	$\frac{2}{5}$	(C)	$\frac{2}{6}$	(D)	$\frac{3}{8}$
-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------

١٩ ما احتمال ظهور عدد زوجي على المكعب وكتابة على قطعة النقود؟

(A)	$\frac{1}{4}$	(B)	$\frac{1}{3}$	(C)	$\frac{1}{2}$	(D)	1
-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------	-----	---



٧٣) عند رمي مكعب أرقام مرقمين 1 - 6 ما احتمال ظهور الرقم 5 إذا كان مجموع الوجهين الظاهرين 9 ؟

(A)	1	(B)	$\frac{1}{4}$	(C)	$\frac{1}{2}$	(D)	$\frac{2}{5}$
-----	---	-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------

٧٤) عند رمي مكعب وقطعة نقود فإن احتمال ظهور عدد أكبر من 4 وظهور الشعار هو ؟

(A)	$\frac{1}{4}$	(B)	$\frac{1}{6}$	(C)	$\frac{1}{8}$	(D)	$\frac{2}{6}$
-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------

٧٥) مكعب مرقم من 1 إلى 6 ، رمي أول تسع مرات كانت كل الحوادث ظهور عدد زوجي ، ما احتمال بالمرة العاشرة ظهور عدد فردي ؟

(A)	$\frac{1}{9}$	(B)	$\frac{1}{3}$	(C)	$\frac{1}{18}$	(D)	$\frac{1}{2}$
-----	---------------	-----	---------------	-----	----------------	-----	---------------

٧٦) مكعبان متمايزان رميا مرة مرة واحدة ، ما عدد احتمالات ظهور عددين مجموعهما 3 ؟

(A)	$\frac{7}{36}$	(B)	$\frac{18}{36}$	(C)	$\frac{2}{36}$	(D)	$\frac{3}{36}$
-----	----------------	-----	-----------------	-----	----------------	-----	----------------

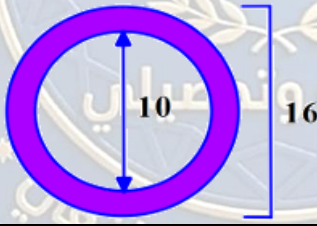
٧٧) في دراسة مسحية شملت 10000 شخص أفاد 20 % منهم أن الكبسة هي أكلتهم المفضلة ، ما هامش خطأ المعاينة ؟

(A)	± 0.2	(B)	± 0.002	(C)	± 0.0001	(D)	± 0.01
-----	-----------	-----	-------------	-----	--------------	-----	------------

٧٨) إذا كان احتمال إصابة الهدف $\frac{2}{7}$ فإن احتمال عدم إصابته يكون :

(A)	$\frac{5}{7}$	(B)	$\frac{2}{7}$	(C)	$\frac{7}{2}$	(D)	1
-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------	-----	---

ما احتمال أن تقع نقطة بالجزء المظلل ؟



٧٩)

(A)	$\frac{39\pi}{64\pi}$	(B)	$\frac{64\pi}{39\pi}$	(C)	$\frac{1\pi}{4\pi}$	(D)	$\frac{1\pi}{3\pi}$
-----	-----------------------	-----	-----------------------	-----	---------------------	-----	---------------------

٨٠) أوجد الوسيط لطلاب معدلاتهم : 82 , 61 , 93 , 68 , 100 , 51

(A)	75	(B)	100	(C)	150	(D)	50
-----	----	-----	-----	-----	-----	-----	----

٨١) عندما يوجد بالبيانات قيم متطرفة فإن القياس الأفضل هو :

(A)	الوسط	(B)	الوسيط	(C)	المنوال	(D)	الانحراف المعياري
-----	-------	-----	--------	-----	---------	-----	-------------------

٨٢) احسب المتوسط الحسابي لخمس أعداد وسيطهم 12 والمنوال 14.5

(A)	10	(B)	12	(C)	8	(D)	5
-----	----	-----	----	-----	---	-----	---

٨٣) أي مقاييس النزعة المركزية يستعمل عندما لا تكون هناك قيم متطرفة .

(A)	الوسيط	(B)	المتوسط الحسابي	(C)	المنوال	(D)	المدى
-----	--------	-----	-----------------	-----	---------	-----	-------

٨٤) صندوق به كرتان حمراء وثلاث كرات زرقاء سحبت كرة زرقاء بدون إرجاع ، ما احتمال سحب كرة ثانية ؟

(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{2}{5}$	(C)	$\frac{2}{6}$	(D)	1
-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------	-----	---

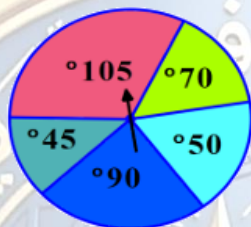
٨٥) ثلاث عدائين A و B و C يتسابقون في مضمار ، إذا كانت احتمالية فوز المتسابق A نصف احتمالية فوز المتسابق B واحتمالية فوز المتسابق B مثلي احتمالية فوز المتسابق C ، فما احتمالية فوز B ؟

(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{1}{4}$	(C)	$\frac{4}{7}$	(D)	$\frac{2}{7}$
-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------

٨٦) في القرص ذي المؤشر الدوار المقسم إلى 16 قطاعا متطابقا ، ومرقمة بالأعداد 1 - 16 ، ما احتمال استقرار المؤشر على عدد فردي ، إذا علم أنه استقر على عدد أكبر من 3 ؟

(A)	$\frac{13}{16}$	(B)	$\frac{8}{16}$	(C)	$\frac{6}{13}$	(D)	$\frac{6}{16}$
-----	-----------------	-----	----------------	-----	----------------	-----	----------------

ما احتمال استقرار المؤشر في الشكل على اللون الأزرق ؟



(A)	$\frac{1}{4}$	(B)	$\frac{3}{4}$	(C)	$\frac{1}{2}$	(D)	$\frac{1}{3}$
-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------	-----	---------------

٨٨) يتوزع عمر 6000 بطارية توزيعا طبيعيا بوسط 120 يوم فإذا كان الانحراف المعياري 30 يوما ، فكم بطارية يقع عمرها بين 90 - 150 يوما ؟

(A)	3008	(B)	3580	(C)	4000	(D)	4080
-----	------	-----	------	-----	------	-----	------

٨٩) في اختبار مادة الرياضيات للشعبتين A , B كان المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب 80 درجة و الانحراف المعياري لشعبة A هو 25.7 ، الانحراف المعياري لشعبة B هو 4.6 ، أي مما يلي يعتبر التحليل الاحصائي الصحيح للمعلومات في المسابقة ؟

(A)	قدرات الطلاب في شعبة B أكثر تجانسا وقريبة من بعضها	(B)	شعبة B تضم طلابا متفوقين جدا وطلابا دون المتوسط بكثرة
(C)	شعبة A تضم طلابا متوسطي القدرات بكثرة	(D)	قدرات الطلاب في شعبة A أكثر تجانسا وقريبة من بعضها

٩٠) إذا أردنا إجراء دراسة عن مدى وعي الناس بأهمية التطوع ، على من نجري الدراسة ؟

(A)	طلاب وطالبات الجامعة	(B)	طلاب الدراسات الأدبية
(C)	طلاب مجال الثقيف الصحي	(D)	رجال الأعمال المتطوعين

٩١) أستاذ رياضيات يريد أن يقوم بعمل مجموعة للرياضيات ، فما هو السؤال الذي يسأله للطلاب بدون ما يحدث تحيز؟

(A)	ما المادة التي تريدون المشاركة فيها	(B)	من يريد أن يدخل مجموعة الرياضيات
(C)	ما هي مادتك المفضلة رياضيات أم علوم	(D)	هل تحب مادة الرياضيات؟

A	٩١	B	٨١	D	٧١	C	٦١	B	٥١	C	٤١	A	٣١	C	٢١	D	١١	D	١
	A	٨٢	A	٧٢	C	٦٢	B	٥٢	D	٤٢	D	٣٢	D	٢٢	D	١٢	D	٢	٢
	B	٨٣	C	٧٣	A	٦٣	B	٥٣	B	٤٣	B	٣٣	A	٢٣	A	١٣	D	٣	٣
	A	٨٤	B	٧٤	A	٦٤	A	٥٤	A	٤٤	C	٣٤	C	٢٤	D	١٤	D	٤	٤
	A	٨٥	D	٧٥	A	٦٥	C	٥٥	D	٤٥	C	٣٥	A	٢٥	B	١٥	C	٥	٥
	C	٨٦	B	٧٦	C	٦٦	C	٥٦	A	٤٦	A	٣٦	C	٢٦	B	١٦	B	٦	٦
	A	٨٧	D	٧٧	C	٦٧	B	٥٧	C	٤٧	D	٣٧	A	٢٧	D	١٧	C	٧	٧
	D	٨٨	A	٧٨	A	٦٨	D	٥٨	A	٤٨	C	٣٨	C	٢٨	C	١٨	A	٨	٨
	A	٨٩	A	٧٩	C	٦٩	A	٥٩	A	٤٩	D	٣٩	C	٢٩	B	١٩	A	٩	٩
	A	٩٠	A	٨٠	C	٧٠	C	٦٠	A	٥٠	B	٤٠	B	٣٠	A	٢٠	D	١٠	١٠

