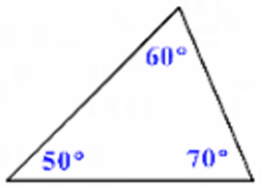
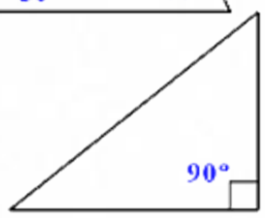
٢) المثلثات والمضلعات

المثلث

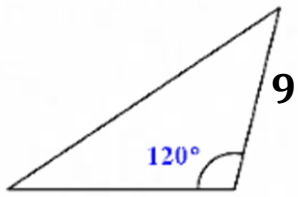
- مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مثلث ° 180 .
- تصنيف المثلثات وفقًا لزواياها .....
  - حاد الزوايا
    قياس زواياه أقل من ° 90



  - قائم الزاوية
    يحوى زاوية قياسها ° 90

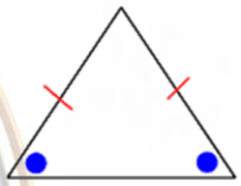


  - منفرج الزاوية
    يحوي زاوية قياسها أكبر من ° 90

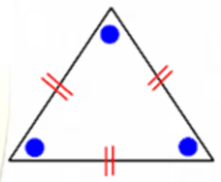


- تصنيف المثلثات وفقًا لأضلاعها .....
  - مختلف الأضلاع
    لا يحوي أضلاعاً متطابقة

  - متطابق الضلعين
    فيه ضلعان متطابقان على الأقل



  - متطابق الأضلاع
    أضلاعه كلها متطابقة



- فائدة : إذا حوي المثلث المتطابق الضلعين زاوية قياسها ° 60 فإنه يصبح متطابق الأضلاع .
- تنبيهان ...
  - زاويتا قاعدة المثلث المتطابق الضلعين متطابقتان.
  - زوايا المثلث المتطابق الأضلاع كلها متطابقة ، وقياس كل منها ° 60 .
- فائدة : محيط أي شكل يساوي مجموع أطوال أضلاعه .
- مساحة المثلث .....

$\frac{1}{2}$ × طول القاعدة × الارتفاع

- الزاوية الخارجية : هي الزاوية
- المحصورة بين ضلع وامتداد
- الضلع المجاور له .
- قياس الزاوية الخارجية للمثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين البعيدتين .....

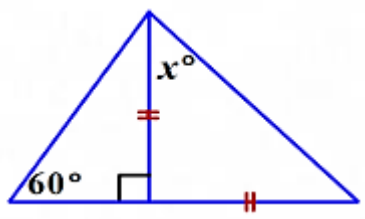
$m\angle 1 = m\angle 2 = m\angle 3$

- فائدة : الزاوية الخارجية والزاوية الداخلية المجاورة لها متكاملتان (مجموع قياسهما ° 180)

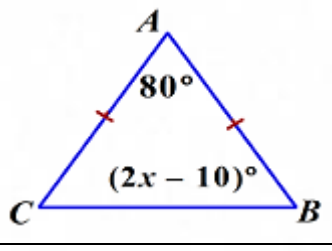
$m\angle 1 = m\angle 4 = 180°$

! مثلث قياسات زواياه ° 50 , ° 50 , ° 80 ، ما نوع المثلث ؟			
A	قائم الزاوية	B	منفرج الزاوية
C	متطابق الأضلاع	D	متطابق الضلعين

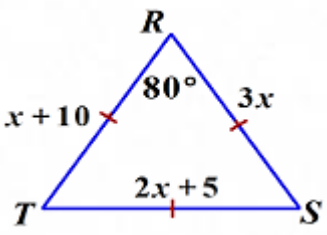
∀ ما قيمة x في الشكل؟			
A	° 75	B	° 60
C	° 45	D	° 30



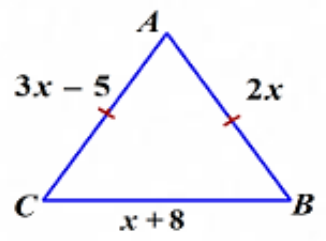
# ما قيمة x في الشكل؟			
A	40	B	30
C	20	D	10



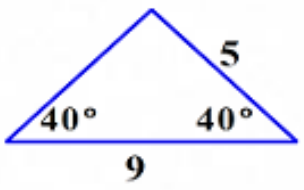
∃ المثلث RST متطابق الأضلاع ، ما طول $\overline{RS}$ ؟			
A	5	B	10
C	15	D	30



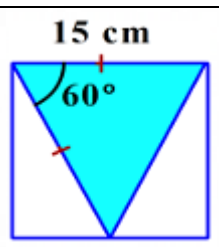
% في الشكل أي التالي يمثل أطوال أضلاع المثلث ABC			
A	13 , 12 , 10	B	13 , 10 , 10
C	13 , 13 , 10	D	13 , 10 , 10



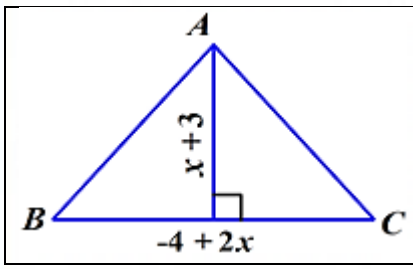
& أوجد محيط المثلث في الشكل			
A	13	B	15
C	16	D	19



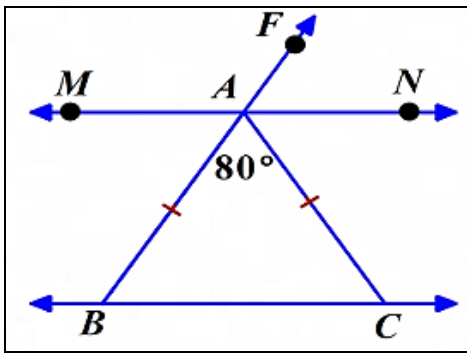
ه في الشكل أوجد محيط المثلث المظلل			
A	30 cm	B	45 cm
C	16 cm	D	19 cm



) أوجد مساحة المثلث ABC			
A	$(x-2)(x+3)$	B	$(4-2x)(x+3)$
C	$x+3$	D	$2x-4$



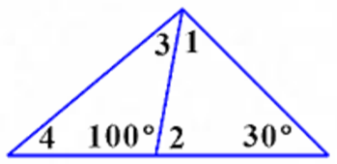
) إذا كان المثلث ABC متطابق الضلعين ، $\overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{MN}$ ، فما قياس $\angle FAN$ ؟			
A	° 30	B	° 40
C	° 50	D	° 60



منصة الهدف التعليمية

تتمة المثلث

مثال : في الشكل أي الزوايا التالية أكبر في القياس.



A	1	B	2
C	3	D	4

الحل :

$m\angle 2 = m\angle 3 + m\angle 4$ (زاوية خارجية)

ومنه فإن $m\angle 2 > m\angle 3 , m\angle 2 > m\angle 4$

$m\angle 2 + 100° = 180°$ (زاوية مستقيمة)

$m\angle 2 = 180° - 100° = 80°$

$m\angle 1 + 80° + 30° = 180°$ (زوايا داخلية في المثلث)

$m\angle 1 = 180° - (80° + 30°) = 70°$

ومنه فإن $m\angle 2 > m\angle 1$

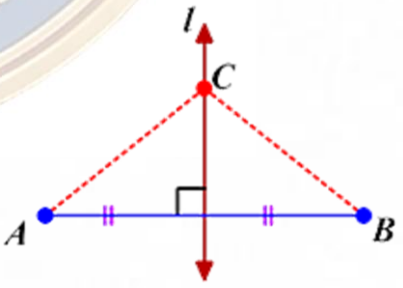
$\angle 2$ هي أكبر زاوية

حالات تتطابق مثلثين

- إذا تطابقت 3 أضلاع فيأحدهما مع نظائرها فى الآخر (SSS)
- إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في أحدهما مع نظائر ها في الآخر (تطابق ضلع – زاوية – ضلع SAS) .
- تطابق زاوية – ضلع – زاوية (ASA) ، الضلع بين الزاويتين.
- تطابق زاوية – زاوية – ضلع (AAS)

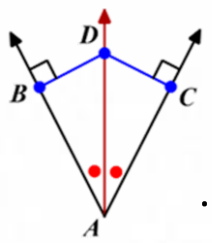
نظريات المنصفات

- العمود المنصف للقطعة المستقيمة : أي نقطة تقع على العمود المنصف لقطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها ، والعكس صحيح ...



إذا كان $\overline{CA} = \overline{CB}$ عمودا منصفا فإن □

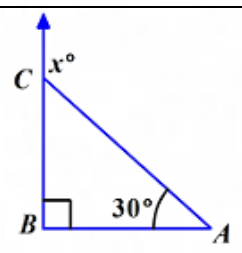
- منصف الزاوية : أي نقطة تقع على منصف الزاوية تكون على بعدين متساويين من ضلعيها ، والعكس صحيح ...



إذا كان $\overrightarrow{AD}$ منصف لـ $\angle CAB$ فإن $DB = DC$

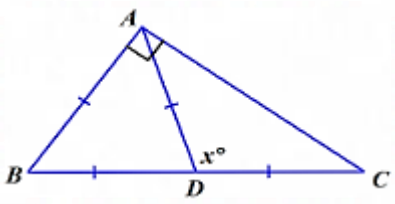
---

* ما قيمة x في الشكل؟



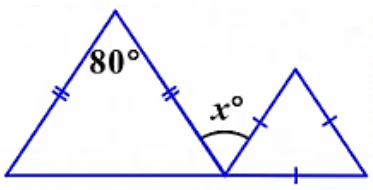
A	60	B	90
C	120	D	150

\+ ما قيمة x في الشكل؟



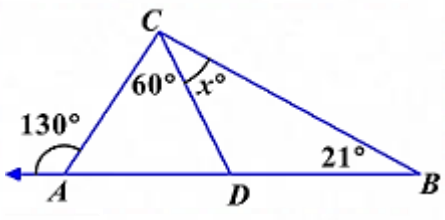
A	72	B	90
C	120	D	150

, ما قيمة x في الشكل؟



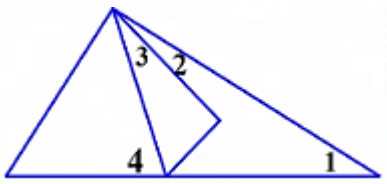
A	50	B	60
C	70	D	80

– ما قيمة x في الشكل؟



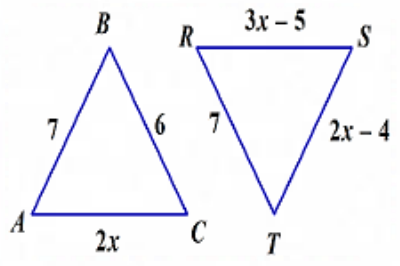
A	21	B	30
C	49	D	70

. أي الزوايا التالية أكبر في القياس ؟



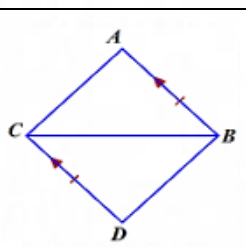
A	1	B	2
C	3	D	4

/ في الشكل ما قيمة x التى تجعل المثلثين RTS , ABC متطابقين؟



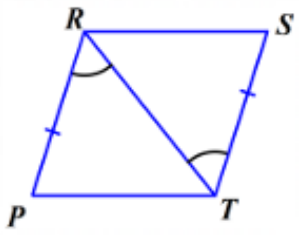
A	40	B	30
C	20	D	10

0 في الشكل أي التالي ليس صحيحا؟



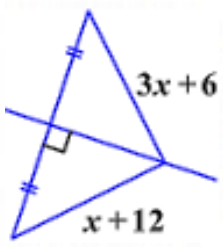
A	$CB = AC$	B	$\overline{AC} \parallel \overline{DB}$
C	$\Delta ABC \cong \Delta DCB$	D	$\overline{AC} \cong \overline{DB}$

1 في الشكل $\Delta STR \cong \Delta PRT$ بمسلمة ....



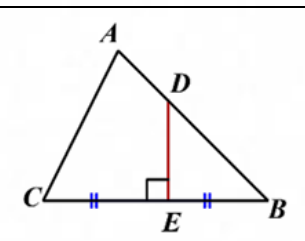
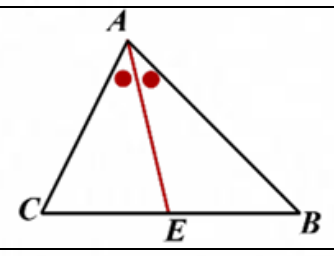
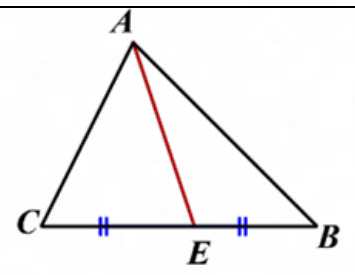
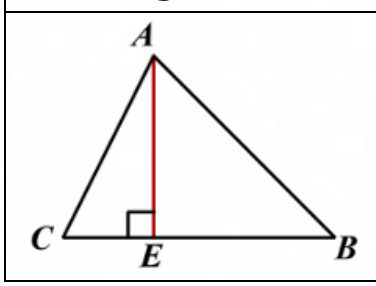
A	SSS	B	SAS
C	ASA	D	AAS

2 ما قيمة x في الشكل؟



A	40	B	30
C	20	D	10

قطع مستقيمة خاصة فى المثلث

العمود المنصف	منصف زاوية
	
القطعة المتوسطة	الارتفاع
	

مركز المثلث

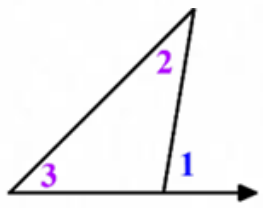
- مركز المثلث : نقطة تلاقي متوسطات المثلث ، فإذا كانت D مركز المثلث ABC فإن .....

$$AD = \frac{2}{3}AF \ , DF = \frac{1}{3}AF \ , AD = 2DF$$

بُعد المركز عن الرأس ، بُعد المركز عن القاعدة

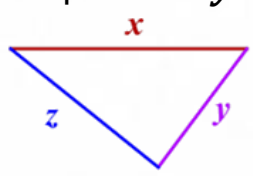
مركز المثلث

- قياس زاوية خارجية في مثلث أكبر من قياس أي من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها.



- في المثلث ، الضلع الأطول يقابل الزاوية الأكبر ، والضلع الأقصر يقابل الزاوية الأصغر .
- طول أي ضلع في مثلث أصغر من مجموع طولى الضلعين الآخرين ، وأكبر من الفرق بينهما ، وبالرموز .....

$$|y - z| < x < y + z$$

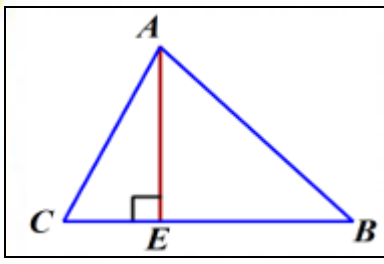


- طريقة سهلة نقارن بين طول الضلع الثالث ومجموع طولي الضلعين الآخرين ، فمثلا.....

الأطوال $3 , 5 , 7$ تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث لأن $3 + 5 = 8$ أكبر من طول الضلع الثالث (7) ،
أما الأطوال $2 , 5 , 9$ فلا تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث لأن $2 + 5 = 7$ أصغر من طول الضلع الثالث (9)

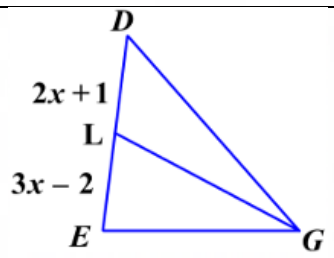
---

3 $\overline{AE}$ في المثلث ABC تمثل .....



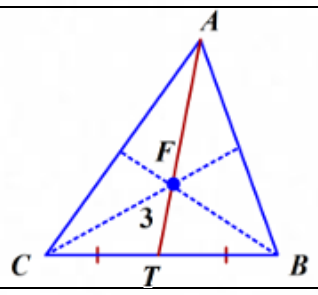
A	منصفا لزاوية	B	عمودا منصفا لضلع
C	قطعة متوسطة	D	ارتفاعا

4 في الشكل إذا كانت $\overline{GL}$ قطعة متوسطة ، فما طول $\overline{DE}$؟



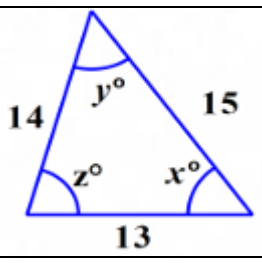
A	7	B	10
C	14	D	17

5 في الشكل إذا كانت F مركز المثلث ABC و $FT = 3$ ، فإن ... $= AF$



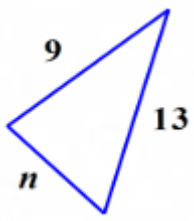
A	12	B	9
C	6	D	4

6 في المثلث أي العبارات التالية صحيح؟



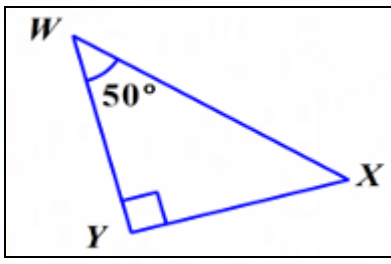
A	$x = z$	B	$x < z$
C	$x > z$	D	$y > x$

7 في المثلث أي الأعداد التالية لا يمكن أن يكون قيمة لـ n؟



A	7	B	10
C	13	D	22

8 في المثلث WYX أي التالي صحيح؟



A	$m\angle X = 50°$	B	$WX > YX$
C	$YX < WY$	D	$WY > WX$

9 أي التالي يمثل أطوال أضلاع مثلث؟

A	$2 , 5 , 7$	B	$5 , 8 , 10$
C	$3 , 4 , 9$	D	$2 , 4 , 7$

: مثلث متطابق الضلعين طول أحد ضلعيه المتطابقين $10\ cm$ ، ما طول ضلعه الثالث؟

A	$18\ cm$	B	$20\ cm$
C	$22\ cm$	D	$24\ cm$

; إذا كان طول ضلعين في مثلث $9\ cm , 7\ cm$ ، فما أصغر عدد صحيح يمثل طول الضلع الثالث؟

A	$2\ cm$	B	$3\ cm$
C	$4\ cm$	D	$9\ cm$

زوايا المضلع

- يُسمى المضلع بعدد أضلاعه.
- مجموع قياسات زواياه الداخلية .....

$$S = 180°(n-2)$$

- المضلع المنتظم : أضلاعه متطابقة وزواياه متطابقة
  - علاقة قياس زاويته الداخلية بعدد أضلاعه .....

$$n = \frac{360°}{180°-m} \quad , m = \frac{180°(n-2)}{n}$$

- مجموع الزوايا الداخلية للمضلع الرباعي $360°$.

مثال : ما قياس الزاوية الداخلية في المضلع التساعي المنتظم؟

A) $360°$ B) $150°$

C) $360°$ D) $170°$

الحل : بما أن المضلع تساعي منتظم فإن ...

$$n = 9$$

$$m = \frac{180°(n-2)}{n} = \frac{180°(9-2)}{9}$$

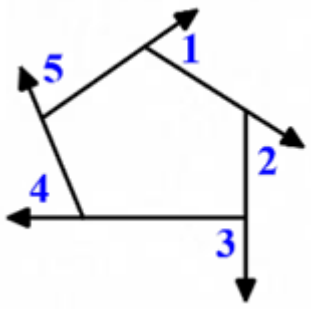
$$= \frac{180° \times 7}{9}$$

$$= 20° \times 7 = 140°$$

الزوايا الخارجية في مضلع

- مجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع (زاوية واحدة عند كل رأس) يساوي $360°$ .....

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 = 360°$$



- علاقة قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم بعدد أضلاعه .

$$\text{قياس الزاوية الخارجية} = \frac{360°}{n}$$

- فائدة : الزوايا الخارجية للمضلع المنتظم متطابقة.

> مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع سداسي .....

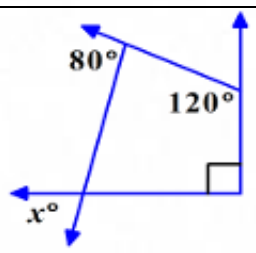
A	$540°$	B	$720°$
C	$900°$	D	$1080°$

= إذا كان مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع منتظم يساوي $1800°$ ، فكم عدد أضلاعه؟

A	12	B	11
C	10	D	9

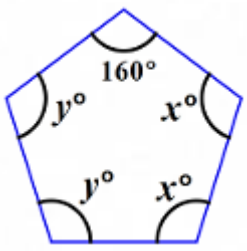
> ما قياس الزاوية الداخلية للمضلع الثماني المنتظم؟

A	$120°$	B	$135°$
C	$140°$	D	$240°$



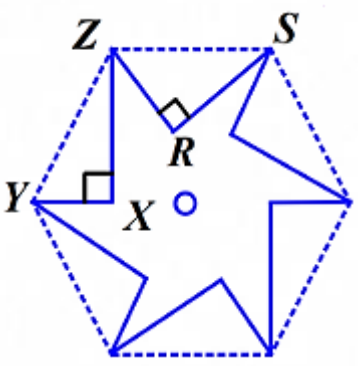
? ما قيمة x في الشكل ؟

A	50	B	60
C	100	D	130



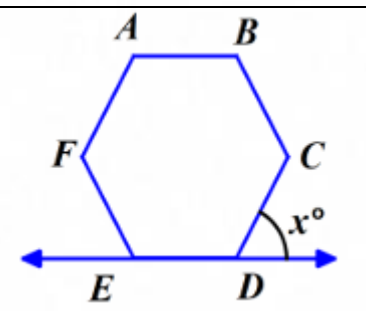
≅ ما قيمة $x + y$ في الشكل ؟

A	108	B	190
C	216	D	540



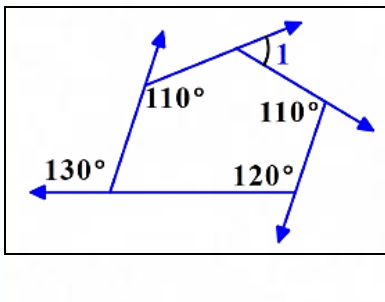
A سداسي منتظم صنعت منه شفرة منشار بقص ستة مثلثات قائمة الزاوية ومتطبقة ، بحيث كانت أحرف السداسي أوتارا في المثلثات المقطوعة ، وكان $m\angle XYZ = 45°$ أوجد $m\angle XZR$

A	7	B	10
C	13	D	22



B إذا كان الشكل سداسيا منتظما فما قيمة x ؟

A	20	B	30
C	60	D	120

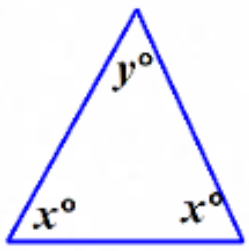


X في الشكل $m\angle 1$ يساوي ....

A	$30°$	B	$60°$
C	$50°$	D	$150°$

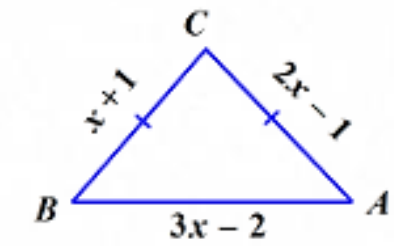
تجميعات إضافية على الدرس الثاني

Δ	أي من الآتى صحيح لجميع أنواع المثلثات :		
A	المثلث قائم الزاوية متطابق الضلعين	B	لا يمكن التنبؤ به
C	المثلث مختلف الأضلاع حاد الزوايا	D	العدد x لايقبل القسمة على 6



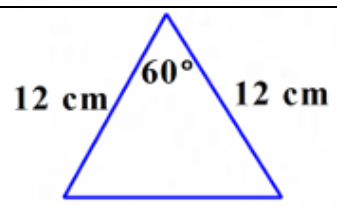
E في الشكل إذا كانت $x = 2y$ فما قيمة x ؟

A	B	C	D
30	36	60	72



Φ في الشكل المقابل $\overline{BC} = \overline{AC}$ ما طولل $\overline{AB}$ ؟

A	B	C	D
4	5	8	10

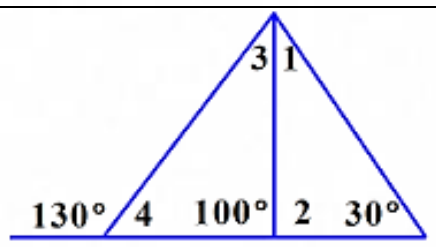


Γ ما محيط المثلث المجاور ؟

A	B	C	D
24 cm	34. 4 cm	8036 cm	104 cm

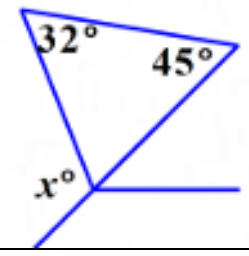
H أوجد قياس الزاوية الخارجية للمثلث المتطابق الأضلاع:

A	B	C	D
30 °	40 °	60 °	120 °



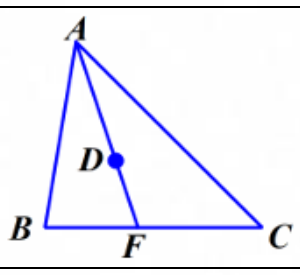
I في الشكل التالى أي الزوايا أصغر ؟

A	B	C	D
1	2	3	4



ϑ أوجد قيمة x في الشكل :

A	B	C	D
77 °	55 °	103 °	13 °



K في الشكل إذا كانت D مركز المثلث ABC و $AF = 12$ ، فإن DA = ...

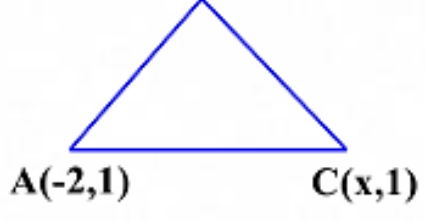
A	B	C	D
4	6	8	12

Λ مجموع الزوايا الداخلية لمضلع خماسي منتظم الأضلاع :

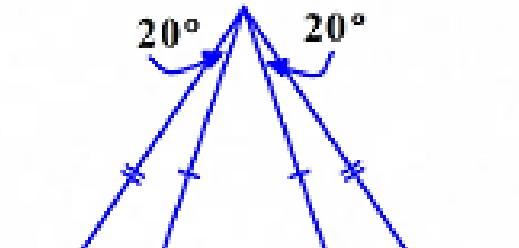
A	B	C	D
540 °	380 °	720 °	180 °

M	المضلع الذي مجموع قياسات زواياه الداخلية ° 1260 ، عدد أضلاعه تساوي							
A	9	B	8	C	6	D	5	

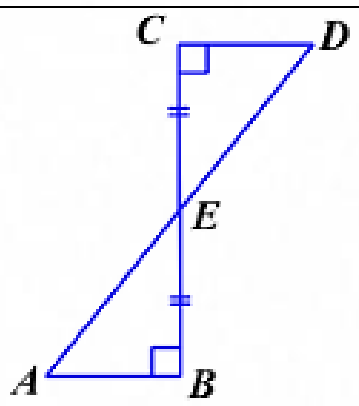
N	في الشكل المقابل ، ما قيمة x ؟							
A	60 °	B	70 °	C	80 °	D	90 °	



O	في الشكل المجاور مثلثان متشابهان ، ما قيمة a ؟							
A	8	B	6	C	9	D	7	



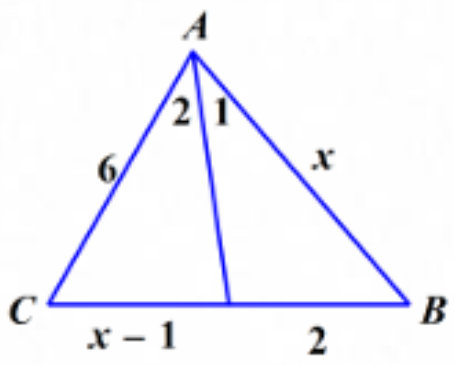
Π	في الشكل المجاور النظرية أو المسلمة التى يمكن استخدامها لإثبات أن $\Delta\, ABE \cong \Delta\, DCE$ هي :							
A	SAS	B	SSS	C	ASA	D	AAS	



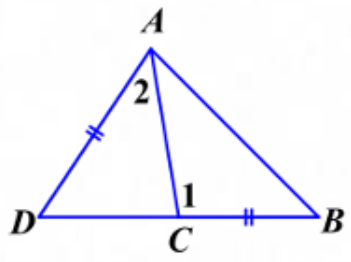
Θ	إذا علمت أن المثلث متساوي الضلعين أوجد قيمة x :							
A	-2	B	1.5	C	2	D	4	

P	أوجد قيمة x ؟							
A	80 °	B	60 °	C	40 °	D	20 °	

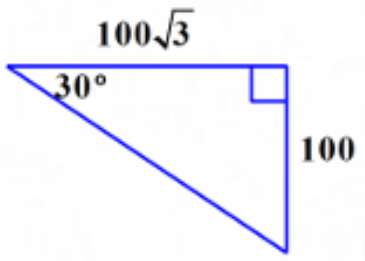
Σ	في الشكل المقابل : إذا كان $m\angle A_1 = A_2$ فما قيمة x ؟							
A	3	B	4	C	5	D	6	



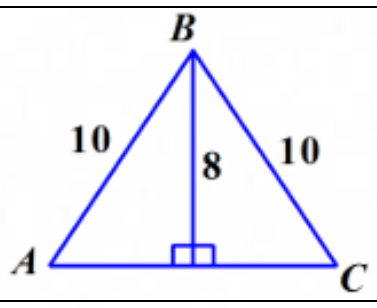
T	في الشكل إذا كان $\overline{AD} \cong \overline{CB}$ فإن DC ... ... AB							
A	=	B	<	C	>	D	≅	



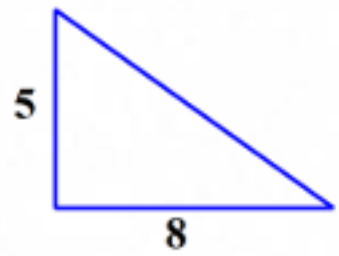
Y احسب قيمة الوتر في الشكل							
A 150	B 170	C 180	D 200				



ç أوجد طول $\overline{AC}$							
A 12	B 8	C 6	D 10				



Ω ما قيمة الوتر في الشكل التالي ؟							
A $\sqrt{89}$	B $\sqrt{5+8}$	C $\sqrt{91}$	D $\sqrt{50}$				

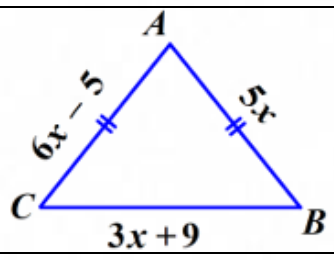


Ξ مثلث قائم الزاوية طول وتره 10 وطول أحد أضلاعه 6 أوجد طول الضلع الثالث :							
A 10	B 8	C 6	D 4				

Ψ طولا الضلعين القائمين في مثلث $\frac{2x-2}{x-1}$ و $\frac{x-1}{x-5}$ ومساحته 5 ، ما ثيمة x ؟							
A 1	B 6	C $\frac{23}{3}$	D $\frac{26}{4}$				

Z 5 و 7 هي أطوال ضلعين في مثلث ، فما أكبر طول ممكن للضلع الأخير؟							
A 11	B 12	C 10	D 13				

] في الشكل أي التالي يمثل أطوال أضلاع المثلث ABC ؟							
A 23 , 25 , 25	B 24 , 24 , 25	C 24 , 25 , 25	D 24 , 25 , 26				

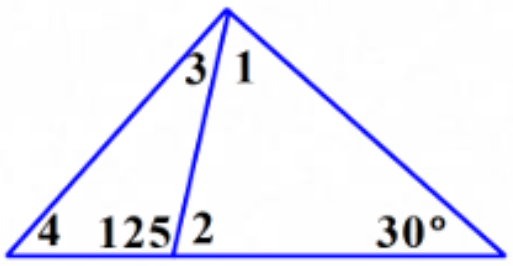
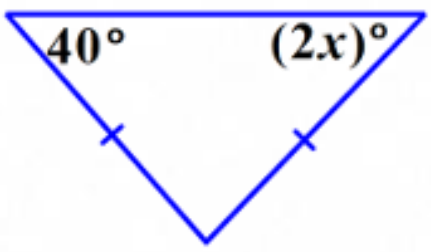
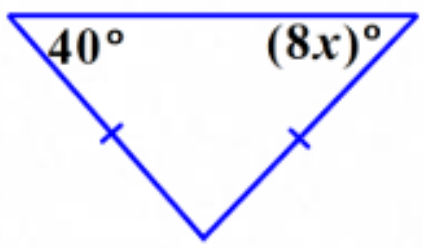
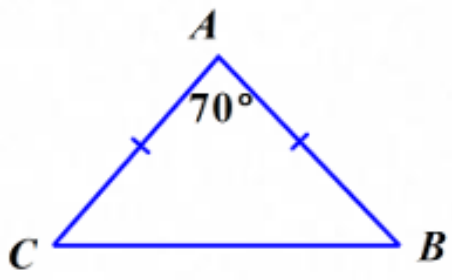
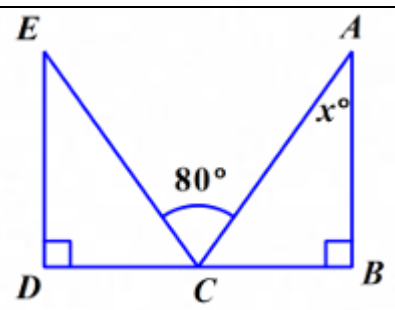
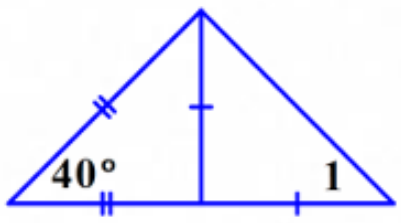
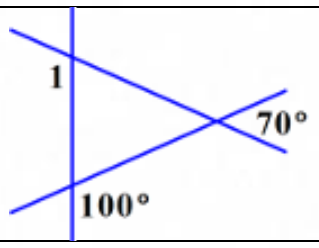
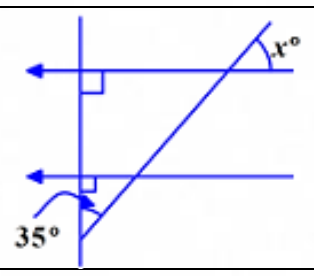
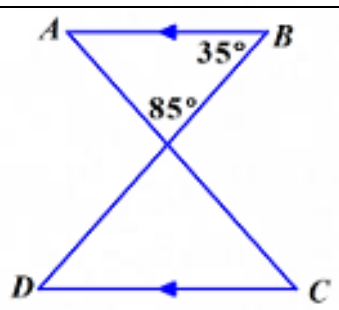


∴ مثلث متطابق الضلعين طول الضلع 5 يمكن أن يكون طول الضلع الثالث :							
A 8	B 10	C 12	D 14				

/ إذا كان قياس زاويتي مثلث ° 40 , ° 110 فأي القياسات التالية لا يمكن أن تكون لزاوية خارجية للمثلث							
A 160 °	B 150 °	C 140 °	D 70 °				

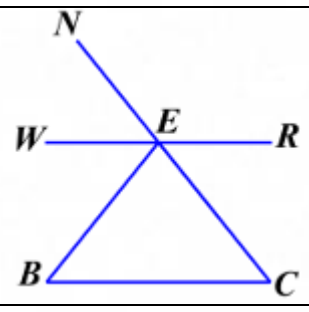
⊥ إذا كان قياس زاويتين في مثلث ° 30 , ° 70 فإن الزاوية الخارجية لا يمكن أن يكون قياسها :							
A 100 °	B 110 °	C 120 °	D 150 °				

_ مثلث يحتوى زاويتين قياسهم ° 40 , ° 30 ، أي مما يلي تصلح أن تكون زاوية خارجية؟							
A 150 °	B 110 °	C 120 °	D 100 °				

	– ما أكبر زاوية مرقمة في الشكل المجاور ؟							
	A	1	B	3	C	2	D	4
	α ما قيمة x في الشكل المجاور؟							
	A	50 °	B	8 °	C	10 °	D	20 °
	β ما قيمة x في الشكل المجاور؟							
	A	8	B	6	C	5	D	4
	χ أوجد قياس الزاوية B علما بأن : $\overline{AB} = \overline{AC}$ و $m\angle A = 70°$							
	A	60 °	B	30 °	C	55 °	D	40 °
	δ $ABC \cong CDE$ أوجد قيمة x							
	A	40 °	B	50 °	C	60 °	D	70 °
	ε أوجد $m\angle 1$							
	A	70 °	B	110 °	C	35 °	D	40 °
	ϕ في الشكل المجاور ، $m\angle 1$ يساوي :							
	A	170 °	B	150 °	C	100 °	D	70 °
	γ ما قيمة x في الشكل ؟							
	A	55 °	B	60 °	C	70 °	D	90 °
	η في الشكل المجاور $m\angle C$ يساوي :							
	A	85 °	B	60 °	C	50 °	D	35 °

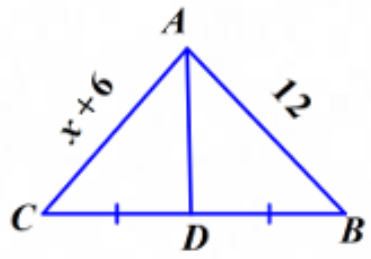
منصة الهدف التعليمية
قدرات وتحصيلي
مستر إبراهيم الشافعي

ι أوجد $m\angle NER$ إذا علمت أن المثلث متطابق الأضلاع وأن $RW \parallel BC$



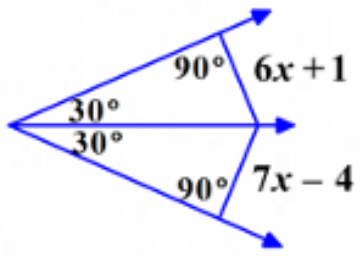
A	B	C	D
120	124	50	54

φ أوجد قيمة x ، علما أن AD عنود منصف



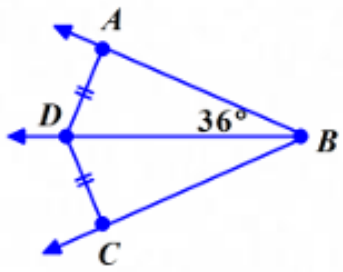
A	B	C	D
3	9	6	12

κ أوجد قيمة x



A	B	C	D
3	5	4	6

λ في الشكل $m\angle ABC$ يساوي .....



A	B	C	D
18 °	36 °	72 °	90 °

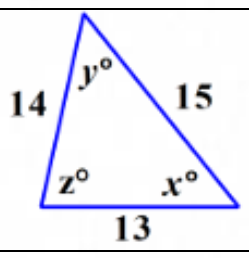
μ أي الآتي يمثل أطوال أضلاع مثلث :

A	B	C	D
2 , 5 , 7	5 , 8 , 10	3 , 4 , 9	2 , 4 , 7

ν أي القياسات التالية تمثل أضلاع مثلث ؟

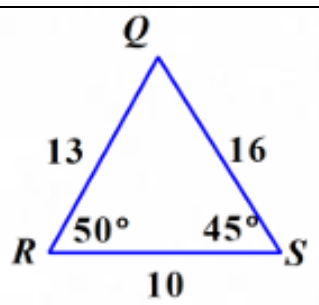
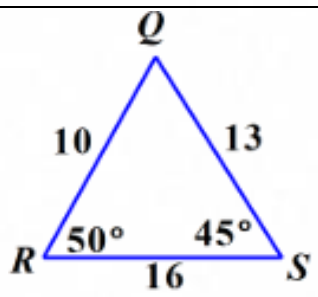
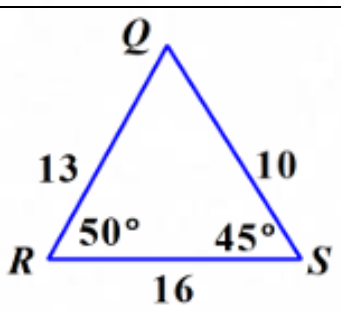
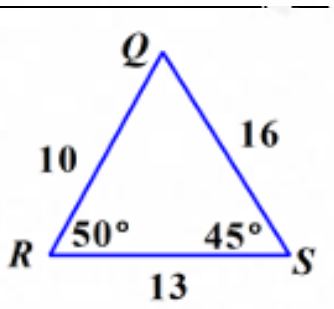
A	B	C	D
5 , 3 , 3	17 , 5 , 3	11 , 4 , 4	6 , 10 , 34

o في المثلث أي العبارات التالية صحيح ؟

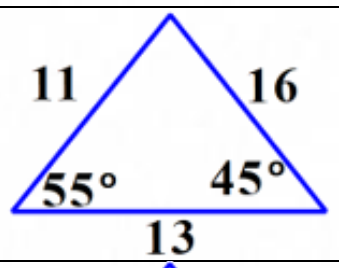
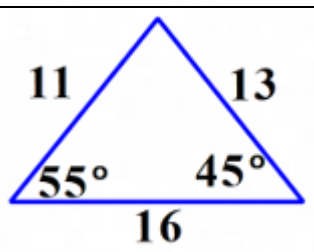
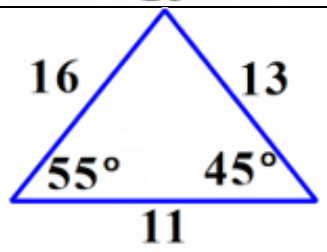
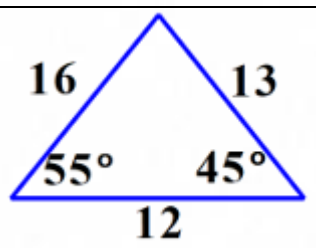


A	B	C	D
$x = z$	$x < z$	$x > z$	$y > x$

π حدد أربعة طلاب بعض القياسات للمثلث **QRS** أي منهم كان تحديده صحيح؟

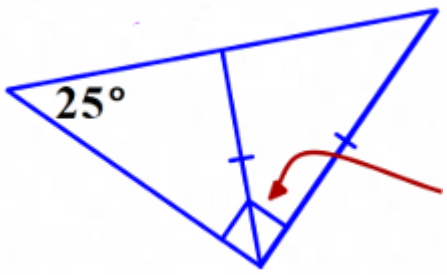
A	محمد 	B	أحمد 
C	علي 	D	عمر 

θ أي من المثلثات التالية صحيحة ، علما بأن الرسم ليس على القياس ؟

A		B	
C		D	

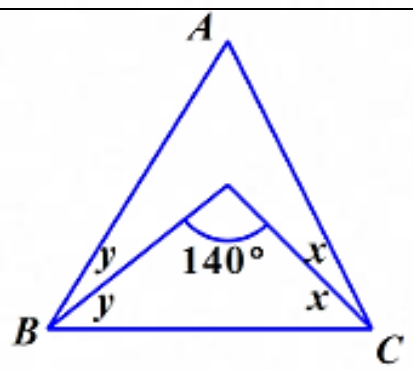
ρ إذا كان مجموع الزوايا الداخلية لمضلع منتظم يساوي **900** ، فما عدد أضلاع هذا المضلع ؟

A		B		C		D	
8		7		6		5	



σ قيمة الزاوية المشارة بالسهم ؟

A		B		C		D	
25		50		60		100	

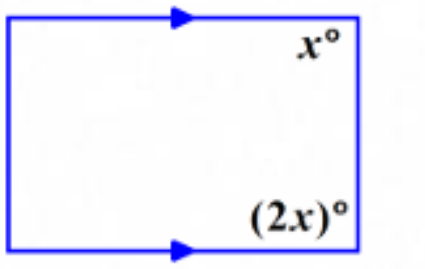


τ أوجد قياس زاوية A

A		B		C		D	
80		100		70		50	

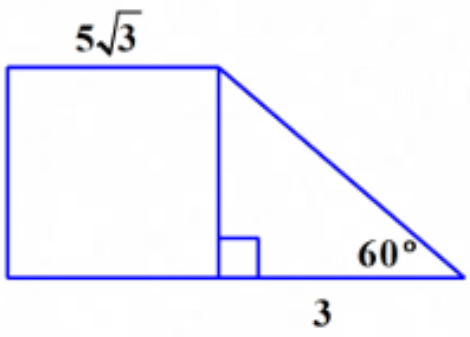
υ كم عدد أضلاع المضلع المنتظم الذي قياس زاويته الداخلية $^\circ$ **135** ؟

A		B		C		D	
6		5		7		8	



ϖ أوجد قيمة x في الشكل المجاور :

A		B		C		D	
60		120		50		80	



ω ما مساحة المستطيل في الشكل التالى بالوحدة المربعة؟

A		B		C		D	
8		15		45		60	

B	θ	A	γ	A	]	B	Σ	C	I	A	?	C	5	C	+	D	!
B	ρ	B	η	C	⊥	C	T	A	ϑ	B	≅	B	6	C	,	C	∀
B	σ	A	ι	A	_	D	Y	C	K	A	A	D	7	C	–	B	#
B	τ	C	φ	A	¯	A	ς	A	Λ	C	B	B	8	D	.	C	∃
D	υ	B	κ	D	α	A	Ω	A	M	A	X	B	9	B	/	B	%
A	ϖ	C	λ	C	β	B	Ξ	C	N	D	Δ	A	:	A	0	D	&
C	ω	B	μ	C	χ	B	Ψ	A	O	D	E	B	;	B	1	B	϶
A	ν	A	δ	A	Z	C	Π	A	Φ	B	<	A	2	A	(		
B	ο	C	ε	C	[	C	Θ	C	Γ	A	=	D	3	C	)		
B	π	B	ϕ	A	∴	C	P	D	H	B	>	C	4	C	*		

منصة الهدف التعليمية
قدرات وتحصيلي
مستر إبراهيم الشافعي