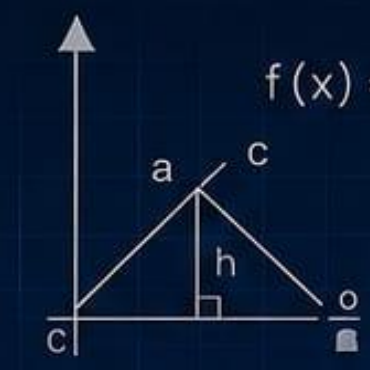
منصة الهدف التعليمية



$x^2 + y^2 = r^2$

$\sqrt{x}$



الهدف في رياضيات تحصيلي

تأسيس من الصفر والوصول إلى 100

إعداد مدرب الرياضيات

إبراهيم الشافعي

- اختبارات شاملة
- تدريبات متنوعة
- استراتيجيات ذكية
- شرح مبسط ومنظم

للحجز والاستعلام

0597923622

alhadaf-edu.com

منصة الهدف التعليمية

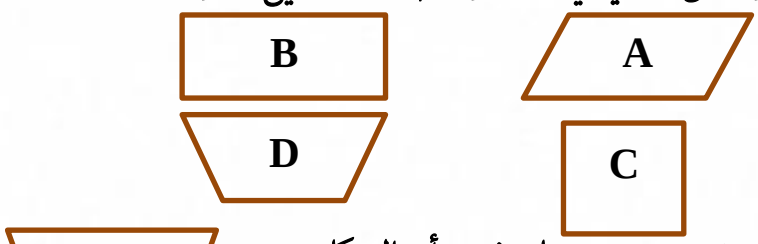
1) المنطق الرياضي والهندسة

المثال المضاد

- المقصود به : مثال نثبت به أن الجملة المعطاة ليست صحيحة دائما؟

مثال : "إذا كان الشكل رباعيًا فإن كل ضلعين متقابلين متطابقين"

أي الأشكال التالية يُعد مثالا مضادًا للتخمين أعلاه؟



الحل : نبحث عن خيار يثبت أن الشكل رباعي وبه ضلعين مقابلين غير متطابقين،
ونلاحظ في الخيار D أن القاعدتين المتقابلتين غير متطابقتين.

العبارات الشرطية المرتبطة

- $p \wedge q$ نقرؤها " p و q" وتكون صائبة T في حالة واحدة عندما p و q صائبتان معًا
- $p \vee q$ ، نقرؤها " p أو q" ، وتكون خاطئة (F) في حالة واحدة عندما " p و q" خاطئتا معًا.
- $p \rightarrow q$ ، نقرؤها "إذا كان p فإن q " ، وتكون خاطئة في حالة واحدة عندما يكون الفرض صائبًا والنتيجة خاطئة.
- جدول صواب العبارات المركبة و الشرطية .

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	F	T	T
F	F	F	F	T

- نفي العبارة : العبارة الصائبة نفيها عبارة خاطئة والعكس بالعكس ، فمثلًا : إذا كانت العبارة p صحيحة فإن نفيها $(\sim p)$ خاطئ.

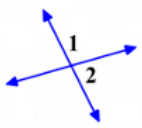
العبارات المركبة والشرطية

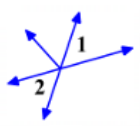
- عبارات شرطية مرتبطة بالعبارة الشرطية المعطاة....

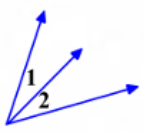
العبارة	مكوناتها
الشرطية	فرض معطى ونتيجة $(p \rightarrow q)$
العكس	تبديل الفرض والنتيجة $(q \rightarrow p)$
المعكوس	نفي كل من الفرض والنتيجة $(\sim p \rightarrow \sim q)$
المعاكس الإيجابي	نفي كل من الفرض والنتيجة في عكس العبارة الشرطية $(\sim q \rightarrow \sim p)$

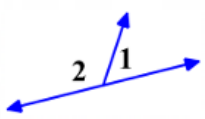
---

① التخمين التالي "إذا تشاركت $\angle 2$, $\angle 1$ في نقطة واحدة فإن الزاويتين متجاورتان" أي الأشكال التالية يعد مثالًا مضاداً للتخمين أعلاه؟

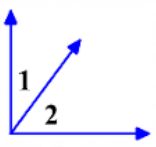
A 

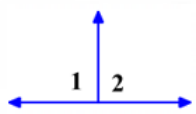
B 

C 

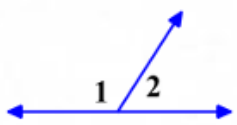
D 

② التخمين التالي "إذا كانت $\angle 2$, $\angle 1$ متجاورتين فإن الزاويتين متكاملتان" أي الأشكال التالية يُعد مضاداً للتخمين أعلاه؟

A 

B 

C 

D 

③ إذا كانت العبارتان p , q غير صائبتين ، فأي العبارات التالية صائب؟

A	$p \wedge q$	B	$p \vee p$
C	$\sim p \rightarrow q$	D	$\sim q \rightarrow \sim q$

④ في جدول صواب العبارة $(\sim p \wedge q)$ قيمة الصواب التي تحل محل y ، x هي .....

p	q	$(\sim p \wedge q)$
T	T	F
T	F	x
F	T	y
F	F	F

A	$x = T , y = T$	B	$x = T , y = F$
C	$x = F , y = T$	D	$x = F , y = F$

⑤ المعاكس الإيجابي للعبارة $\sim p \rightarrow q$ هو .....

A	$\sim p \rightarrow \sim q$	B	$\sim q \rightarrow p$
C	$\sim q \rightarrow \sim p$	D	$p \rightarrow q$

⑥ ما المعاكس الإيجابي للعبارة "إذا كان $x = 2$ فإن $x^2 = 4$" ؟

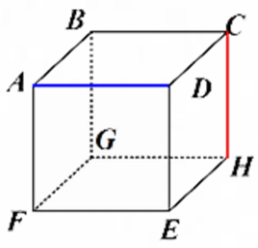
A	إذا كان $x \neq 2$ فإن $x^2 \neq 4$	B	إذا كان $x^2 \neq 4$ فإن $x \neq 2$
C	إذا كان $x = 2$ فإن $x^2 \neq 4$	D	إذا كان $x^2 = 4$ فإن $x = 2$

⑦ العبارة الشرطية "إذا كان الرجل تاجرا فإنه غني" معاكسها الإيجابي .....

A	إذا كان الرجل غنيًا فإنه تاجر	B	إذا لم يكن الرجل غنيا فإنه ليس تاجرًا
C	إذا لم يكن الرجل تاجرًا فإنه لا يكون غنيا	D	إذا كان الرجل غير غني فإنه تاجر

النقاط والمستقيمات والمستويات

- أي نقطتين يمر بهما مستقيم واحد فقط.
- أي ثلاث نقاط مختلفة لا تقع على استقامة واحدة يمر بها مستوى واحد فقط.
- أي مستقيم يحوي نقطتين على الأقل.
- كل مستوى يحوي ثلاث نقاط على الأقل ليست على استقامة واحدة.
- إذا تقاطع مستقيمان فإنهما يتقاطعان في نقطة واحدة.
- إذا تقاطع مستويان فإن تقاطعهما مستقيم.
- المستقيمان المتخالفان لا يقعان في مستوى واحد ولا يتقاطعان ، فمثلا.....

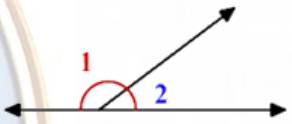


$\overline{CH}$ يخالف $\overline{AD}$
بينما $\overline{CD}$ لا يخالف $\overline{AB}$ لأنهما يقعان في نفس المتوى ومتوازيان

بعض العلاقات بين الزوايا

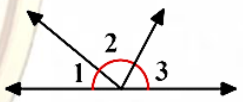
- الزاويتان المتكاملتان مجموع قياسهما $180°$.
  - الزاويتان المتجاورتان على مستقيم متكاملتان ، فمثلا ....

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 180°$$

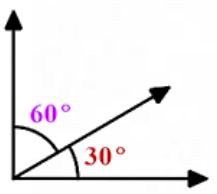


- الزاوية المستقيمة قياسها $180°$

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180°$$

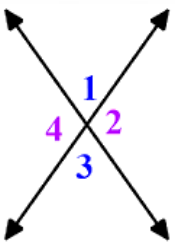


- الزاويتان المتتامتان مجموع قياسهما $90°$.



- فائدة : متممات الزاوية الواحدة لها القياس نفسه ، ومكملات الزاوية الواحدة لها القياس نفسه.
- كل زاويتين متقابلتين بالرأس متساويتان في القياس (متطابقتان).

$$m\angle 1 = m\angle 3 \quad , \quad m\angle 2 = m\angle 4$$



- مجموع قياسات الزوايا المتجمعه حول نقطة $360°$

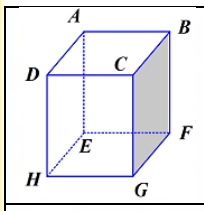
$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 = 360°$$

---

⑧ إذا كان المستقيمان متخالفين فإنهما :

A	يقعان في مستوى واحد ولا يتقاطعان	B	يقعان في مستوى واحد و يتقاطعان
C	لا يقعان في مستوى واحد ولا يتقاطعان	D	لا يقعان في مستوى واحد و يتقاطعان

⑨ في الشكل متوازى مستطيلات ، أي زوج من القطع المستقيمة التالية متخالفة؟

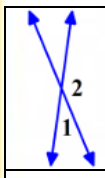


A	$\overline{BC}\,,\overline{FG}$	B	$\overline{BF}\,,\overline{DH}$
C	$\overline{HG}\,,\overline{DH}$	D	$\overline{BC}\,,\overline{EF}$

⑩ إذا كانت $\angle 2\,,\angle 1$ زاويتين متكاملتين ، وكان $m\angle 1 = 120°$ ، فإن $m\angle 2$ يساوي

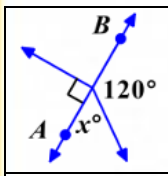
A	$30°$	B	$40°$
C	$50°$	D	$60°$

⑪ في الشكل إذا كان $m\angle 1 = 30°$ فأوجد $m\angle 2$



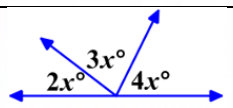
A	$30°$	B	$60°$
C	$150°$	D	$160°$

⑫ في الشكل إذا كان AB مستقيما فما قيمة x ؟



A	$4°$	B	$60°$
C	$70°$	D	$80°$

⑬ ما قيمة x في الشكل؟



A	$20°$	B	$30°$
C	$40°$	D	$50°$

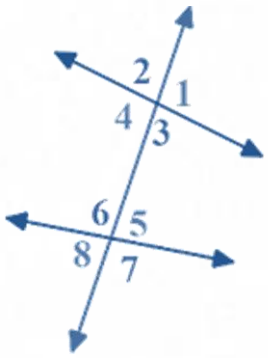
⑭ إذا كانت $\angle 2\,,\angle 1$ زاويتين متتامتين ، وكان $m\angle 1 = 40°$ ، فإن $m\angle 1$ يساوي

A	$30°$	B	$40°$
C	$50°$	D	$60°$

⑮ إذا كانت $\angle A\,,\angle B$ زاويتين متتامتين ، وكانت $\angle A\,,\angle C$ زاويتين متتامتين فأي التالى صحيح؟

A	$m\angle A + m\angle B = 180°$	B	$m\angle A + m\angle C = 180°$
C	$m\angle B > m\angle C$	D	$m\angle B = m\angle C$

الزوايا والمستقيمات المتوازية

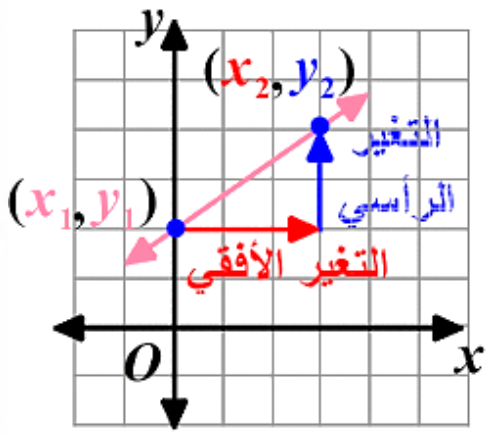


- إذا قطع مستقيم مستقيمين أو أكثر فإنه يكون زوايا عبارة عن .....
  - زوايا داخلية ....
    ∠3 , ∠4 , ∠5 , ∠6
  - زوايا خارجية
    ∠1 , ∠2 , ∠7 , ∠8
  - الزاويتان المتحالفتان : زاويتان داخليتان واقعتان في جهة واحدة من القاطع .....
    ∠4 مع ∠6 و ∠3 مع ∠5
  - الزاويتان المتبادلتان داخليا : زاويتان داخليتان غير متجاورتين تقعان في جهتين مختلفتين من القاطع....
    ∠4 مع ∠5 و ∠3 مع ∠6
  - الزاويتان المتبادلتان خارجيا : زاويتان خارجيتان غير متجاورتين تقعان في جهتين مختلفتين من القاطع .....
    ∠1 مع ∠8 و ∠2 مع ∠7
  - الزاويتان المتناظرتان : زاويتان واقعتان في جهة واحدة من القاطع ، إحداهما داخلية والأخرى خارجية وغير متجاورتين
    ∠1 مع ∠5 و ∠2 مع ∠6
    ∠4 مع ∠8 و ∠3 مع ∠7
- المستقيم القاطع لمستقيمين متوازيين يكون 8 زوايا .....
  - كل زاويتين متناظرتين متطابقتان .
  - كل زاويتان متبادلتين متطابقتان.
  - كل زاويتين متحالفتين متكاملتان.

ميل المستقيم

- ميل المستقيم المار بالنقتين $(x_1 , y_1) , (x_2 , y_2)$ .....

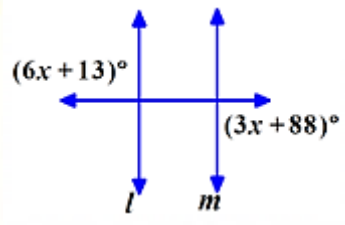
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_2} \quad , \quad x_2 \neq x_1$$



- فائدة : إذا بدأنا بـ y_1 في البسط فإننا نبدأ بـ x_1 في المقام.

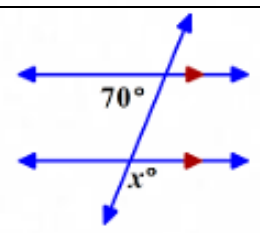
---

⑯ في الشكل ما قيمة x التى تجعل $m \parallel l$ ؟



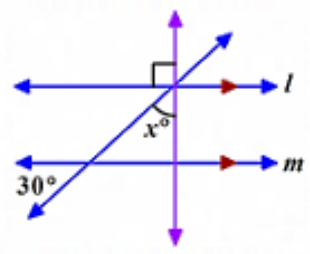
A	30 °	B	25 °
C	20 °	D	15 °

⑰ في الشكل ما قيمة x ؟



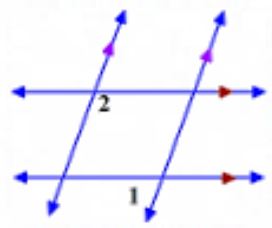
A	20 °	B	70 °
C	90 °	D	110 °

⑱ في الشكل إذا كان $m \parallel l$ فما قيمة x ؟



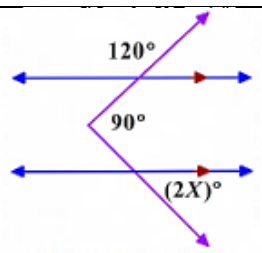
A	15 °	B	30 °
C	60 °	D	80 °

⑲ في الشكل إذا كان $m\angle 1 = 80°$ ، فأوجد $m\angle 2$



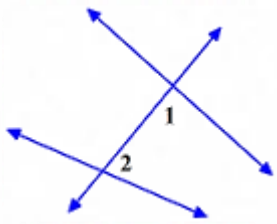
A	100 °	B	80°
C	20 °	D	10°

⑳ في الشكل ما قيمة x ؟



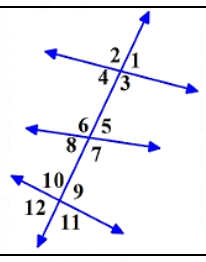
A	15 °	B	25 °
C	30 °	D	50 °

㉑ في الشكل ∠2 , ∠1 زاويتان ....



A	داخليتان متبادلتان	B	خارجيتان متبادلتان
C	متناظرتان	D	داخليتان متحالفتان

㉒ في الشكل الزاويتان المتبادلتان خارجياً هما ....



A	∠8 , ∠1	B	∠4 , ∠6
C	∠6 , ∠3	D	∠10 , ∠9

㉓ ميل المستقيم المار بالنقطتين $(1 , 1)$ و $(6 , -2)$ يساوى ....

A	$\frac{5}{4}$	B	$\frac{-5}{3}$
C	$\frac{-3}{5}$	D	$\frac{3}{5}$

㉔ ما قيمة x التى تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(1 , 3)$ و $(2x , -5)$ يساوي 2 ؟

A	-6	B	-3
C	0	D	3

معادلة المستقيم

- معادلة مستقيم بدلالة الميل والمقطع y .....

$$y = mx + b$$

  - مثال توضيحي : المستقيم $y = 2x + 1$ ميله 2 ، والمقطع y له يساوي 1 .
- معادلة مستقيم بدلالة ميله ونقطة تقع عليه (x_1 , y_1) ...

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

مثال : أوجد معادلة المستقيم الذي ميله 2 ، ويمر بالنقطة $(6 , 7)$

الحل : بالتعويض في المعادلة .....

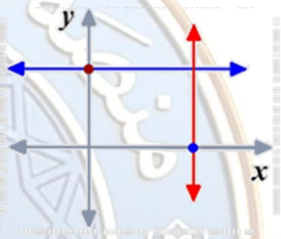
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 7 = 2(x - 6)$$

$$y - 7 = 2x - 12$$

$$y = 2x - 12 + 7$$

$$y = 2x - 5$$



- معادلة المستقيم الأفقي ..... $y = b$ ، وميله صفر
- معادلة المستقيم الرأسي ..... $x = a$ ، وميله غير معروف
- فائدة : باستثناء المستقيمات ال رأسية فإن .....

المستقيمين المتوازيين لهما الميل نفسه ،

المستقيمين المتعامدين حاصل ضرب ميليهما -1

مثال : أي التالي معادلة مستقيم يمر بالنقطة $(-2 , 1)$ ويعامد المستقيم $y = \frac{1}{3}x + 5$ ؟

A) $y = -\frac{1}{3}x - 5$ B) $y = \frac{1}{3}x + 7$

C) $y = -3x - 5$ C) $y = 3x + 7$

الحل : معادلة المستقيم المعطى بدلالة الميل m

$$y = mx + b$$

أي أن ميل المستقيم $y = \frac{1}{3}x + 5$ يساوي $\frac{1}{3}$ ، ومنه فإن .....

ميل المستقيم العمودي عليه يساوي -3 (نقلب ونعكس الإشارة)

معادلة المستقيم المطلوب هي $y = -3x + b$

وهذه المعادلة لا تناسب إلا الخيار C

㉕ ما معادلة المستقيم الذي ميله 4 ةمقطع المحور y له يساوس 5 ؟			
A	$y = 5x + 4$	B	$y = 4x + 5$
C	$x = 5y + 4$	D	$x = 4y + 5$

㉖ ما معادلة المستقيم الذي ميله 2 ويمر بالنقطة $(0 , 8)$ ؟			
A	$y = 2x + 8$	B	$y = 2x - 8$
C	$y = 2x - 4$	D	$y = 2x + 4$

㉗ ما معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(0 , 5)$, $(-9 , 2)$ ؟			
A	$y = 3x + 5$	B	$y = \frac{1}{3}x + 5$
C	$y = -\frac{1}{3}x + 5$	D	$y = \frac{1}{3}x - 5$

㉘ المستقيم $y = -2$ يمر بالنقطتين :			
A	$(-2 , -7) , (-2 , 1)$	B	$(4 , -7) , (4 , 7)$
C	$(7 , 2) , (-2 , 2)$	D	$(4 , -2) , (-2 , -2)$

㉙ ما قيمة n التى تجعل المستقيم $y = (n + 1)x + 4$ أفقيا؟			
A	-4	B	-1
C	4	D	1

㉚ أي التالي يعد وصفاً مناسباً للتمثيل البياني للمعادلتين $3y = 9x + 27$, $y = 3x - 6$			
A	مستقيمان متوازيان	B	مستقيمان لهما نفس المقطع y نفسه
C	مستقيمان متعامدان	D	مستقيمان لهما نفس المقطع x نفسه

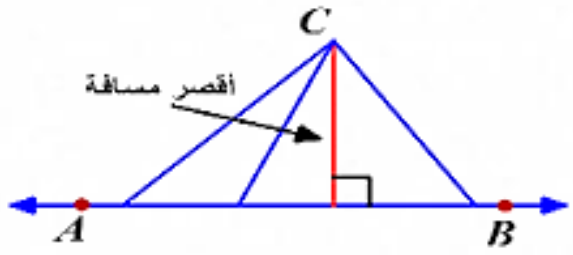
㉛ ما ميل المستقيم العمودي على المستقيم الذي معادلته $y = 3x - 3$ ؟			
A	-3	B	$-\frac{1}{3}$
C	$\frac{1}{3}$	D	3

㉜ المستقيم المار بالنقطتين $(2 , 1)$ و $(5 , 3)$ يعامد المستقيم الذي ميله			
A	$-\frac{3}{2}$	B	$-\frac{2}{3}$
C	$\frac{2}{3}$	D	$\frac{3}{2}$

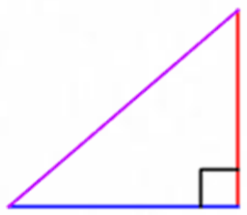
㉝ ما معادلة الخط المستقيم الموازي للمستقيم الذي معادلته $4y - 12 = x$ ومقطع المحور y له -5 ؟			
A	$y = \frac{1}{4}x - 5$	B	$y = \frac{1}{4}x + 5$
C	$y = \frac{3}{4}x - 5$	D	$y = \frac{3}{4}x + 5$

البعد بين مستقيم ونقطةلا تقع عليه

- المقصود به : طول القطعة المستقيمة العمودية على المستقيم من تلك النقطة.



- للتذكير : نظرية فيثاغورث للمثلث قائم الزاوية ...



$$(\text{الضلع الآخر})^2 + (\text{الضلع القائم})^2 = (\text{الوتر})^2$$

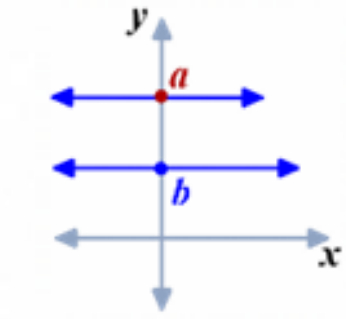
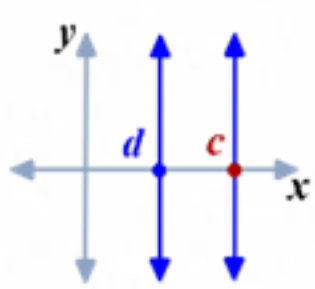
ومن ثلاثيات فيثاغورث المشهورة $(3 , 4 , 5)$

ومضاعفاتها مثل : $(6 , 8 , 10)$

- في المخروط ...
  - ارتفاع h
  - نصف قطر القاعدة r
  - الراسم l
- البعد بين النقطتين (x_2 , y_2) , (x_1 , y_1) يساوى .....

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

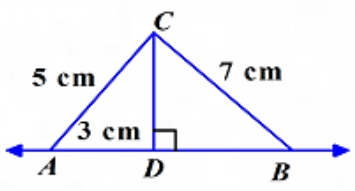
البعد بين مستقيمين متوازيين

البعد بين مستقيمين متوازيين	
أفقيًا	رأسيًا
	
$y = b , y = a$ البُعد = $\lvert a - b \rvert$	$x = d , x = c$ البُعد = $\lvert c - d \rvert$

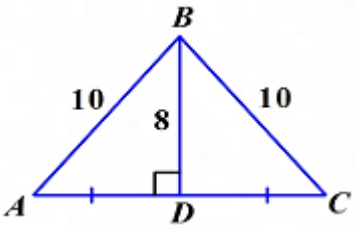
---

٣٤ ما معادلة المستقيم العمودي على المستقيم الذي معادلته $y = 5x + 3$ عند $(0 , 3)$ ؟			
A	$y = \frac{1}{5}x + 3$	B	$y = -\frac{1}{5} + 3$
C	$y = -5x + 3$	D	$y = 5x + 3$

٣٥ في الشكل أوجد البعد بين المستقيم AB والنقطة C			
A	4	B	5
C	7	D	15



٣٦ في الشكل أوجد طول $\overline{AC}$			
A	12	B	13
C	16	D	18



٣٧ مخروط دائري قائم طول قطر قاعدته $6\ cm$ ، وارتفاعه $2x\ cm$ ، وطول راسمه $5\ cm$ ، ما قيمة x ؟			
A	2	B	3
C	4	D	5



٣٨ البعد بين النقطتين $P_2(1, -5)$ و $P_1(5, -2)$ يساوي			
A	$\sqrt{10}$	B	5
C	$\sqrt{37}$	D	25

٣٩ البعد بين المستقيمين المتوازيين $y = -2 , y = 4$ يساوي			
A	2	B	3
C	4	D	6

٤٠ البعد بين المستقيمين المتوازيين $x = 7 , x = -3$ يساوي			
A	4	B	9
C	10	D	14

تجميعات إضافية على الدرس الأول

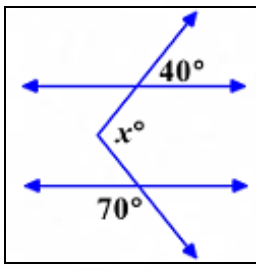
(٤١) خمن الحد التالي في النمط (ابدأ من اليسار) : ... ... , $\frac{7}{3}$, $\frac{5}{3}$, 1 , $\frac{1}{3}$							
A	$\frac{8}{3}$	B	$\frac{11}{3}$	C	4	D	$\frac{13}{3}$

(٤٢) الحد التالي في النمط ... ... , 23 , 11 , 5 , 2							
A	37	B	43	C	47	D	53

(٤٣) أي الأشكال الآتية يعتبر مثالا مضادا للتخمين : إذا كانت جميع أضلاع الشكل الرباعي متطابقة فإنه مربع؟							
A	المعين	B	المستطيل	C	متوازي الأضلاع	D	شبه منحرف

(٤٤) العبارة p صحيحة والعبارة q خاطئة ، فأي العبارات التالية خاطئة؟							
A	$p \wedge q$	B	$p \vee q$	C	$p \wedge \sim q$	D	$p \vee \sim q$

(٤٥) قيمة الزاوية x تساوي؟



A	150 °	B	50 °	C	110 °	D	30 °

(٤٦) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين : $(0 , 5)$, $(9 , 2)$							
A	$\frac{1}{4}$	B	$\frac{1}{2}$	C	$-\frac{1}{2}$	D	$-\frac{1}{3}$

(٤٧) المستقيم $y = -1$ يمر بالنقطتين :							
A	$(-2 , -7) , (-2 , 1)$	B	$(4 , -7) , (4 , 7)$	C	$(7 , 1) , (-2 , 1)$	D	$(4 , -1) , (-2 , -1)$

(٤٨) المستقيم المعامد للمستقيم $y = -\frac{3}{2}x + 7$							
A	$y = \frac{2}{3}x + 3$	B	$y = \frac{3}{2}x + 4$	C	$y = \frac{1}{4}x - 1$	D	$y = \frac{3}{4}x - 5$

(٤٩) معادلة المستقيم العمودي على المستقيم الذي معادلته $y = 2x + 3$ هي							
A	$y = 2x + \frac{1}{3}$	B	$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}$	C	$y = 2x - \frac{1}{3}$	D	$y = -\frac{1}{2}x - 3$

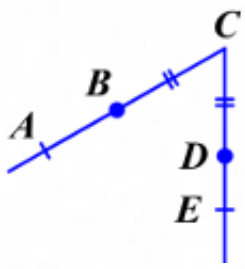
(٥٠) البعد بين النقطتين $P_1(5, -2)$, $P_2(1 , -5)$ يساوي :							
A	$\sqrt{10}$	B	5	C	$\sqrt{37}$	D	25

⑤١ البعد بين المستقيمين المتوازيين $x = 7$, $x = 3$ يساوي :							
A	2	B	3	C	4	D	6

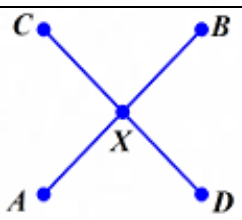
⑤٢ البعد بين المستقيمين المتوازيين $y = 2$, $y = 4$ يساوي :							
A	2	B	3	C	4	D	6

⑤٣ البعد بين المستقيمين المتوازيين $y = -3$, $y = 5$ يساوي :							
A	2	B	3	C	5	D	8

⑤٤ ما الخاصية التى تبرر العبارة : "إذا كان $3\left(x - \frac{7}{6}\right) = 5$ فإن $3x - \frac{7}{2}$"							
A	التوزيع	B	الطرح	C	الجمع	D	الضرب

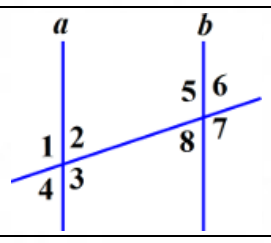
⑤٥ إذا كانت $\overline{BC} = \overline{DC}$ فإن $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{DC}$ ، ما هي الخاصية المستعملة؟				
A	خاصية الجمع	B	خاصية التعويض	
C	خاصية التعدي	D	خاصية التماثل	

⑤٦ ما الخاصية المستخدمة في العبارات الريتضية التالية : $3x - y = -y + 3x$							
A	خاصية الابدال	B	خاصية الجمع	C	خاصية التوزيع	D	خاصية الانغلاق

⑤٧ في الشكل المجاور ، إذا كان $\overline{DX} \cong \overline{AX}$, $\overline{AB} \cong \overline{DC}$								
A	$\overline{AD} \cong \overline{BC}$	B	$\overline{BX} \cong \overline{CX}$	C	$\overline{DX} \cong \overline{XA}$	D	$\overline{BD} \cong \overline{DA}$	

⑤٨ إذا كانت $\angle B$, $\angle A$ زاويتان متتامتان ، وكانت $\angle Z$,$\angle A$ زاويتان متتان ، فأى الآتى صحيح؟			
A	$\angle A = \angle Z$	B	$m\angle A + m\angle Z = 180°$
C	$m\angle A + m\angle B = 180°$	D	$\angle B = \angle Z$

⑤٩ أي العبارات الآتية منطقي بالنسبة لـ A و B : $A-$ أي عدد يقبل القسمة على 4 فإنه يقبل القسمة على 2 $B-$ إذا كان العدد يقبل القسمة على 2 فإنه زوجي			
A	إذا كان العدد يقبل القسمة على 4 فإنه يقبل القسمة على 2	B	إذا كان العدد زوجي فإنه يقبل القسمة على 4
C	إذا كان العدد يقبل القسمة على 4 فإنه زوجي	D	إذا كان العدد غير زوجي فإنه لا يقبل القسمة على 4

⑥٠ في الشكل المقابل، أي الحقائق الآتية ليست كافية لإثبات أن المستقيم a يوازي المستقيم b ؟			
A	الزاوية 2 = الزاوية 4	B	الزاوية 2 = الزاوية 8
C	الزاوية 4 = الزاوية 6	D	الزاوية 1 = الزاوية 5

⑥١ في العبارة الشرطية "إذا كان الشكل الرباعي مستطيل فإن قطريه متطابقان" النتيجة هي:							
A	الشكل الرباعي مستطيل	B	المستطيل شكل رباعي	C	القطران متطابقان	D	زواياه حادة

⑥٢ إذا كان لدينا ثلاث نقاط A , B , C بحيث أن $AB + CB = AC$ فإن هذي النقاط تشكل :							
A	قطعة مستقيمة AB	B	مثلث ضلعه الأكبر AC	C	قطعة مستقيمة AC	D	مثلث ضلعه الأكبر BC

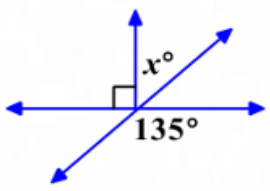
⑥٣ إذا فازز أحمد في المسابقة فإنه يحصل على الجائزة ، ما المعاكس الإيجابي لهذه العبارة الشرطية؟			
A	إذا حصل أحمد على الجائزة فإنه اشترك في المسابقة	B	إذا لم يفز أحمد في المسابقة فإنه لا يحصل على جائزة
C	إذا لم يحصل أحمد على الجائزة فإنه لم يفز في المسابقة	D	إذا فاز أحمد في المسابقة فإنه لم يحصل على جائزة

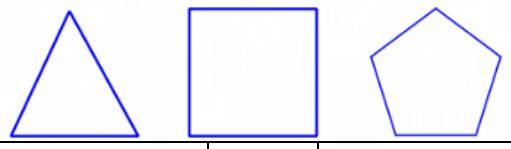
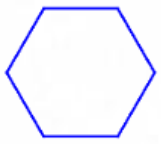
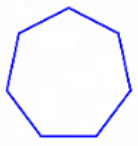
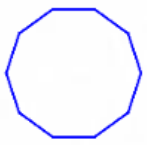
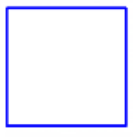
⑥٤ الفرض الذي نبدأ به البرهان غير المباشر للعبارة $x < b$ هو :							
A	$x > b$	B	$x = b$	C	$x \leq b$	D	$x \geq b$

⑥٥ أي مما يلي هي معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة $(-2\ ,\ 1)$ ويعامد المستقيم $y = \frac{1}{3}x + 5$							
A	$y = 3x + 7$	B	$y = \frac{1}{3}x + 7$	C	$y = \frac{1}{3}x - 5$	D	$y = -3x - 5$

⑥٦ معادلة المستقيم العمودي على المستقيم الذي معادلته $y = 2x + 3$ هي :							
A	$y = 2x - 3$	B	$y = -\frac{1}{2}x - 3$	C		D	

⑥٧ mnz قيمة ميل $m = \frac{2}{3}$ علما بأن $m \parallel n$ و $z \perp m$ ما قيمة ميل z ؟							
A	$\frac{2}{3}$	B	$\frac{3}{2}$	C	$\frac{-2}{3}$	D	$\frac{-3}{2}$

⑥٨ ما قيمة x في الشكل؟									
A	45	B	60	C	50	D	65		

⑥٩ ما الشكل التالي في النمط 								
A		B		C		D		

إستعمال الشكل التالي أي العبارات الشرطية التالية صائبة؟

(٧٠)

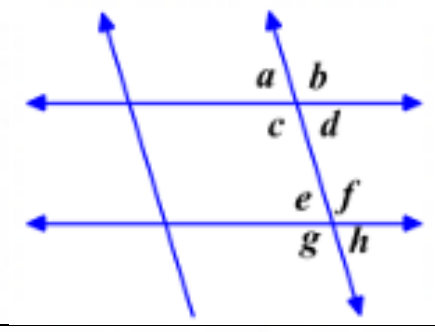


A	إذا كان الشخص يسكن في السعودية فإنه يسكن في اسيا	B	إذا كان الشخص يسكن في اسيا فإنه يسكن في السعودية
C	إذا لم يسكن الشخص في السعودية فإنه لا يسكن في اسيا	D	إذا لم يسكن الشخص في اسيا فإنه يسكن في السعودية

(٧١) زاويتان متكاملتان ونسبتهم 1 : 1

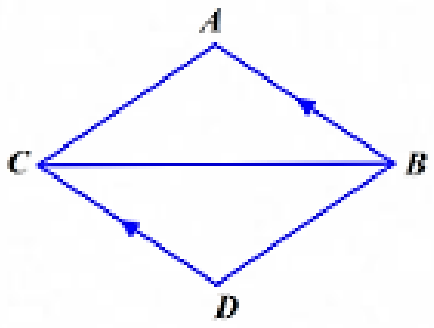
A	90 : 90	B	80 : 80	C	120 : 60	D	70 : 70

(٧٢) أوجد مجموع $a + d + f + g$ .....



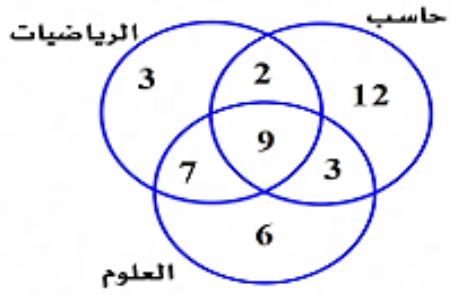
A	360 °	B	180 °	C	340 °	D	279 °

(٧٣) في الشكل التالى أي مما يأتى ليس صحيحا :



A	$\overline{CB} = \overline{AC}$	B	$\overline{AC} \parallel \overline{DB}$	C	$\Delta ABC \cong \Delta DCB$	D	$\overline{AC} \cong \overline{DB}$

(٧٤) وفقا للرسم المجاور فإن عدد المشتركين في مادتي الحاسب والعلوم معا يبلغ عددهم:

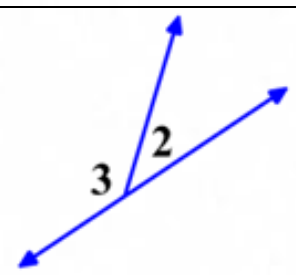


A	39	B	14	C	12	D	9

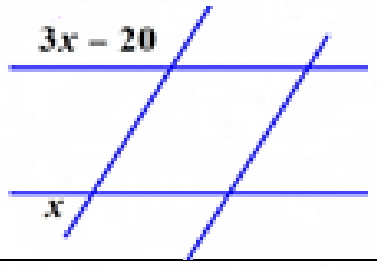
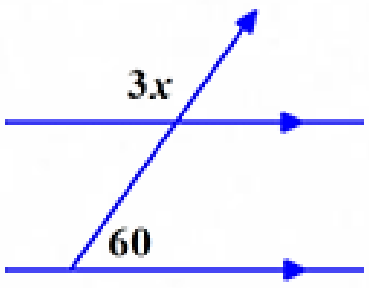
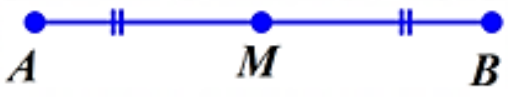
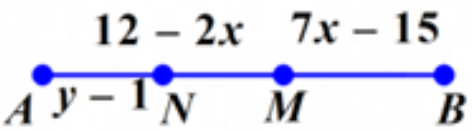
(٧٥) العبارة الشرطية (إذا كان مجموع قياسي زاويتين ° 90 فإنهما متتامتان) معكوسها

A	إذا كانت الزاويتين متتامتين فإن مجموع قياسهما ° 90	B	إذا كان مجموع قياسي زاويتين لا يساوى ° 90 فإنهما غير متتامتين
C	إذا كان مجموع قياسي زاويتين لا يساوي ° 90 فإنهما متتامتين	D	إذا كانت الزاويتين غير متتامتين فإن مجموع قياسييهما ° 90

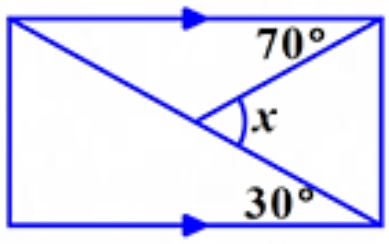
(٧٦) في الشكل التالي : $\angle 3$, $\angle 2$ متجاورتان على مستقيم ،
إذا كان $m\angle 3 = 4n - 22$, $m\angle 2 = n + 2$ ، فإن : $m\angle 2$ يساوي :

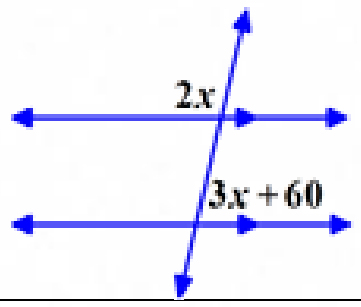


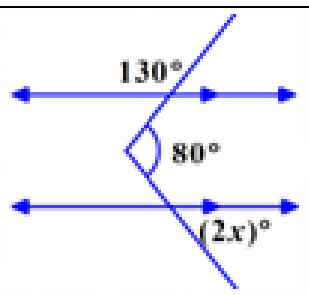
A	67 °	B	53 °	C	42 °	D	17 °

٧٧ أوجد قيمة x 							
	A	30	B	40	C	50	D	60
٧٨ أوجد قيمة x 							
	A	30	B	40	C	50	D	60
٧٩ ما هي معادلة المستقيم العمودي على المستقيم $y = 3x + 4$ والذي يمر بالنقطة $(-4 , 3)$ ؟							
	A	$y = -\frac{1}{3}x - 3$	B	$y = -\frac{1}{3}x + 3$	C	$y = 3x + 3$	D	$y = 3x - 3$
٨٠ المسافة بين النقطتين $(7 , 2)(19 , 7)$ يساوي							
	A	10	B	12	C	13	D	14
٨١ مستقيم يمر بالنقطتين $(4x , -7) , (1 , 4)$ ميله بساوي (-2) ، ما قيمة x ؟							
	A	-8	B	-2	C	0	D	2
٨٢ قيمة x التى تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(1 , 9) , (-7 , -x)$ يساوي 4 ؟							
	A	2	B	3	C	16	D	9
٨٣ في الشكل ، إذا كان $\overline{AM} \cong \overline{MB}$ وكان $AM = 5$ فإن $AB =$ ..... 							
	A	2.5	B	5	C	7.5	D	10
٨٤ إذا كانت M تقع في وسط AB وكانت N تقع في وسط AM ، فإن قيمة y = ... 							
	A	6	B	12	C	7	D	4
٨٥ أي مما يلي لا يقطع المستقيم $y = 3$							
	A	$x = 2$	B	$y = -3$	C	$y = 3 - x$	D	$y = 3 + x$
٨٦ ما معادلة المستقيم الموازي للمستقيم $4y = x + 12$ والذي مقطع محور y له -5							
	A	$y = 4x + 5$	B	$y = \frac{1}{4}x + 5$	C	$y = 4x - 5$	D	$y = \frac{1}{4}x - 5$
٨٧ إذا كان لدينا النقطتان $(6 , 5)$ و $(2 , 2)$ فإن نقطة المنتصف هي							
	A	$(4 , \frac{7}{2})$	B	$(\frac{7}{2} , 4)$	C	$(4 , 4)$	D	$(2 , 4)$

(٨٧) إذا كان $\overline{BC} = \overline{DC}$ فإن $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{DC}$ ، فإن الخاصية المستعملة هي							
A	خاصية الجمع	B	خاصية التعويض	C	خاصية التعدي	D	خاصية التماثل

(٨٩) ما قيمة x في الشكل المجاور؟								
A	90 °	B	100 °	C	120 °	D	110 °	

(٩٠) في الشكل أدناه ، ما قيمة x ؟								
A	24	B	30	C	50	D	60	

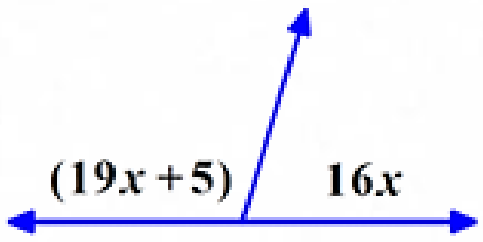
(٩١) في الشكل أدناه ، ما قيمة x ؟								
A	15	B	25	C	30	D	50	

(٩٢) إذا كان العدد يقبل القسمة على 2 , 3 فإنه يقبل القسم على 6 ، العدد x يقبل القسمة على 2 فإن :			
A	العدد x يقبل القسمة على 6	B	لا يمكن التنبؤ به
C	العدد x يقبل القسمة على 3	D	العدد x لايقبل القسمة على 6

(٩٣) إذا كان (اليوم الواحد 20 ساعة : p) و (قياس الزاوية القائمة $90 °$: q) ، فأي العبارات التالية خاطئة؟							
A	$p \wedge q$	B	$p \vee q$	C	$p \rightarrow q$	D	$\sim q \rightarrow q$

(٩٤) إذا كانت العبارتان p , q هما : p : $\sqrt{9} = 3$ إذا كانت الزاوية حادة فإنها أكبر من $90 °$: q فأي العبارات التالية صحيحة ؟							
A	$p \vee q$	B	$p \wedge q$	C	$\sim p \vee q$	D	$\sim p \wedge q$

(٩٥) إذا كانت العبارة $p \rightarrow q$ خاطئة ، وكانت العبارة p : 2 عدد زوجي ، فإن q :							
A	5 عدد فردي	B	3 عدد زوجي	C	5 ليس عدد زوجي	D	3 عدد فردي

(٩٦) في الشكل ، ما قيمة x ؟								
A	5	B	16	C	80	D	100	

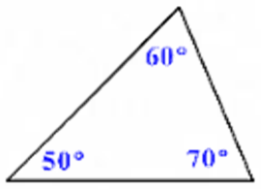
١	B	١١	C	٢١	D	٣١	B	٤١	B	٥١	C	٦١	C	٧١	C	٨١	A	٩١	A
٢	A	١٢	B	٢٢	A	٣٢	B	٤٢	C	٥٢	A	٦٢	C	٧٢	C	٨٢	A	٩٢	B
٣	D	١٣	A	٢٣	B	٣٣	A	٤٣	A	٥٣	D	٦٣	C	٧٣	C	٨٣	A	٩٣	A
٤	C	١٤	C	٢٤	C	٣٤	B	٤٤	A	٥٤	A	٦٤	D	٧٤	C	٨٤	D	٩٤	A
٥	B	١٥	D	٢٥	B	٣٥	A	٤٥	A	٥٥	A	٦٥	D	٧٥	B	٨٥	B	٩٥	B
٦	B	١٦	B	٢٦	A	٣٦	A	٤٦	A	٥٦	D	٦٦	B	٧٦	C	٨٦	D	٩٦	A
٧	B	١٧	B	٢٧	D	٣٧	B	٤٧	A	٥٧	D	٦٧	B	٧٧	D	٨٧	C		
٨	C	١٨	C	٢٨	C	٣٨	D	٤٨	B	٥٨	A	٦٨	D	٧٨	A	٨٨	B		
٩	D	١٩	D	٢٩	A	٣٩	B	٤٩	D	٥٩	D	٦٩	C	٧٩	A	٨٩	A		
١٠	D	٢٠	A	٣٠	A	٤٠	A	٥٠	C	٦٠	B	٧٠	A	٨٠	A	٩٠	C		

منصة الهدف التعليمية
قدرات وتحصيلي
مستر إبراهيم الشافعي

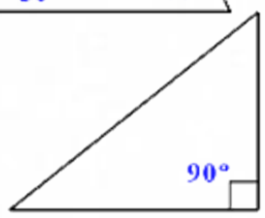
2) المثلثات والمضلعات

المثلث

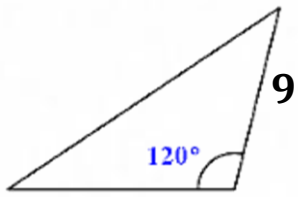
- مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مثلث $180°$.
- تصنيف المثلثات وفقًا لزواياها .....
  - حاد الزوايا
    قياس زواياه أقل من $90°$



  - قائم الزاوية
    يحوى زاوية قياسها $90°$



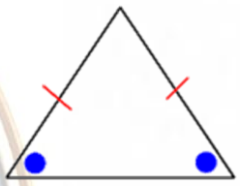
  - منفرج الزاوية
    يحوي زاوية قياسها أكبر من $90°$



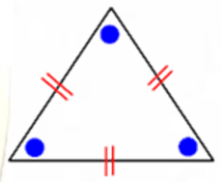
- تصنيف المثلثات وفقًا لأضلاعها .....
  - مختلف الأضلاع
    لا يحوي أضلاعاً متطابقة



  - متطابق الضلعين
    فيه ضلعان متطابقان على الأقل



  - متطابق الأضلاع
    أضلاعه كلها متطابقة



- فائدة : إذا حوي المثلث المتطابق الضلعين زاوية قياسها $60°$ فإنه يصبح متطابق الأضلاع .
- تنبيهان ...
  - زاويتا قاعدة المثلث المتطابق الضلعين متطابقتان.
  - زوايا المثلث المتطابق الأضلاع كلها متطابقة ، وقياس كل منها $60°$.
- فائدة : محيط أي شكل يساوي مجموع أطوال أضلاعه .
- مساحة المثلث .....

$$\frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

- الزاوية الخارجية : هي الزاوية
- المحصورة بين ضلع وامتداد
- الضلع المجاور له .
- قياس الزاوية الخارجية للمثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخلتين البعيدتين .....

$$m\angle 1 = m\angle 2 = m\angle 3$$

- فائدة : الزاوية الخارجية والزاوية الداخلية المجاورة لها متكاملتان (مجموع قياسهما $180°$)

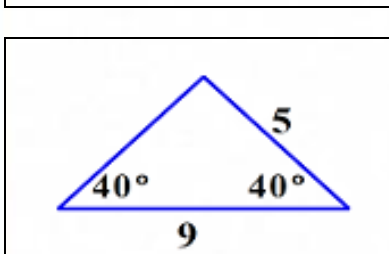
$$m\angle 1 = m\angle 4 = 180°$$

---

① مثلث قياسات زواياه $50°$, $50°$, $80°$ ، ما نوع المثلث ؟

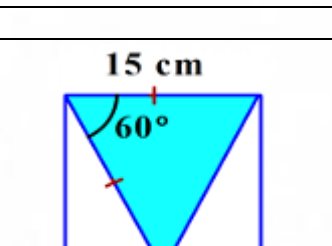
A	قائم الزاوية	B	منفرج الزاوية
C	متطابق الأضلاع	D	متطابق الضلعين

② ما قيمة x في الشكل؟



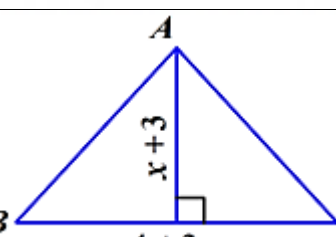
A	$75°$	B	$60°$
C	$45°$	D	$30°$

③ ما قيمة x في الشكل؟



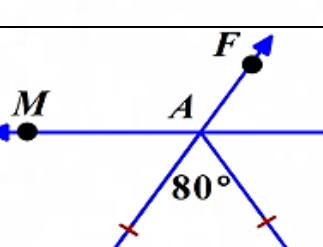
A	40	B	30
C	20	D	10

④ المثلث RST متطابق الأضلاع ، ما طول $\overline{RS}$ ؟



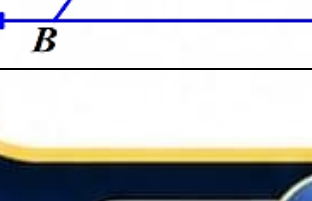
A	5	B	10
C	15	D	30

⑤ في الشكل أي التالي يمثل أطوال أضلاع المثلث ABC



A	13 , 12 , 10	B	13 , 10 , 10
C	13 , 13 , 10	D	13 , 10 , 10

⑥ أوجد محيط المثلث في الشكل



A	13	B	15
C	16	D	19

⑦ في الشكل أوجد محيط المثلث المظلل

A	$30\ cm$	B	$45\ cm$
C	$16\ cm$	D	$19\ cm$

⑧ أوجد مساحة المثلث ABC

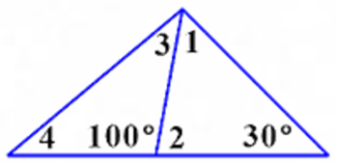
A	$(x-2)(x+3)$	B	$(4-2x)(x+3)$
C	$x+3$	D	$2x-4$

⑨ إذا كان المثلث ABC متطابق الضلعين ، $\overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{MN}$ ، فما قياس $\angle FAN$ ؟

A	$30°$	B	$40°$
C	$50°$	D	$60°$

تتمة المثلث

مثال : في الشكل أي الزوايا التالية أكبر في القياس.



A	1	B	2
C	3	D	4

الحل :

$m\angle 2 = m\angle 3 + m\angle 4$ (زاوية خارجية)

ومنه فإن $m\angle 2 > m\angle 3 , m\angle 2 > m\angle 4$

$m\angle 2 + 100° = 180°$ (زاوية مستقيمة)

$m\angle 2 = 180° - 100° = 80°$

$m\angle 1 + 80° + 30° = 180°$ (زوايا داخلية في المثلث)

$m\angle 1 = 180° - (80° + 30°) = 70°$

ومنه فإن $m\angle 2 > m\angle 1$

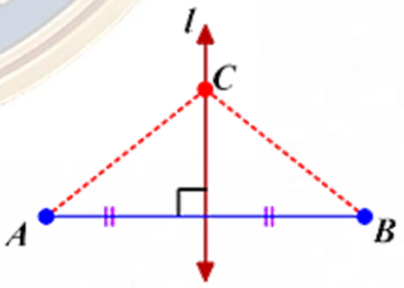
$\angle 2$ هي أكبر زاوية

حالات تتطابق مثلثين

- إذا تطابقت 3 أضلاع فيأحدهما مع نظائرها فى الآخر (SSS)
- إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في أحدهما مع نظائر ها في الآخر (تطابق ضلع – زاوية – ضلع SAS) .
- تطابق زاوية – ضلع – زاوية (ASA) ، الضلع بين الزاويتين.
- تطابق زاوية – زاوية – ضلع (AAS)

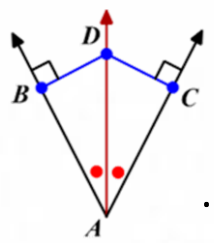
نظريات المنصفات

- العمود المنصف للقطعة المستقيمة : أي نقطة تقع على العمود المنصف لقطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها ، والعكس صحيح ...



إذا كان $\overline{CA} = \overline{CB}$ عمودا منصفا فإن

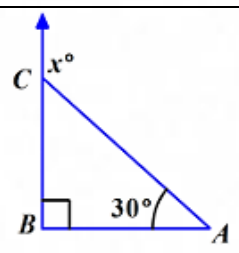
- منصف الزاوية : أي نقطة تقع على منصف الزاوية تكون على بعدين متساويين من ضلعيها ، والعكس صحيح ...



إذا كان $\overrightarrow{AD}$ منصف لـ $\angle CAB$ فإن $DB = DC$

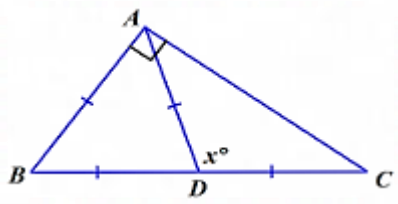
---

⑩ ما قيمة x في الشكل؟



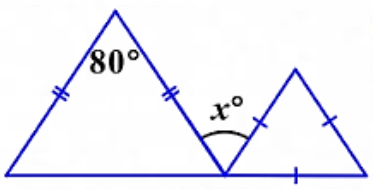
A	60	B	90
C	120	D	150

⑪ ما قيمة x في الشكل؟



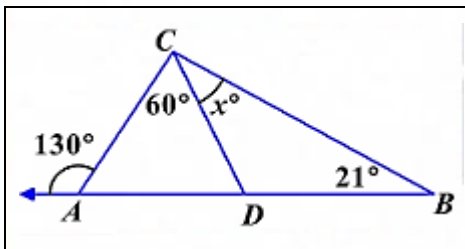
A	72	B	90
C	120	D	150

⑫ ما قيمة x في الشكل؟



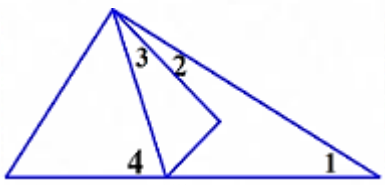
A	50	B	60
C	70	D	80

⑬ ما قيمة x في الشكل؟



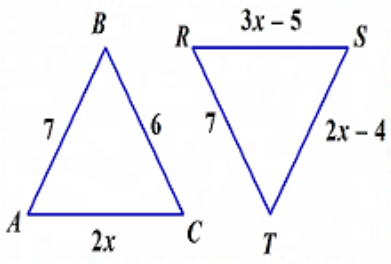
A	21	B	30
C	49	D	70

⑭ أي الزوايا التالية أكبر في القياس ؟



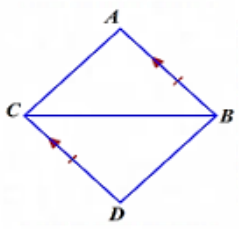
A	1	B	2
C	3	D	4

⑮ في الشكل ما قيمة x التى تجعل المثلثين ABC , RTS متطابقين؟



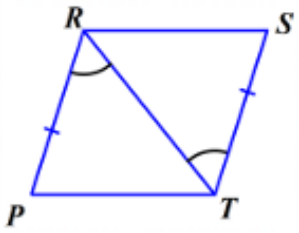
A	40	B	30
C	20	D	10

⑯ في الشكل أي التالي ليس صحيحا؟



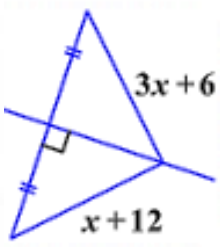
A	$CB = AC$	B	$\overline{AC} \parallel \overline{DB}$
C	$\Delta ABC \cong \Delta DCB$	D	$\overline{AC} \cong \overline{DB}$

⑰ في الشكل $\Delta PRT \cong \Delta STR$ بمسلمة ....



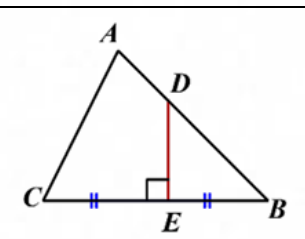
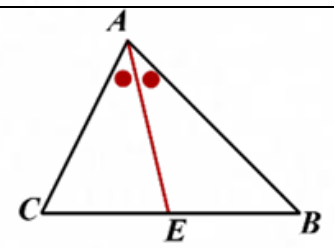
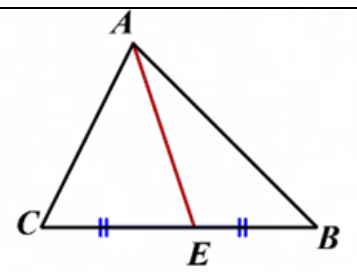
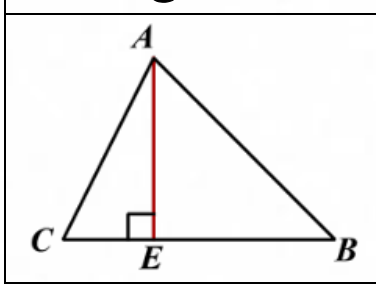
A	SSS	B	SAS
C	ASA	D	AAS

⑱ ما قيمة x في الشكل؟



A	40	B	30
C	20	D	10

قطع مستقيمة خاصة فى المثلث

العمود المنصف	منصف زاوية
	
القطعة المتوسطة	الارتفاع
	

مركز المثلث

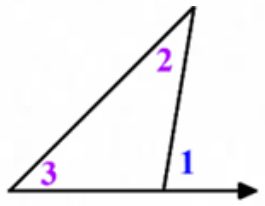
- مركز المثلث : نقطة تلاقي متوسطات المثلث ، فإذا كانت D مركز المثلث ABC فإن .....

$$AD = \frac{2}{3}AF \ , DF = \frac{1}{3}AF \ , AD = 2DF$$

بُعد المركز عن الرأس ، بُعد المركز عن القاعدة

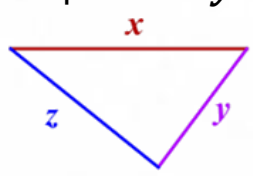
مركز المثلث

- قياس زاوية خارجية في مثلث أكبر من قياس أي من الزاويتين الداخليتين البعيدتين عنها.



- في المثلث ، الضلع الأطول يقابل الزاوية الأكبر ، والضلع الأقصر يقابل الزاوية الأصغر .
- طول أي ضلع في مثلث أصغر من مجموع طولى الضلعين الآخرين ، وأكبر من الفرق بينهما ، وبالرموز .....

$$|y - z| < x < y + z$$

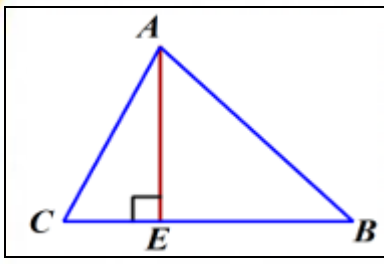


- طريقة سهلة نقارن بين طول الضلع الثالث ومجموع طولي الضلعين الآخرين ، فمثلا.....

الأطوال $3 , 5 , 7$ تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث لأن $3 + 5 = 8$ أكبر من طول الضلع الثالث (7) ،
أما الأطوال $2 , 5 , 9$ فلا تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث لأن $2 + 5 = 7$ أصغر من طول الضلع الثالث (9)

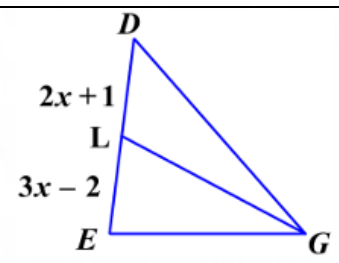
---

⑲ $\overline{AE}$ في المثلث ABC تمثل .....



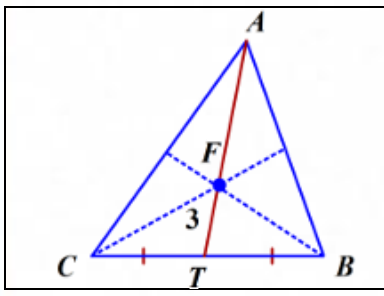
A	منصفا لزاوية	B	عمودا منصفا لضلع
C	قطعة متوسطة	D	ارتفاعا

⑳ في الشكل إذا كانت $\overline{GL}$ قطعة متوسطة ، فما طول $\overline{DE}$؟



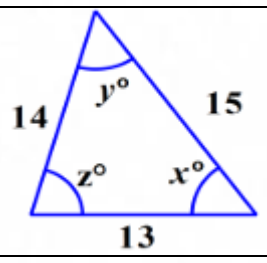
A	7	B	10
C	14	D	17

㉑ في الشكل إذا كانت F مركز المثلث ABC و $FT = 3$ ، فإن ... $= AF$



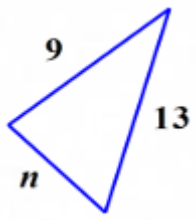
A	12	B	9
C	6	D	4

㉒ في المثلث أي العبارات التالية صحيح؟



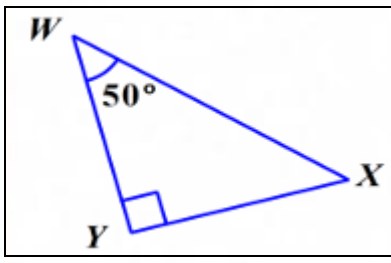
A	$x = z$	B	$x < z$
C	$x > z$	D	$y > x$

㉓ في المثلث أي الأعداد التالية لا يمكن أن يكون قيمة لـ n؟



A	7	B	10
C	13	D	22

㉔ في المثلث WYX أي التالي صحيح؟



A	$m\angle X = 50°$	B	$WX > YX$
C	$YX < WY$	D	$WY > WX$

㉕ أي التالي يمثل أطوال أضلاع مثلث؟

A	$2 , 5 , 7$	B	$5 , 8 , 10$
C	$3 , 4 , 9$	D	$2 , 4 , 7$

㉖ مثلث متطابق الضلعين طول أحد ضلعيه المتطابقين $10\ cm$ ، ما طول ضلعه الثالث؟

A	$18\ cm$	B	$20\ cm$
C	$22\ cm$	D	$24\ cm$

㉗ إذا كان طول ضلعين في مثلث $9\ cm$, $7\ cm$ ، فما أصغر عدد صحيح يمثل طول الضلع الثالث؟

A	$2\ cm$	B	$3\ cm$
C	$4\ cm$	D	$9\ cm$

زوايا المضلع

- يُسمى المضلع بعدد أضلاعه.
- مجموع قياسات زواياه الداخلية .....

$$S = 180°(n-2)$$

- المضلع المنتظم : أضلاعه متطابقة وزواياه متطابقة
  - علاقة قياس زاويته الداخلية بعدد أضلاعه .....

$$n = \frac{360°}{180°-m} \quad , m = \frac{180°(n-2)}{n}$$

- مجموع الزوايا الداخلية للمضلع الرباعي $360°$.

مثال : ما قياس الزاوية الداخلية في المضلع التساعي المنتظم؟

A) $360°$ B) $150°$

C) $360°$ D) $170°$

الحل : بما أن المضلع تساعي منتظم فإن ...

$$n = 9$$

$$m = \frac{180°(n-2)}{n} = \frac{180°(9-2)}{9}$$

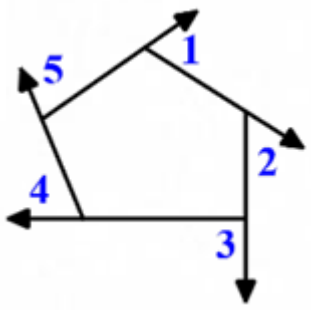
$$= \frac{180° \times 7}{9}$$

$$= 20° \times 7 = 140°$$

الزوايا الخارجية في مضلع

- مجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع (زاوية واحدة عند كل رأس) يساوي $360°$ .....

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 + m\angle 4 + m\angle 5 = 360°$$



- علاقة قياس الزاوية الخارجية لمضلع منتظم بعدد أضلاعه .

$$\text{قياس الزاوية الخارجية} = \frac{360°}{n}$$

- فائدة : الزوايا الخارجية للمضلع المنتظم متطابقة.

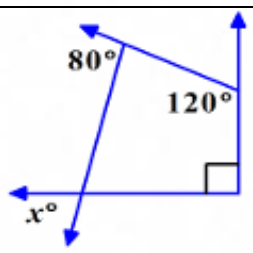
---

٢٨ مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع سداسي			
A	540°	B	720°
C	900°	D	1080°

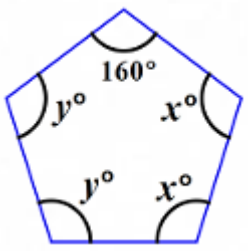
٢٩ إذا كان مجموع قياسات الزوايا الداخلية لمضلع منتظم يساوي 1800° ، فكم عدد أضلاعه؟			
A	12	B	11
C	10	D	9

٣٠ ما قياس الزاوية الداخلية للمضلع الثماني المنتظم؟			
A	120°	B	135°
C	140°	D	240°

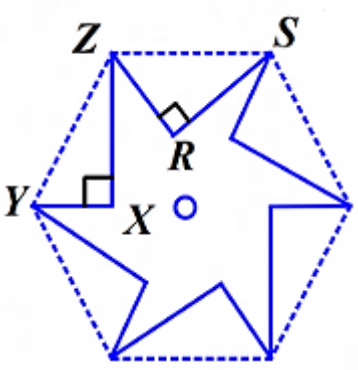
٣١ ما قيمة x في الشكل ؟			
A	50	B	60
C	100	D	130



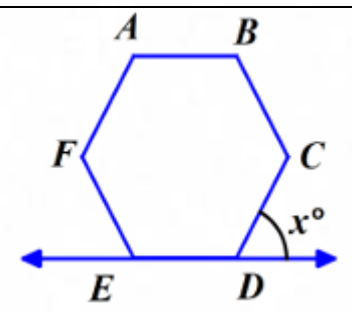
٣٢ ما قيمة $x + y$ في الشكل ؟			
A	108	B	190
C	216	D	540



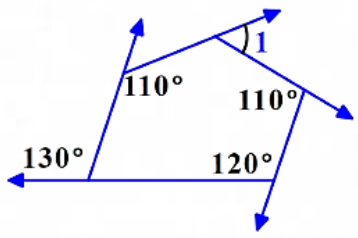
٣٣ سداسي منتظم صنعت منه شفرة منشار بقص ستة مثلثات قائمة الزاوية ومتطبقة ، بحيث كانت أحرف السداسي أوتارا في المثلثات المقطوعة ، وكان $m\angle XYZ = 45°$ أوجد $m\angle XZR$			
A	7	B	10
C	13	D	22



٣٤ إذا كان الشكل سداسيا منتظما فما قيمة x ؟			
A	20	B	30
C	60	D	120



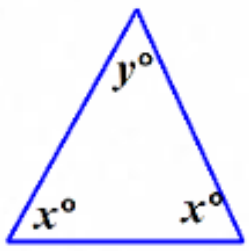
٣٥ في الشكل $m\angle 1$ يساوي			
A	30°	B	60°
C	50°	D	150°



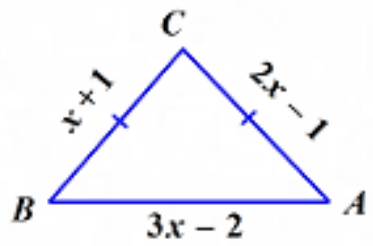
تجميعات إضافية على الدرس الثاني

٣٦ أي من الآتى صحيح لجميع أنواع المثلثات :			
A	المثلث قائم الزاوية متطابق الضلعين	B	لا يمكن التنبؤ به
C	المثلث مختلف الأضلاع حاد الزوايا	D	العدد x لايقبل القسمة على 6

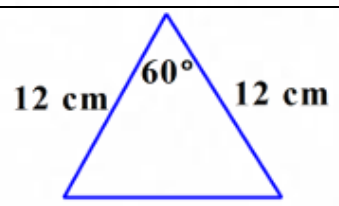
٣٧ في الشكل إذا كانت $x = 2y$ فما قيمة x ؟							
A	30	B	36	C	60	D	72



٣٨ في الشكل المقابل $\overline{BC} = \overline{AC}$ ما طولل $\overline{AB}$ ؟							
A	4	B	5	C	8	D	10

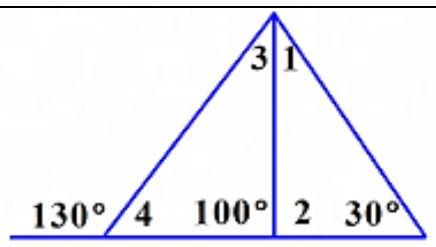


٣٩ ما محيط المثلث المجاور ؟							
A	24 cm	B	34. 4 cm	C	8036 cm	D	104 cm

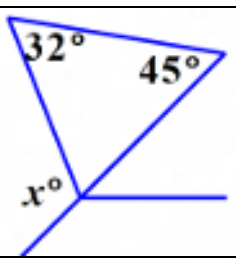


٤٠ أوجد قياس الزاوية الخارجية للمثلث المتطابق الأضلاع:							
A	30 °	B	40 °	C	60 °	D	120 °

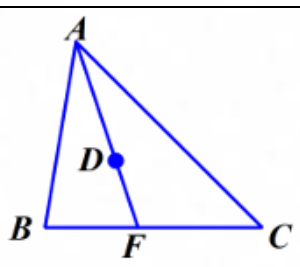
٤١ في الشكل التالى أي الزوايا أصغر ؟							
A	1	B	2	C	3	D	4



٤٢ أوجد قيمة x في الشكل :							
A	77 °	B	55 °	C	103 °	D	13 °



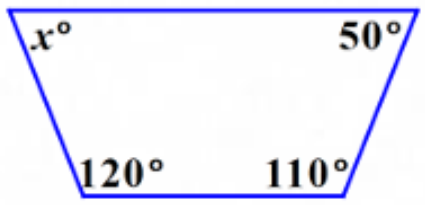
٤٣ في الشكل إذا كانت D مركز المثلث ABC و $AF = 12$ ، فإن DA = ...							
A	4	B	6	C	8	D	12

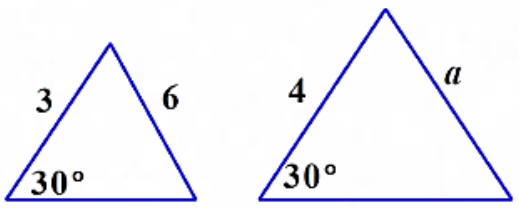


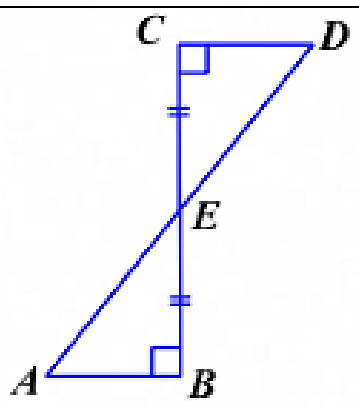
٤٤ مجموع الزوايا الداخلية لمضلع خماسي منتظم الأضلاع :							
A	540 °	B	380 °	C	720 °	D	180 °

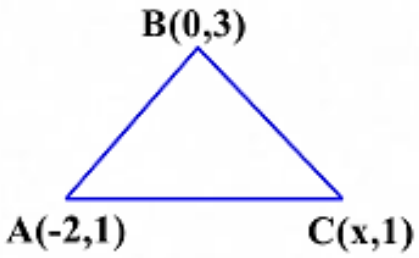
منصة الهدف التعليمية

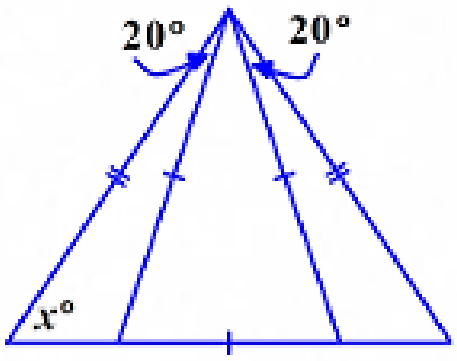
٤٥ المضلع الذي مجموع قياسات زواياه الداخلية $1260°$ ، عدد أضلاعه تساوي							
A	9	B	8	C	6	D	5

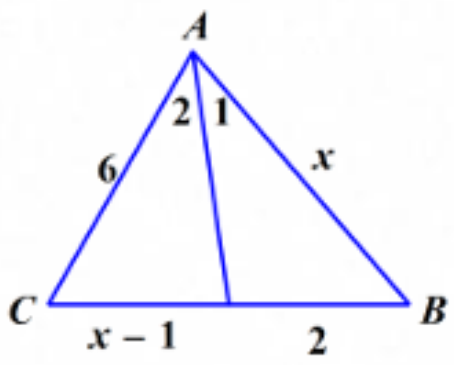
٤٦ في الشكل المقابل ، ما قيمة x ؟								
A	60 °	B	70 °	C	80 °	D	90 °	

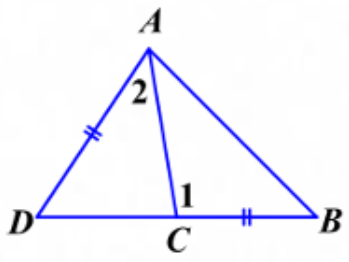
٤٧ في الشكل المجاور مثلثان متشابهان ، ما قيمة a ؟								
A	8	B	6	C	9	D	7	

٤٨ في الشكل المجاور النظرية أو المسلمة التى يمكن استخدامها لإثبات أن $\Delta\, ABE \cong \Delta\, DCE$ هي :								
A	SAS	B	SSS	C	ASA	D	AAS	

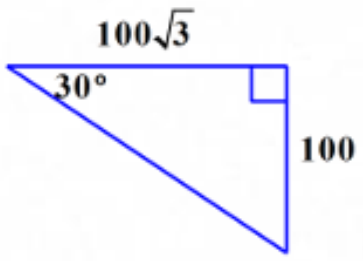
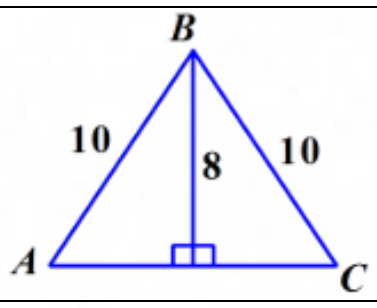
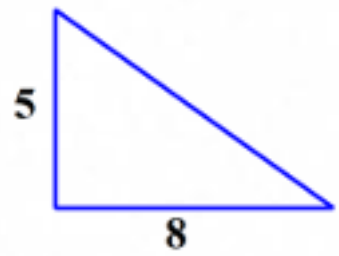
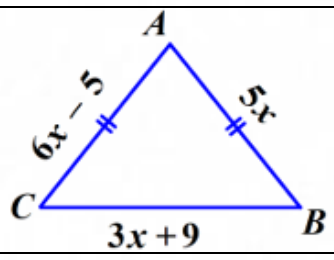
٤٩ إذا علمت أن المثلث متساوي الضلعين أوجد قيمة x :								
A	-2	B	1.5	C	2	D	4	

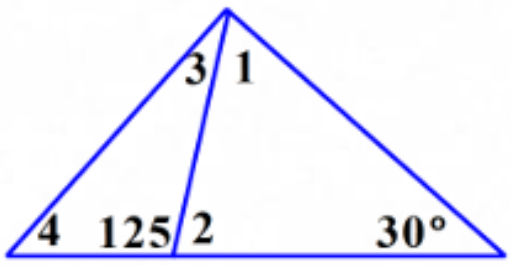
٥٠ أوجد قيمة x ؟								
A	80 °	B	60 °	C	40 °	D	20 °	

٥١ في الشكل المقابل : إذا كان $m\angle A_1 = A_2$ فما قيمة x ؟								
A	3	B	4	C	5	D	6	

٥٢ في الشكل إذا كان $\overline{AD} \cong \overline{CB}$ فإن DC ... ... AB								
A	=	B	<	C	>	D	≅	

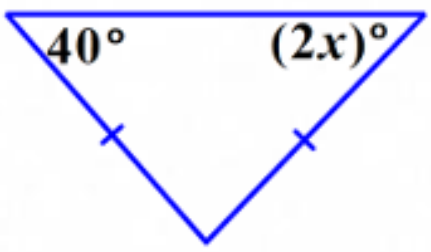
منصة الهدف التعليمية
قدرات وتحصيلي
مستر إبراهيم الشافعي

٥٣ احسب قيمة الوتر في الشكل 	A	150	B	170	C	180	D	200
٥٤ أوجد طول $\overline{AC}$ 	A	12	B	8	C	6	D	10
٥٥ ما قيمة الوتر في الشكل التالي ؟ 	A	$\sqrt{89}$	B	$\sqrt{5+8}$	C	$\sqrt{91}$	D	$\sqrt{50}$
٥٦ مثلث قائم الزاوية طول وتره 10 وطول أحد أضلاعه 6 أوجد طول الضلع الثالث :	A	10	B	8	C	6	D	4
٥٧ طولا الضلعين القائمين في مثلث $\frac{2x-2}{x-1}$ و $\frac{x-1}{x-5}$ ومساحته 5 ، ما ثيمة x ؟	A	1	B	6	C	$\frac{23}{3}$	D	$\frac{26}{4}$
٥٨ 5 و 7 هي أطوال ضلعين في مثلث ، فما أكبر طول ممكن للضلع الأخير؟	A	11	B	12	C	10	D	13
٥٩ في الشكل أي التالي يمثل أطوال أضلاع المثلث ABC ؟ 	A	23 , 25 , 25	B	24 , 24 , 25	C	24 , 25 , 25	D	24 , 25 , 26
٦٠ مثلث متطابق الضلعين طول الضلع 5 يمكن أن يكون طول الضلع الثالث :	A	8	B	10	C	12	D	14
٦١ إذا كان قياس زاويتي مثلث ° 40 , ° 110 فأي القياسات التالية لا يمكن أن تكون لزاوية خارجية للمثلث	A	160 °	B	150 °	C	140 °	D	70 °
٦٢ إذا كان قياس زاويتين في مثلث ° 30 , ° 70 فإن الزاوية الخارجية لا يمكن أن يكون قياسها :	A	100 °	B	110 °	C	120 °	D	150 °
٦٣ مثلث يحتوى زاويتين قياسهم ° 40 , ° 30 ، أي مما يلي تصلح أن تكون زاوية خارجية؟	A	150 °	B	110 °	C	120 °	D	100 °



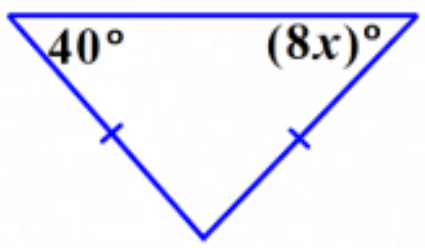
٦٤ ما أكبر زاوية مرقمة في الشكل المجاور ؟

A		B		C		D	
1		3		2		4	



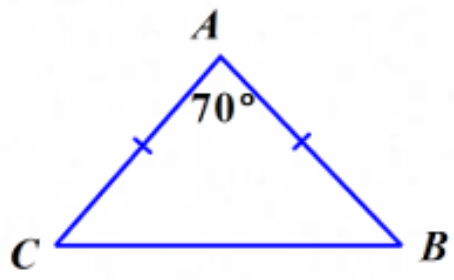
٦٥ ما قيمة x في الشكل المجاور؟

A		B		C		D	
50 °		8 °		10 °		20 °	



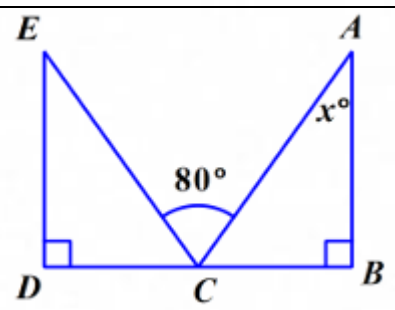
٦٦ ما قيمة x في الشكل المجاور؟

A		B		C		D	
8		6		5		4	



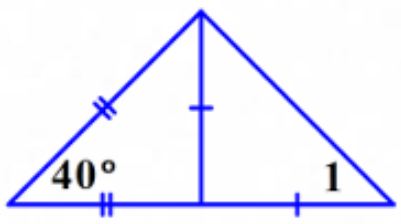
٦٧ أوجد قياس الزاوية B علما بأن : $\overline{AB} = \overline{AC}$ و $m\angle A = 70°$

A		B		C		D	
60 °		30 °		55 °		40 °	



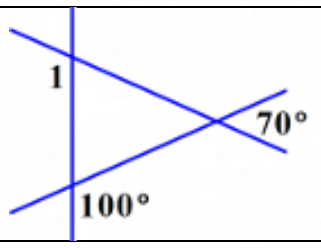
٦٨ أوجد قيمة x $ABC \cong CDE$

A		B		C		D	
40 °		50 °		60 °		70 °	



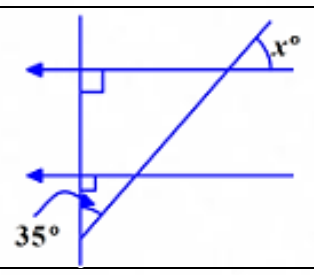
٦٩ أوجد $m\angle 1$

A		B		C		D	
70 °		110 °		35 °		40 °	



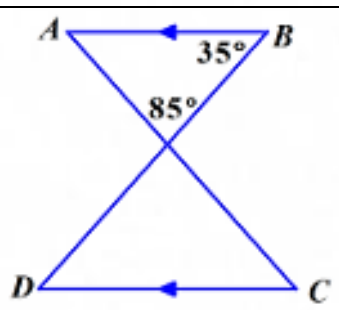
٧٠ في الشكل المجاور ، $m\angle 1$ يساوي :

A		B		C		D	
170 °		150 °		100 °		70 °	



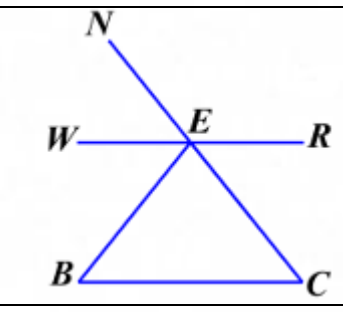
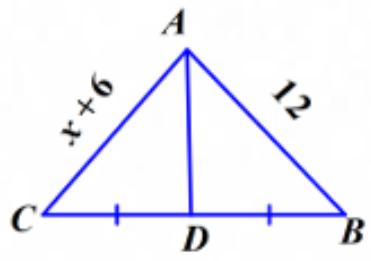
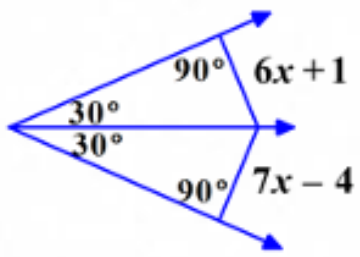
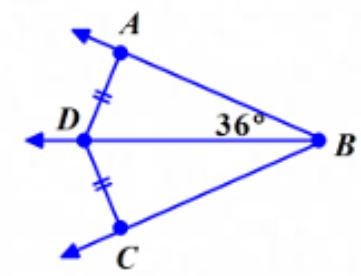
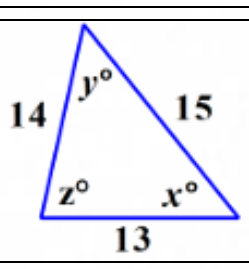
٧١ ما قيمة x في الشكل ؟

A		B		C		D	
55 °		60 °		70 °		90 °	

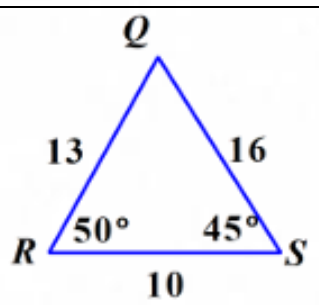
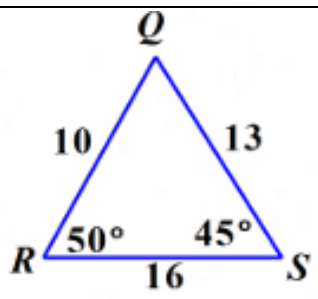
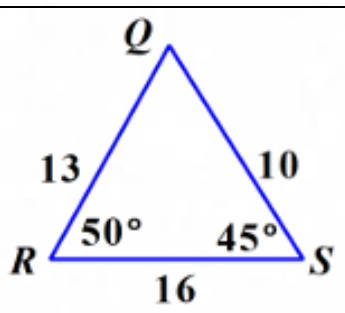
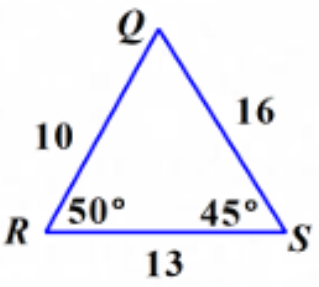


٧٢ في الشكل المجاور $m\angle C$ يساوي :

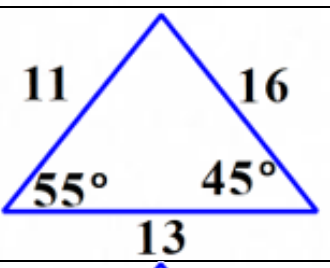
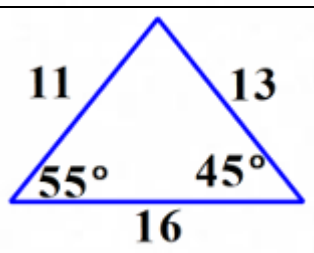
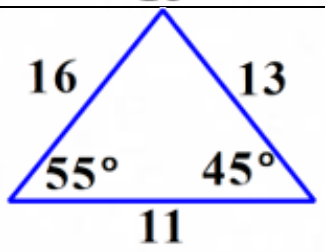
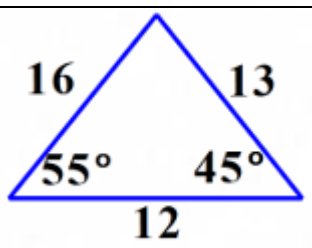
A		B		C		D	
85 °		60 °		50 °		35 °	

	(٧٣) أوجد $m \angle NER$ إذا علمت أن المثلث متطابق الأضلاع وأن $RW \parallel BC$							
	A	120	B	124	C	50	D	54
	(٧٤) أوجد قيمة x ، علما أن AD عنود منصف							
	A	3	B	9	C	6	D	12
	(٧٥) أوجد قيمة x							
	A	3	B	5	C	4	D	6
	(٧٦) في الشكل $m \angle ABC$ يساوي							
	A	18 °	B	36 °	C	72 °	D	90 °
(٧٧) أي الآتي يمثل أطوال أضلاع مثلث :								
	A	2 , 5 , 7	B	5 , 8 , 10	C	3 , 4 , 9	D	2 , 4 , 7
(٧٨) أي القياسات التالية تمثل أضلاع مثلث ؟								
	A	5 , 3 , 3	B	17 , 5 , 3	C	11 , 4 , 4	D	6 , 10 , 34
	(٧٩) في المثلث أي العبارات التالية صحيح ؟							
	A	$x = z$	B	$x < z$	C	$x > z$	D	$y > x$

(٨٠) حدد أربعة طلاب بعض القياسات للمثلث **QRS** أي منهم كان تحديده صحيح؟

A	محمد 	B	أحمد 
C	علي 	D	عمر 

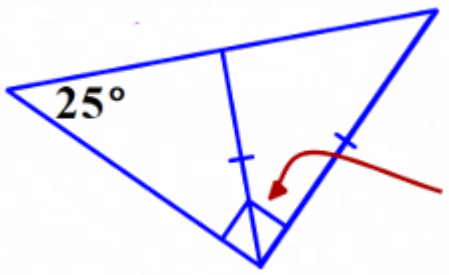
(٨١) أي من المثلثات التالية صحيحة ، علما بأن الرسم ليس على القياس ؟

A		B	
C		D	

(٨٢) إذا كان مجموع الزوايا الداخلية لمضلع منتظم يساوي 900 ، فما عدد أضلاع هذا المضلع ؟

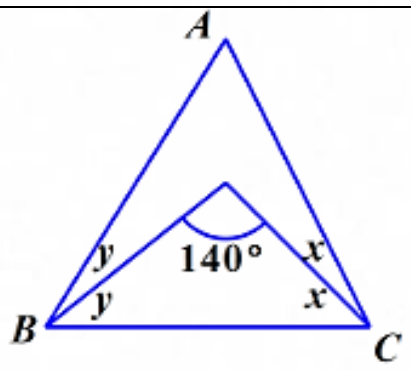
A	8	B	7	C	6	D	5

(٨٣) قيمة الزاوية المشارة بالسهم ؟



A	25	B	50	C	60	D	100

(٨٤) أوجد قياس زاوية A

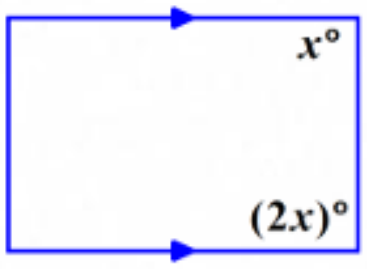


A	80	B	100	C	70	D	50

(٨٥) كم عدد أضلاع المضلع المنتظم الذي قياس زاويته الداخلية ° 135 ؟

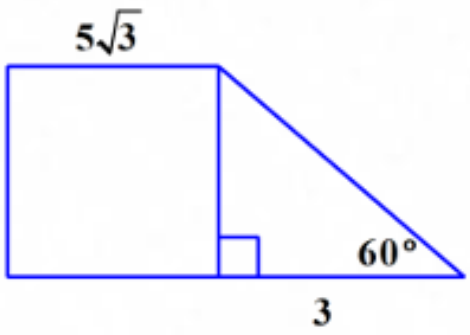
A	6	B	5	C	7	D	8

(٨٦) أوجد قيمة x في الشكل المجاور :



A	60	B	120	C	50	D	80

(٨٧) ما مساحة المستطيل في الشكل التالى بالوحدة المربعة؟



A	8	B	15	C	45	D	60

①	D	⑪	C	㉑	C	㉛	C	㊶	A	㊱	B	㊻	C	㊺	A	㊾	B
②	C	⑫	C	㉒	B	㉜	B	㊷	B	㊲	A	㊼	C	㊻	C	㊿	B
③	B	⑬	C	㉓	D	㉝	A	㊸	C	㊳	C	㊽	A	㊼	A	㊾	B
④	C	⑭	D	㉔	B	㉞	C	㊹	A	㊴	A	㊾	A	㊽	A	㊿	B
⑤	B	⑮	B	㉕	B	㉟	A	㊺	A	㊵	A	㊿	A	㊾	D	㊿	B
⑥	D	⑯	A	㉖	A	㊱	D	㊻	C	㊶	C	㊿	B	㊿	C	㊿	A
⑦	B	⑰	B	㉗	B	㊲	B	㊼	D	㊷	A	㊿	B	㊿	B	㊿	C
⑧	A	⑱	A	㉘	A	㊳	B	㊽	A	㊸	C	㊿	A	㊿	A	㊿	A
⑨	C	⑲	D	㉙	A	㊴	C	㊾	C	㊹	C	㊿	C	㊿	B	㊿	B
⑩	C	⑳	C	㉚	B	㊵	D	㊿	C	㊺	C	㊿	B	㊿	A	㊿	B

منصة الهدف التعليمية
قدرات وتحصيلي
مستر إبراهيم الشافعي

3) الأشكال الرباعية والتشابة والتحويلات

متوازي الأضلاع

- شكل رباعي فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان.

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ و $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$



- خواصه

الضلعان المتقابلان متطابقان	$\overline{AB} \cong \overline{DC}$ و $\overline{AD} \cong \overline{BC}$
القطران ينصف كل منهما الآخر	$DM = BM$ و $AM = CM$
الزوايتان المتقابلتان متطابقتان	$m\angle B = m\angle D$ و $m\angle A = m\angle C$
الزاويتان المتحالفتان متكاملتان	$m\angle A + m\angle B = 180°$

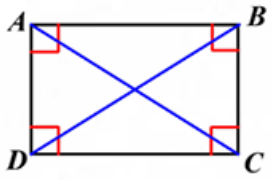
- إذا كانت M نقطة المنتصف بين النقطتين $(x_1 , y_1) , (x_2 , y_2)$ ، فإن .....

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2} , \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

المستطيل

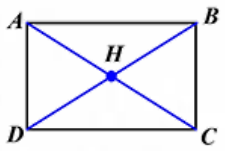
- تعريفه : متوازي أضلاع زواياه الأربع قوائم .
- خواصه : نفس خواص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى أن قطري المستطيل متطابقان .

$\overline{AC} \cong \overline{BD}$



- مثال :

في الشكل إذا كانت $DB = 4x - 2, HC = 9$ ، فما قيمة x التى تجعل الشكل $ABCD$ مستطيلا؟



A	4	B
C	6	D
	8	

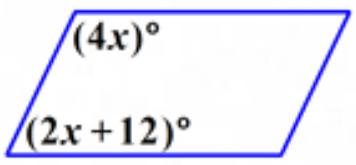
الحل : قطرا المستطيل متطابقان وينصف كل منهما الآخر

$BD = 2HC \rightarrow 4x - 2 = 2(9) = 18$ ..

$4x = 18 + 2 = 20 \rightarrow x = \frac{20}{4} = 5$

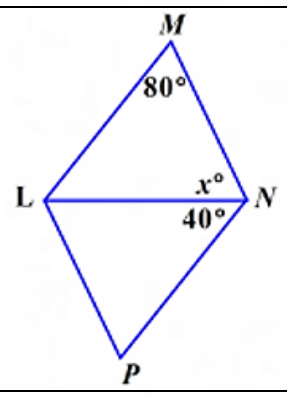
---

① قيمة x في متوازي الأضلاع تساوي ....



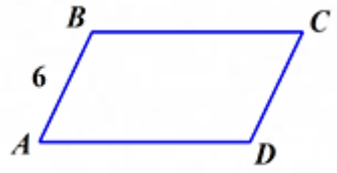
A	22	B	24
C	26	D	28

② إذا كان $LMNP$ متوازي أصلاع فما قيمة x ؟



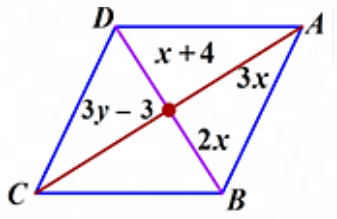
A	40	B	50
C	60	D	100

③ إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع محيطه 42 ، $AB = 6$ ، أوجد طول $\overline{BC}$.



A	6	B	7
C	15	D	30

④ إذا كان الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع فما طول $\overline{AC}$ ؟



A	8	B	12
C	16	D	24

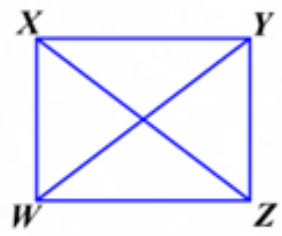
⑤ إذا كان قطرا شكل رباعي ينصف كل منهما الآخر وغير متطابقين وغير متعامدين ، فإن الشكل .....

A	مربع	B	مستطيل
C	متوازي الأضلاع	D	معين

⑥ إذا كانت النقاط $A(-2 , 3) , B(3 , 5) , C(4 , 1)$ تمثل رؤوس متوازي الأضلاع $ABCD$ ، فما إحداثيات النقطة D ؟

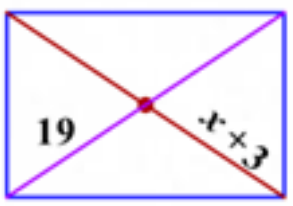
A	$(-3 , 7)$	B	$(7 , -3)$
C	$(-1 , -1)$	D	$(-1 , 3)$

⑦ في المستطيل $WXYZ$ ، إذا كان $XW = 6cm$ ، $WZ = 8\ cm$ ، فإن YW بالسنتمتر يساوي ....



A	48	B	14
C	10	D	8

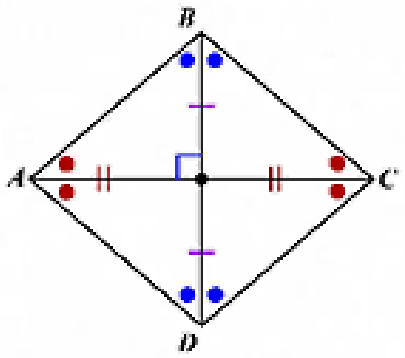
⑧ إذا كان الشكل مستطيلا فما قيمة x ؟



A	16	B	17
C	19	D	22

المعين

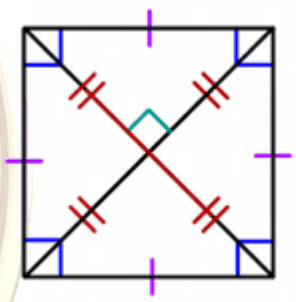
- تعريفه : متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة.
- خواصه : خواص متوازي الأضلاع نفسها بالإضافة إلى أن قطري المعين متعامدان وينصفا زوايا الرؤوس.



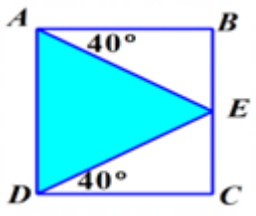
- فائدة : من ثلاثيات فيثاغورث المشهورة $(5\ ,\ 12\ ,\ 13)$

المربع

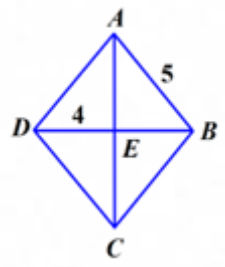
- تعريفه : متوازي أضلاع جميع أضلاعه متطابقة وجميع زواياه قوائم .
- خواصه : نفس خواص متوازي الأضلاع بالإضافة إلى خواص المستطيل والمعين .

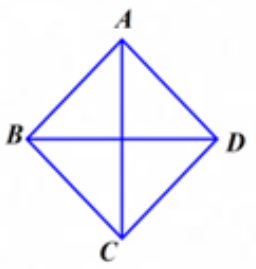


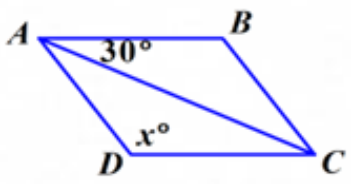
- فائدة : قطرا المربع ينصف كل منهما الآخر ومتطابقان ومتعامدان.

⑨ إذا كان الشكل مستطيلا فما $m\angle AED$ ؟			
A	$20°$	B	$40°$
C	$80°$	D	$120°$

⑩ في أي الأشكال التالية الأقطار تكون متطابقة دائمًا ؟			
A	معين	B	مستطيل
C	متوازي الأضلاع	D	الطائرة الورقية

⑪ في المعين $ABCD$ ، يتقاطع قطراه في النقطة E ، إذا كان $AB=5$ و $ED=4$ ، فأوجد AE			
A	3	B	4
C	5	D	6

⑫ في المعين $ABCD$ ، إذا كان $AC=10$ ، $BD=24$ ، فأوجد طول ضلع المعين .			
A	5	B	8
C	13	D	15

⑬ في المعين $ABCD$ ما قيمة x ؟			
A	20	B	30
C	60	D	120

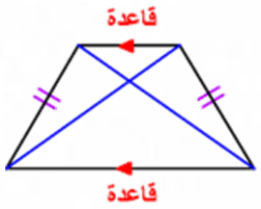
⑭ في الشكل مربع محيطه 60 ، وطول ضلعه $2x+3$ ، أوجد قيمة x			
A	6	B	13
C	18	D	28

⑮ ذهب فهد مع عائلته في رحلة ، واختار منطقة مربعة الشكل $ABCD$ لينصب عليها خيمته ، إحداثيات زواياها $D\ (-4\ ,\ -6)$, $C\ (6\ ,\ -6)$, $B\ (6\ ,\ 4)$, $A(-4\ ,\ 4)$ ، ما احداثيات مركز الخيمة ليتم وضع عمود الارتكاز فيها ؟			
A	$(1\ ,\ 1)$	B	$(-1\ ,\ -1)$
C	$(1\ ,\ -1)$	D	$(-1\ ,\ 1)$

⑯ أي الأشكال التالية يُعد مثالًا مضادًا للتخمين "إذا كانت جميع أضلاع الشكل الرباعي متطابقة فإنه مربع" ؟			
A	المعين	B	المستطيل
C	متوازي الأضلاع	D	شبه المنحرف

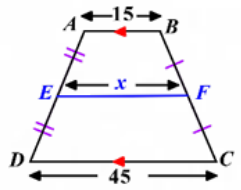
شبه المنحرف

- تعريفه : شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان .
- شبه المنحرف متطابق الساقين .....
  - قطراه متطابقان
  - الضلعان غير متوازين متطابقان .
  - زاويتا كل قاعدة متطابقتان



$$EF = \frac{AB+DC}{2}$$

طول القطعة المتوسطة

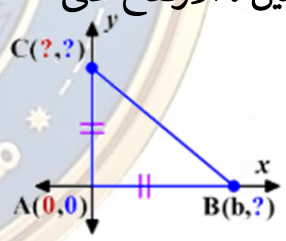


- مثال توضيحي : في الشكل السابق ...

$$EF = \frac{15+45}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

البرهان الإحداثي

- المقصود به : برهان نستخدم فيه رسم الأشكال في المستوى الإحداثي لإثبات صحة المفاهيم الهندسية .
- فائدتان .....
  - النقاط التى على نفس الخط الرأسي لها نفس الإحداثي x
  - النقاط التى على نفس الخط الأفقي لها نفس الإحداثي y
- تنبيه : في المثلث المتطابق الضلعين ، الارتفاع على القاعدة ينصفها .



مثال : في الشكل إذا كان ΔABC متطابق الضلعين فما إحداثيات النقطة C ؟

الحل : بما أن النقطتين C , A لهما نفس الإحداثي x فإن ....

$$C(0\ ,?)$$

بما أن المثلث متطابق الضلعين فإن الإحداثي y للنقطة C يساوي الإحداثي x للنقطة B ، أي أن $C(0\ ,b)$

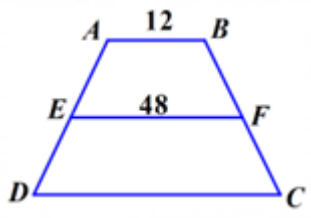
البرهان الإحداثي

- يتشابة مضلعان إذا كانت .....
  الأضلاع المتناظرة متناسبة والزوايا المتناظرة متطابقة
- في الضلعين المتشابهين .....

$$\text{معامل التشابة} = \frac{\text{طول أي ضلع}}{\text{طول المناظر له}} = \frac{\text{محيط الأول}}{\text{محيط الثاني}}$$

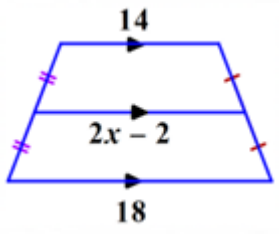
---

⑰ في شبه المنحرف $ABCD$ إذا كانت $\overline{EF}$ قطعة متوسطة ، فما طول $\overline{CD}$ ؟



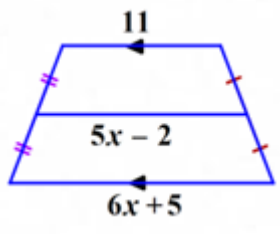
A	64	B	84
C	144	D	192

⑱ ما قيمة x في الشكل ؟



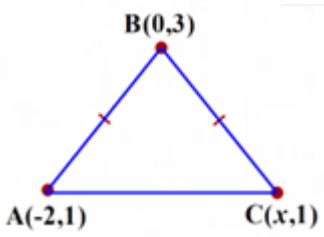
A	3	B	8
C	9	D	12

⑲ ما قيمة x في الشكل ؟



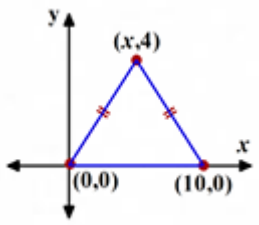
A	4	B	5
C	6	D	7

⑳ في الشكل إذا كان ΔABC متطابق الضلعين فما قيمة x؟



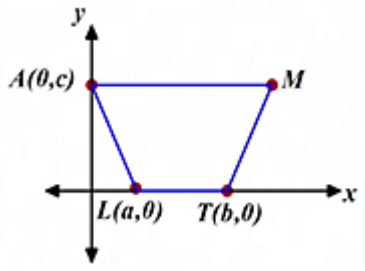
A	−2	B	1.5
C	2	D	4

㉑ في الشكل ما قيمة x ؟



A	13	B	10
C	5	D	3

㉒ في الشكل شيه منحرف متطابق الساقين ، ما إحداثيات النقطة M ؟



A	$(a+b\ ,c)$	B	$(b-a\ ,c)$
C	$(c\ ,a+b)$	D	$(c\ ,b-a)$

㉓ إذا كان $ABCD \sim QRST$ ، ومعامل تشابه $ABCD$ إلى $QAST$ يساوي $\frac{2}{3}$ ، وكان $AB = 6\ cm$ ، فإن QR يساوي ....

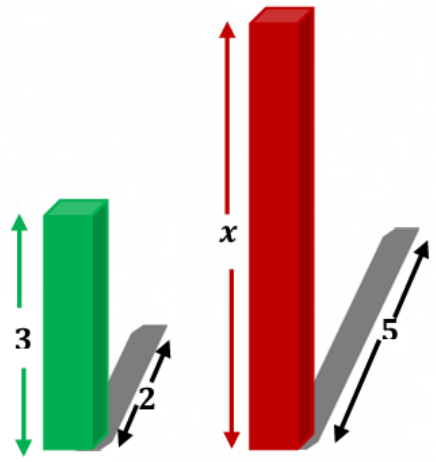
A	3	B	4
C	6	D	9

㉔ مثلثان متشابهان محيطهما $24\ cm$ و $32\ cm$ ، فإذا كان طول ضلع في المثلث الأكبر $8\ cm$ فكم سنتمترًا طول الضلع المناظر له في المثلث الآخر؟

A	4	B	6
C	8	D	10

المثلثات المتشابهة

- يتشابه مثلثان إذا .....
  - كانت أطوال الأضلاع المتناظرة للمثلثين متناسبة (SSS) .
  - طابقت زاويتان في مثلث زاويتين في مثلث آخر (AA) .
  - تنايب طولا ضلعين في مثلث مع طولي ضلعين المناظرين لهما في مثلث آخر وتطابقت الزاوية المحصورة بينهما (SAS) .
- مثال توضيحي : نوجد ارتفاع العمود الأحمر كالتالي :

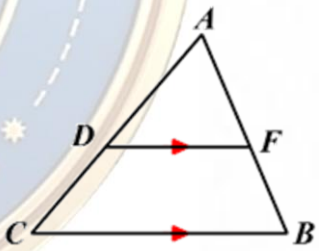


ارتفاع الأحمر (x) ارتفاع الأخضر (3)

طول ظله (5) طول ظله (2)

$(x) = \frac{3\times5}{2} = \frac{15}{2} = 7.5$ ارتفاع الأحمر

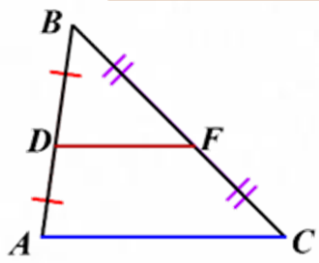
نظرية التناسب في المثلثات



- إذا كان $\overline{DF} \parallel \overline{CB}$ فإن ....

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AF}{FB}$$

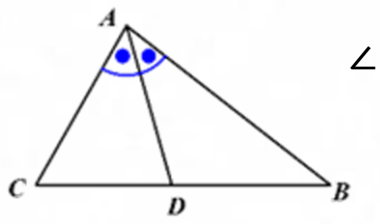
القطعة المنصفة في المثلث



- القطعة المنصفة في المثلث توازي أحد أضلاعه ، وطولها يساوي نصف طول ذلك الضلع.

$$\overline{DF} \parallel \overline{AC}\ , DF = \frac{AC}{2} \rightarrow AC = 2DF$$

القطعة المنصفة في المثلث

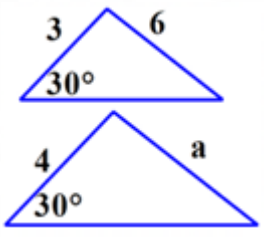


- إذا كان $\overline{AD}$ منصفا لـ $\angle A$ فإن .....

$$\frac{CA}{CD} = \frac{BA}{BD}$$

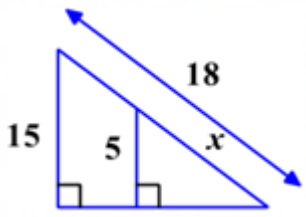
---

(٢٥) في الشكل إذا كان المثلثان متشابهان فما قيمة a ؟



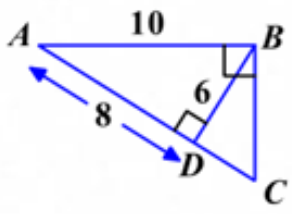
A	2	B	4
C	6	D	8

(٢٦) ما قيمة x في الشكل ؟



A	6	B	12
C	15	D	18

(٢٧) ما محيط المثلث ABC ؟

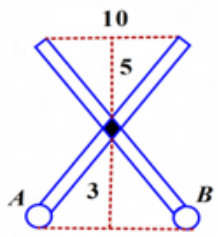


A	24	B	30
C	32	D	36

(٢٨) إذا كان طول ظل منارة مسجد $15\ m$ ، وكان ارتفاع سور المسجد $2.5\ m$ ، وطول ظله $1.5\ m$ ، فكم مترًا ارتفاع المنارة ؟

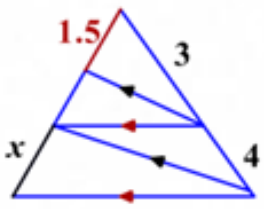
A	9	B	15
C	25	D	40

(٢٩) إذا كان الشكل يُمثل مقصًا مفتوحًا فأوجد المسافة بين A , B الواقعين على مقبضي المقص .



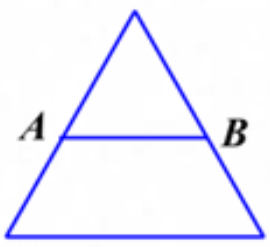
A	8	B	6
C	2	D	1.5

(٣٠) ما قيمة x في الشكل ؟



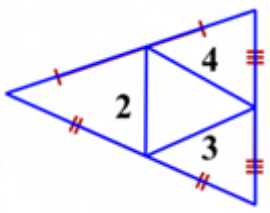
A	$\frac{14}{3}$	B	$\frac{17}{3}$
C	4	D	6

(٣١) مثلث متطابق الأضلاع محيطه $30\ cm$ ، A , B منتصفًا ضلعية ، كم طول $\overline{AB}$ ؟



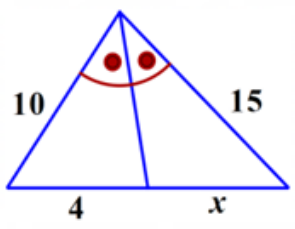
A	5	B	7.5
C	10	D	15

(٣٢) ما محيط المثلث الأكبر في الشكل ؟



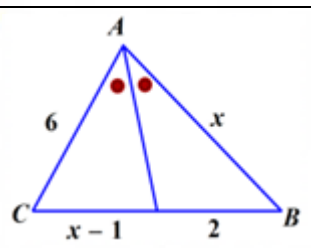
A	18	B	16
C	15	D	14

(٣٣) قيمة x في الشكل تساوى ....



A	4	B	6
C	8	D	المعطيات غير كافية

٣٤ ما قيمة x في الشكل ؟			
A	3	B	4
C	5	D	6

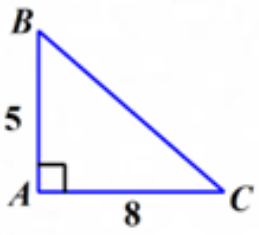


٣٥ ما صورة النقطة $(1\ ,5)$ بالانعكاس حول المحور x ؟			
A	$(1\ ,-5)$	B	$(-1\ ,-5)$
C	$(5\ ,1)$	D	$(-1\ ,5)$

٣٦ ما صورة النقطة $(-1\ ,3)$ بالانعكاس حول المستقيم $y = x$ ؟			
A	$(1\ ,3)$	B	$(1\ ,-3)$
C	$(-1\ ,3)$	D	$(3\ ,-1)$

٣٧ إذا كانت صورة النقطة $A(3\ ,5)$ هي $A`(5\ ,3)$ فإن الانعكاس المستخدم يكون حول			
A	نقطة الأصل	B	المحور x
C	المحور y	D	المستقيم $y = x$

٣٨ ما مقدا الإزاحة التي تنقل النقطة B إلى النقطة C ؟			
A	3	B	13
C	$\sqrt{39}$	D	$\sqrt{89}$



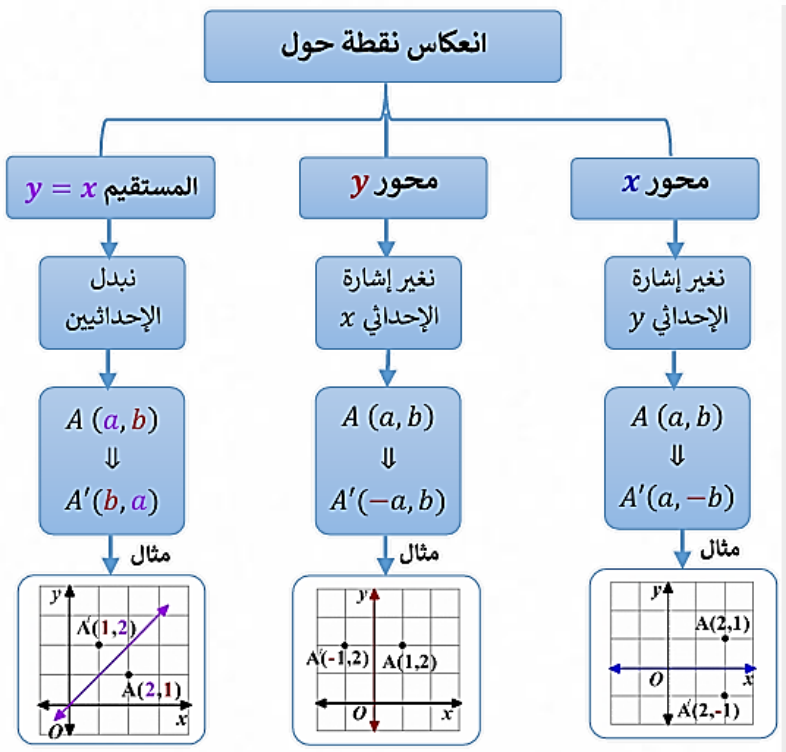
٣٩ ما صورة النقطة $(2\ ,3)$ تحت تأثير الإزاحة $(x+4\ ,y-5)$ ؟			
A	$(6\ ,0)$	B	$(6\ ,-2)$
C	$(4\ ,-5)$	D	$(-2\ ,6)$

٤٠ ما صورة النقطة $(-3\ ,2)$ تحت تأثير الإزاحة $(x-3, y+4)$ ؟			
A	$(-1\ ,1)$	B	$(-6\ ,6)$
C	$(5\ ,-7)$	D	$(1\ ,1)$

٤١ عند إزاحة النقطة $(6\ ,2)$ وحدتين لليسار وثلاث وحدات للأسفل فإن النقطة الناتجة هي			
A	$(-2\ ,-6)$	B	$(0\ ,3)$
C	$(0\ ,-3)$	D	$(4\ ,3)$

٤٢ إذا كانت $E\ (3\ ,1)$, $F\ (0\ ,5)$ نقطتين في المستوى الإحداثي فما الإزاحة التى تنقل النقطة E إلى F ؟			
A	$(x\ ,y) \rightarrow (x-2\ ,y+1)$	B	$(x\ ,y) \rightarrow (x-3\ ,y+4)$
C	$(x\ ,y) \rightarrow (x+4\ ,y-3)$	D	$(x\ ,y) \rightarrow (x+1\ ,y-2)$

الانعكاس



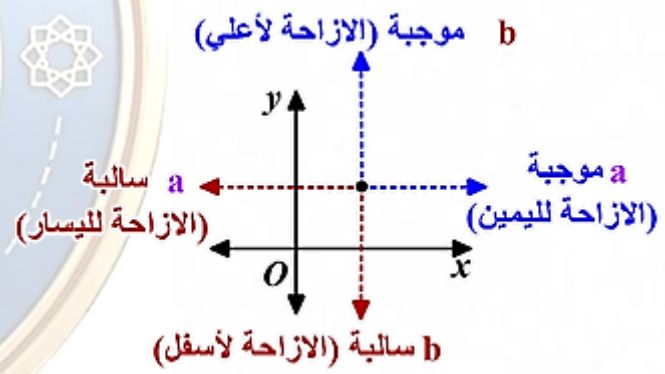
- فائدة : الانعكاس يسمى تحويل تطابق.

صورة نقطة بالإزاحة (الانسحاب)

- صورة النقطة $P(X\ ,Y)$ بالإزاحة هي النقطة .....

$\grave{P}\ (x+a\ ,y+b)$

مقدار الإزاحة الرأسية ، مقدار الإزاحة الأفقية



- فائدة : الإزاحة تسمى تحويل تطابق.

مثال : ما الإزاحة التى نقلت النقطة $(6\ ,2)$ إلى $(4\ ,5)$؟

A) $(x-2\ ,y+3)$ B $(x-1\ ,y+4)$

C) $(x-3\ ,y+3)$ D $(x-1\ ,y+3)$

الحل :

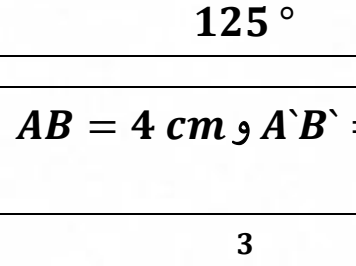
$$6 \xrightarrow{6+??} 4\ ,\ 2 \xrightarrow{2+??} 5$$

$$6 \xrightarrow{6+(-2)} 4\ ,\ 2 \xrightarrow{2+3} 5$$

الإزاحة هي $(x-2\ ,y+3)$

٤٣ صورة النقطة $(5 , 3)$ بالدوران بزاوية $90°$ عكس عقارب الساعة			
A	$(-5 , 3)$	B	$(-5 , -3)$
C	$(3 , -5)$	D	$(-3 , -5)$

٤٤ ما قياس زاوية الدوران حول نقطة الأصل الذى يُجرى على المثلث ABC لينقل الرأس A إلى النقطة $A`$ ؟			
A	$90°$	B	$180°$
C	$270°$	D	$360°$



٤٥ ما صورة النقطة $(-3 , 1)$ بالتناظر حول نقطة الأصل ؟			
A	$(1 , 3)$	B	$(-1 , 3)$
C	$(-3 , 1)$	D	$(-3 , -1)$

٤٦ ما رتبة التماثل الدوراني لمضلع ثماني منتظم ؟			
A	6	B	8
C	9	D	10

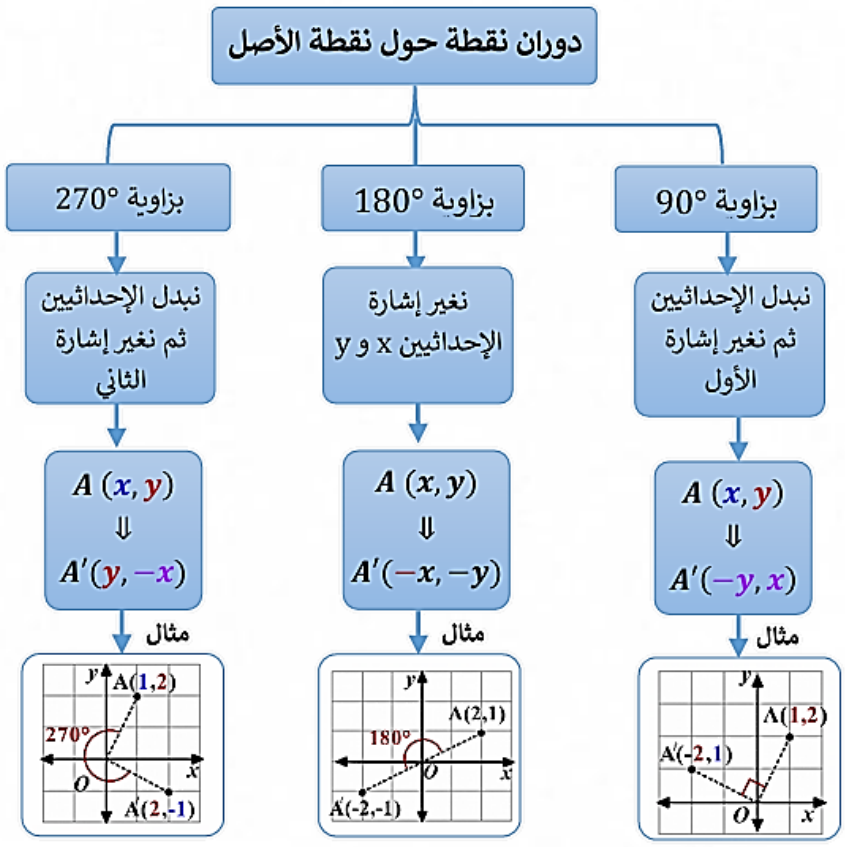
٤٧ ما مقدار التماثل الدوراني لمضلع ثماني منتظم حول مركزه ؟			
A	$45°$	B	$80°$
C	$120°$	D	$125°$

٤٨ إذا كانت $A`B`$ صورة AB بتمدد معامله k وكان $A`B` = 6\ cm$ و $AB = 4\ cm$ ، فإن معامل التمدد k يساوي			
A	$\frac{2}{3}$	B	$\frac{3}{2}$
C	4	D	6

٤٩ صورة النقطة $(-2 , 4)$ بتمدد معامله $\frac{-1}{2}$ هي			
A	$(1 , -4)$	B	$(2 , -2)$
C	$(1 , -2)$	D	$(4 , -8)$

٥٠ أي التالي ليس من تحويلات التطابق؟			
A	التمدد	B	الإزاحة
C	الدوران	D	الانعكاس

الدوران بعكس عقارب الساعة



- عند الدوران بزاوية $360°$ فإن صورة النقطة الناتجة هي الأصلية نفسها.
- فائدة : الدوران يسمى تحويل تطابق.
- التناظر حول نقطة الأصل هو صورة النقطة بدوران زاويته $180°$.

التماثل الدوراني

- لأي مضلع منتظم رتبة التماثل الدوراني تساوي عدد أضلاعه n .

مقدار التماثل الدوراني = $\frac{360°}{n}$

التمدد

- التمدد في المستوى : إذا كان $\overline{A`B`}$ هي صورة $\overline{AB}$ بمعامل تمدد k فإن .....

$$k = \frac{\text{(طول الصورة) } A`B`}{\text{(طول الأصل) } AB}$$

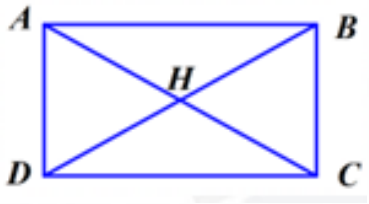
$k > 1$	$0 < k < 1$	$k = 1$
التمدد تكبير	التمدد تصغير	التمدد تطابق

- التمدد في المستوى الإحداثي : صورة النقطة (x , y) بتمدد معامله k هي (kx , ky) .
- تنبيه : إذا كان معامل التمدد سالبا فإننا نتعامل معه كما نتعامل مع معامل التمدد الموجب .
- فائدة : التمدد لا يسمى تحويل تطابق لأنه لا يحافظ على الأبعاد.

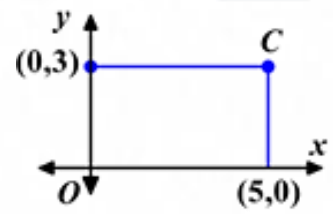
تجميعات إضافية على الدرس الثالث

٥١ إذا كان قياس زاويتين متحالفتين فى متوازي أضلاع هو $(3x)°$, $(2x+20)°$ أي التالي يساوي قياس الزاوية الكبري؟							
(A)	$42°$	(B)	$84°$	(C)	$96°$	(D)	$184°$

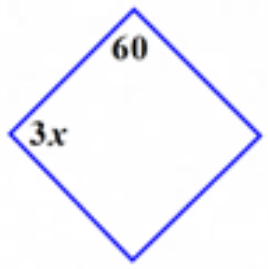
٥٢ إذا كانت $D\ (6,2)$, $C\ (5,-1)$, $B\ (0,0)$, $A\ (1,3)$ هي رؤوس متوازي الأضلاع $ABCD$ فما نقطة تقاطع قطريه؟							
(A)	$(-2,-2)$	(B)	$(3,2)$	(C)	$(2,1)$	(D)	$(3,1)$



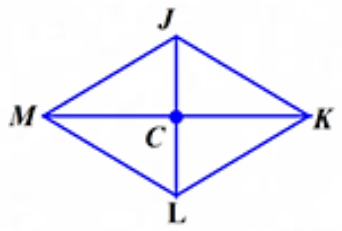
٥٣ في الشكل المجاور $\overline{HC}=9$, $\overline{DB}=4x-2$ ، ما قيمة x التى تجعل $ABCD$ مستطيلا ؟							
(A)	4	(B)	5	(C)	6	(D)	8



٥٤ في المستطيل المجاور ما هي إحداثيات النقطة C ؟							
(A)	$(3,5)$	(B)	$(5,3)$	(C)	$(3,0)$	(D)	$(0,5)$

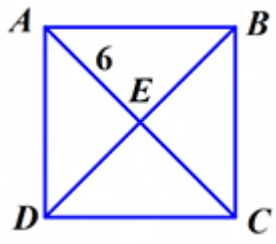


٥٥ إذا كان الشكل معين ، فأوجد x :							
(A)	$20°$	(B)	$10°$	(C)	$40°$	(D)	$15°$

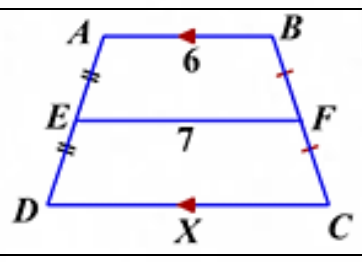


٥٦ في المعين $JKLM$ إذا كان $\overline{MK}=24$, $\overline{JL}=10$ ، أوجد JK							
(A)	24	(B)	13	(C)	10	(D)	9

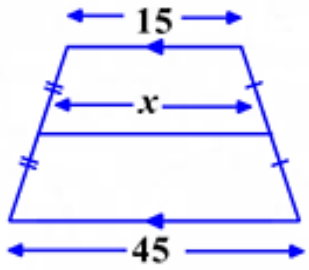
٥٧ القطران متعامدان في المعين و ....؟							
(A)	المربع	(B)	متوازي الأضلاع	(C)	شبه المنحرف	(D)	المستطيل

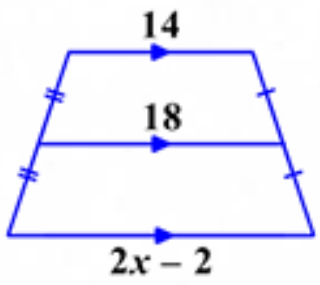


٥٨ إذا كان الشكل $ABCD$ مربع وكان $\overline{AE}=6$ ، أوجد طول $\overline{BD}$:							
(A)	3	(B)	6	(C)	12	(D)	24



٥٩ قيمة x في شبه المنحرف المجاور تساوي							
(A)	13	(B)	11	(C)	8	(D)	9

٦٠ ما قيمة x في الشكل المجاور ؟ 							
(A)	30	(B)	25	(C)	35	(D)	45

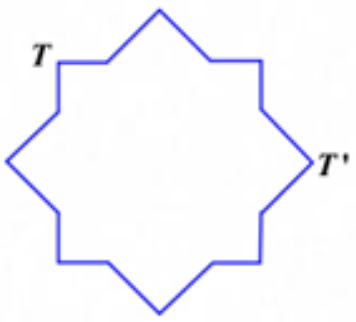
٦١ أوجدا قيمة x في الشكل المجاور ؟ 							
(A)	12	(B)	8	(C)	9	(D)	3

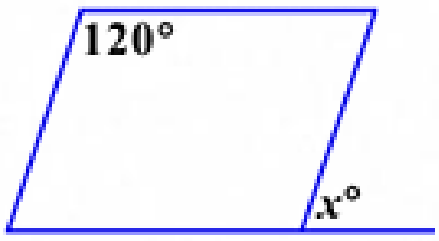
٦٢ مثلثان متشابهان محيطهما $24\ cm$, $32\ cm$ فإذا كان طول ضلع في المثلث الأكبر $8\ cm$ ، كم سنتيمترا طول الضلع المناظر له في المثلث الآخر؟							
(A)	10	(B)	8	(C)	7	(D)	6

٦٣ ما الإزاحة التى نقلت النقطة $(1\ ,\ 3)$ إلى $(5\ ,\ 0)$ ؟							
(A)	$(x-3\ ,y+4)$	(B)	$(x+3\ ,y-4)$	(C)	$(x-4\ ,y+3)$	(D)	$(x+4\ ,y-3)$

٦٤ النقطة $(2\ ,\ 6)$ هي صورة النقطة $(5\ ,\ 4)$ بإزاحة مقدارها :							
(A)	$(x+2, y-4)$	(B)	$(x+3\ ,y-4)$	(C)	$(x-2\ ,y+3)$	(D)	$(x+2\ ,y-3)$

٦٥ مثلث يحدث له انعكاس مرتين عند مستقيمين متوازيين ما المحصلة الهندسية؟							
(A)	انعكاس	(B)	دوران	(C)	إزاحة	(D)	تمدد

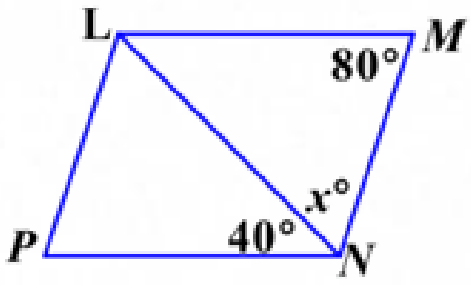
٦٦ ما الزاوية التى تم تدوير الشكل بها حول مركز تماثله حتى تنتقل النقطة T إلى T ` ؟ 							
(A)	90 °	(B)	120 °	(C)	135 °	(D)	225 °

٦٧ الشكل متوازي أضلاع ، أوجد قيمة x 							
(A)	120	(B)	60	(C)	30	(D)	50

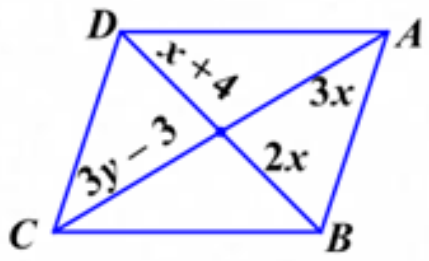
٦٨ معامل التمدد الطولي يساوي 9×10^{-6} ، فكم معامل التمدد الحجمي؟							
(A)	3×10^{-6}	(B)	9×10^{-6}	(C)	18×10^{-6}	(D)	27×10^{-6}

٦٩ إذا كان قياس زاويتان متحالفتان في متوازي الأضلاع بالدرجات هما : $5x+54$ و $9x-14$ فما قيمة x ؟							
(A)	100	(B)	76	(C)	10	(D)	75

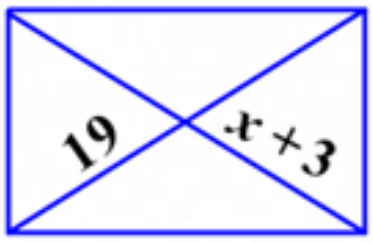
⑦٠ إذا كان الشكل $LMNP$ متوازي أضلاع ، فما قيمة x ؟							
(A)	60	(B)	40	(C)	50	(D)	100



⑦١ إذا كان الشكل $ABCD$ متوازي أضلاع ، فما طول $\overline{AC}$ ؟							
(A)	8	(B)	16	(C)	24	(D)	12



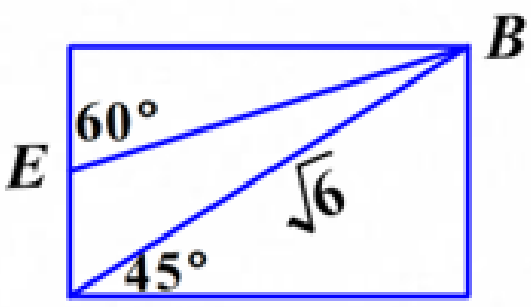
⑦٢ إذا كان الشكل مستطيلا فما قيمة x ؟							
(A)	16	(B)	17	(C)	19	(D)	22



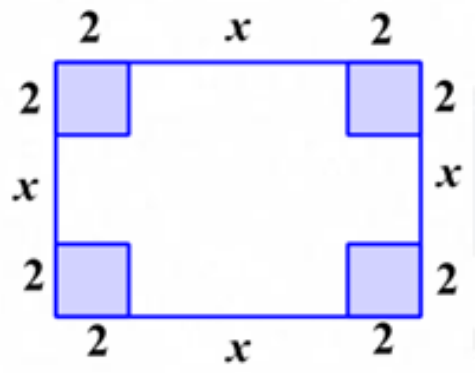
⑦٣ معين طولا قطريه 12 , 16 ، فأوجد محيطه :							
(A)	40	(B)	50	(C)	60	(D)	96

⑦٤ ذهب فهد مع عائلته في رحلة ، واختار منطقة مربعة الشكل $ABCD$ لينصب عليها خيمته ، ثم اعتمد على شارعين متعامدين كمحاور ليحدد إحداثيات المنطقة فوجدها $D\ (7\ ,6)$, $C\ (9\ ,3)$, $B\ (6,1)$, $A\ (4\ ,4)$ ، ما إحداثيات مركز الخيمة ليتم وضع عمود الارتكاز فيها ؟							
(A)	$(5\ ,2.5)$	(B)	$(8\ ,4.5)$	(C)	$(6.5\ ,3.5)$	(D)	$(7.5\ ,2)$

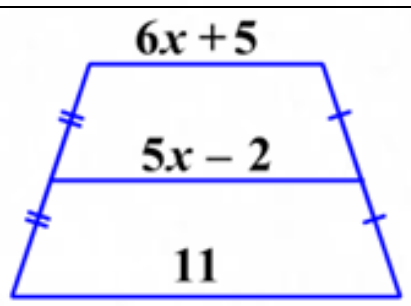
⑦٥ من المربع المجاور ، أوجد طول EB :							
(A)	2	(B)	3	(C)	4	(D)	5

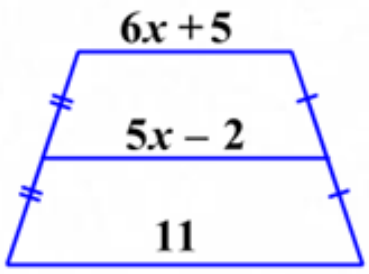
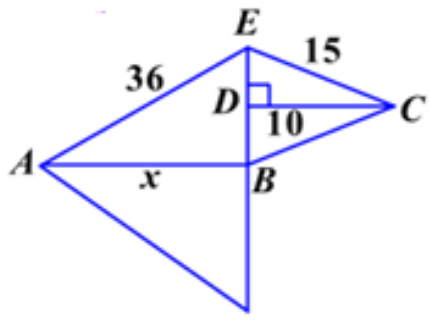
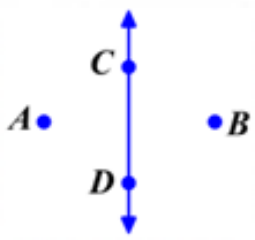
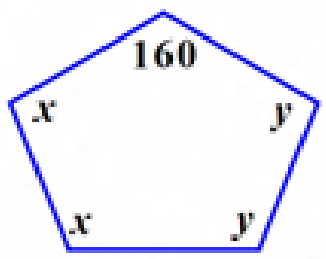
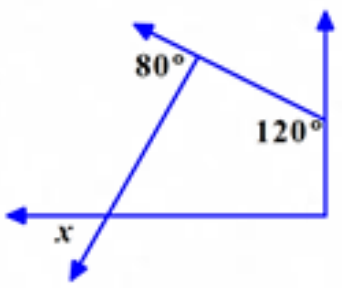


⑦٦ من الشكل المجاور ، إذا كان الشكل مربع ، فاحسب مساحة الغير مظلل :							
(A)	$x^2 + 8x$	(B)	$x^2 + 2x^2$				
(C)	$2x^2 - 8$	(D)	$x + 8x^2$				



⑦٧ أوجد طول القطعة المتوسطة إذا كان الشكل شبه منحرف :							
(A)	25	(B)	16	(C)	15	(D)	23



	٧٨ إذا كان الشكل يمثل شبه منحرف أوجد قيمة x							
	(A)	4	(B)	5	(C)	7	(D)	6
	٧٩ إذا كان $\Delta\ ABE$ يشابه $\Delta\ CDE$ فأوجد x							
	(A)	5	(B)	15	(C)	18	(D)	24
	٨٠ في الشكل صورة النقطة C بالانعكاس حول المستقيم l ؟							
	(A)	النقطة A	(B)	النقطة B	(C)	النقطة C	(D)	النقطة D
٨١ ما رتبة التماثل الدوراني بمضلع سداسي منتظم؟								
	(A)	5	(B)	6	(C)	7	(D)	60
٨٢ ما رتبة التماثل الدوري لمضلع منتظم مقدار تمائله الدوراني حول مركزه يساوي $36\ °$ ؟								
	(A)	36	(B)	12	(C)	10	(D)	8
٨٣ عدد محاور التناظر للمثلث المتطابق الأضلاع يساوي								
	(A)	1	(B)	2	(C)	3	(D)	لا يساوي
٨٤ $A`B`$ صورة AB بتمدد معامله k ، أي القيم التالية يجعل التمدد تصغيرا ؟								
	(A)	$\frac{3}{2}$	(B)	$\frac{1}{2}$	(C)	1	(D)	0
	٨٥ أوجد قيمة $x + y$:							
	(A)	180 °	(B)	190 °	(C)	45 °	(D)	175 °
	٨٦ في الشكل الآتي ، قيمة x تساوي :							
	(A)	50 °	(B)	60 °	(C)	100 °	(D)	130 °

⑧⑦ ما قيمة x في الشكل التالى ؟							
(A)	$60°$	(B)	$120°$	(C)	$30°$	(D)	$40°$

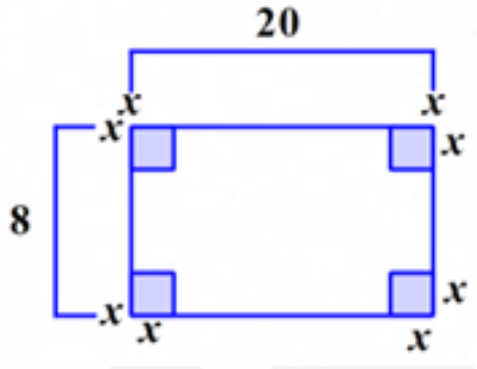


⑧⑧ ما قيمة x في التناسب $\frac{3x+4}{5} = \frac{2x-1}{3}$							
(A)	12	(B)	17	(C)	20	(D)	25

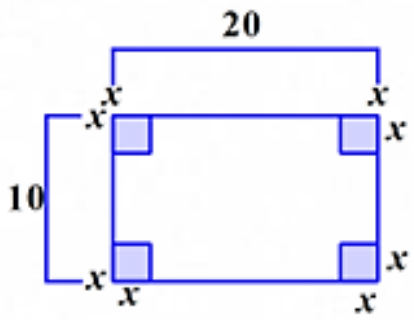
⑧⑨ أوجد قيمة x في المعادلة $\frac{3}{x} = \frac{1`5}{12}$							
(A)	$\frac{12}{5}$	(B)	$\frac{1}{12}$	(C)	12	(D)	$\frac{12}{4}$

⑨⓪ ما هو حجم منشور رباعي طول ضلع قاعدته = $3\ cm$ ، وطول الحرف الجانبي = $12\ cm$							
(A)	$36\ cm^3$	(B)	$120\ cm^3$	(C)	$108\ cm^3$	(D)	$18\ cm^3$

⑨① شركة تنتج صناديق كل منها مصنوع من مستطيل أطوال ضلعيه 8×20 عبر قطع اطرافه ثم طي حوافه المتبقية كم يكون حجم الصندوق بدلالة x ؟			
(A)	$x(8-2x)(20-2x)$	(B)	$x(20-2x)(10-2x)$
(C)	$200x^4$	(D)	$x(20-4x)(10-4x)$



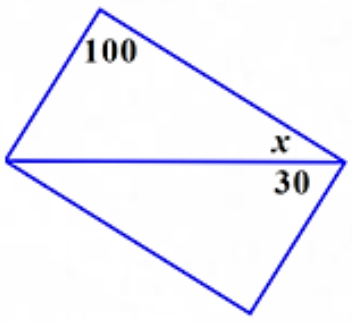
⑨② شركة تنتج صناديق كل منها مصنوع من مستطيل أطوال ضلعيه 10×20 عبر قطع اطرافه ورميها ثم طي حوافه كم يكون حجم المتبقية و الصندوق الواحد بدلالة x ؟			
(A)	$200x^2$	(B)	$x(8-2x)(10-4x)$
(C)	$x(20-4x)(10-4x)$	(D)	$x(20-2x)(10-2x)$



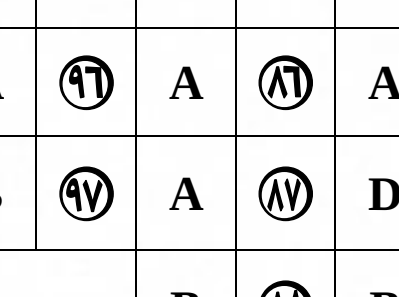
⑨③ أوجد قيمة y $\frac{y-3}{x-1} - 3 = 0$							
(A)	x	(B)	$12x$	(C)	$3x$	(D)	$9x$

⑨④ إذا كان $ABCD$ يمثل معين ، وأردت جعله مستطيل فأي الاتي صحيح؟							
(A)	$AB = CD$	(B)	$AC = BD$	(C)	$AD = BC$	(D)	

⑨⑤ إذا كان الشكل متوازي أضلاع ، فما قيمة x							
(A)	45	(B)	50	(C)	60	(D)	80



٩٦ أوجد قيمة x $\frac{3x+4}{5}=\frac{2x-1}{3}$							
30	(D)	20	(C)	10	(B)	17	(A)



٩٧

$FH = 15$

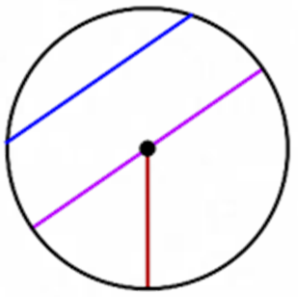
$CH = 5$

$DG = \frac{1}{3}FD$	(B)	$DG = \frac{1}{2}FD$	(A)
	(D)	$DG = \frac{1}{5}FD$	(C)

A	٩١	B	٨١	C	٧١	A	٦١	C	٥١	B	٤١	A	٣١	C	٢١	A	١١	D	١
D	٩٢	C	٨٢	A	٧٢	D	٦٢	D	٥٢	B	٤٢	A	٣٢	A	٢٢	C	١٢	C	٢
C	٩٣	C	٨٣	A	٧٣	A	٦٣	B	٥٣	A	٤٣	B	٣٣	D	٢٣	D	١٣	C	٣
B	٩٤	B	٨٤	C	٧٤	D	٦٤	B	٥٤	B	٤٤	B	٣٤	B	٢٤	A	١٤	D	٤
B	٩٥	B	٨٥	A	٧٥	C	٦٥	C	٥٥	B	٤٥	A	٣٥	D	٢٥	C	١٥	C	٥
A	٩٦	A	٨٦	A	٧٦	D	٦٦	B	٥٦	B	٤٦	D	٣٦	A	٢٦	A	١٦	C	٦
B	٩٧	A	٨٧	D	٧٧	B	٦٧	A	٥٧	A	٤٧	D	٣٧	B	٢٧	B	١٧	C	٧
		B	٨٨	B	٧٨	D	٦٨	C	٥٨	B	٤٨	D	٣٨	C	٢٨	C	١٨	A	٨
		A	٨٩	D	٧٩	C	٦٩	C	٥٩	C	٤٩	B	٣٩	B	٢٩	B	١٩	C	٩
		C	٩٠	C	٨٠	A	٧٠	A	٦٠	A	٥٠	A	٤٠	A	٣٠	C	٢٠	B	١٠

4) الدائرة

الدائرة ومحيطها



- نصف القطر : قطعة مستقيمة أحد طرفيها على المركز والطرف الآخر على الدائرة.
- الوتر : قطعة مستقيمة طرفاها على الدائرة .
- القطر : وتر يمر بالمركز .
- محيط الدائرة .....

صيغة نصف القطر	صيغة القطر
$C = 2\pi r$	$C = \pi d$

- فائدة .....

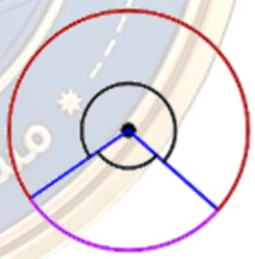
$$\pi \approx \frac{22}{7} \quad \text{أو} \quad \pi \approx 3.14$$

الزاوية المركزية

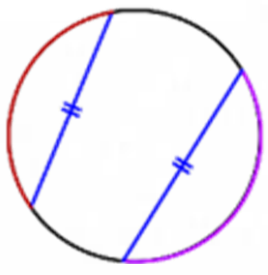


- المقصود بها : زاوية رأسها مركز الدائرة وضلعاها نصفا قطرين للدائرة .
- مجموع قياسات الزوايا المركزية يساوي $360°$.

الأقواس وقياسها

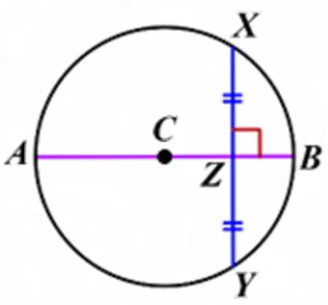


- القوس الأصغر قياس زاويته المركزية أقل من $180°$.
- القوس الأكبر قياس زاويته المركزية أكبر من $180°$.
- قياس القوس يساوي قياس الزاوية المركزية المقابلة له .



- نصف الدائرة قياس زاويته المركزية $180°$.
- تطابق الأوتار يؤدي إلى تطابق أقواسها ، والعكس بالعكس .

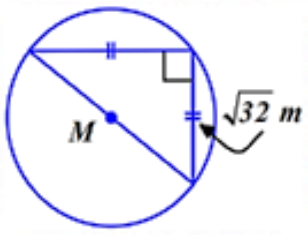
تنصيف الأقواس والأوتار



- إذا كان قطر الدائرة أو نصف قطرها عموديا على وتر فيها ، فإنه ينصف ذلك الوتر وينصف قوسه.

---

① محيط الدائرة في الشكل يساوي

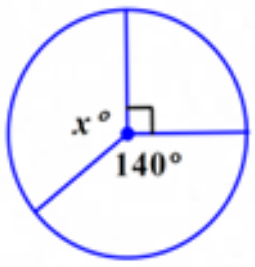


A	8π	B	16π
C	32π	D	64π

② حوض سباحة دائرة محيطه $50\ m$ ، أوجد طول نصف قطر المسبح مقربًا الناتج لأقرب عدد صحيح .

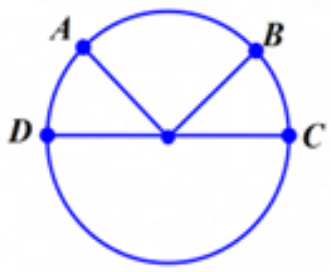
A	6	B	7
C	8	D	10

③ قيمة x في الشكل تساوي ...



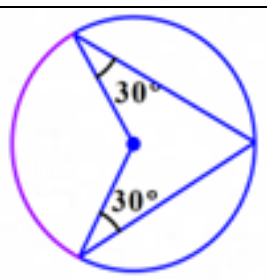
A	360	B	140
C	130	D	90

④ في الشكل $m\widehat{AB} = 3m\widehat{BC}$ و $\widehat{BC} \cong \widehat{AD}$ أوجد $m\widehat{BC}$



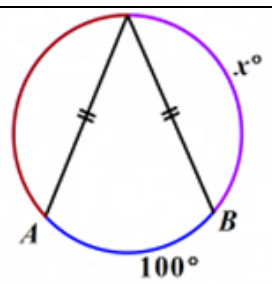
A	$72°$	B	$48°$
C	$36°$	D	$24°$

⑤ ما قياس القوس المظلل في الشكل ؟



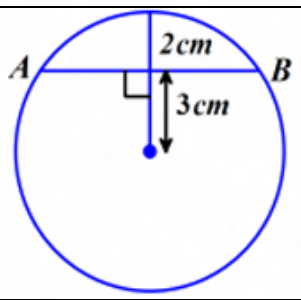
A	$60°$	B	$120°$
C	$180°$	D	$240°$

⑥ في الشكل $m\widehat{AB} = 100°$ ، أوجد قيمة x ؟



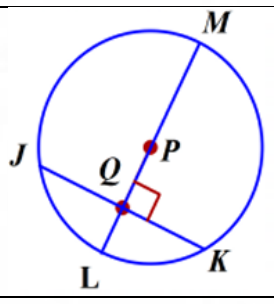
A	50	B	100
C	130	D	140

⑦ في الشكل ما طول $\overline{AB}$ بالسنتمتر؟



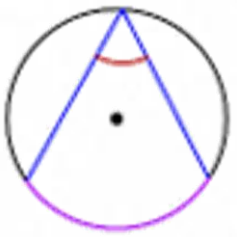
A	4	B	8
C	10	D	16

⑧ في الشكل إذا كان $m\widehat{JLK} = 134°$ فأوجد $m\widehat{JL}$.

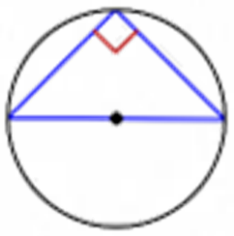


A	$33.5°$	B	$67°$
C	$100°$	D	$134°$

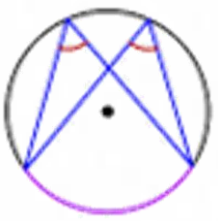
تنصيف الأقواس والأوتار



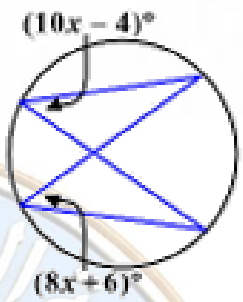
- المقصود بها : زاوية رأسها على الدائرة وضلعاها وتران للدائرة .



- قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف ياس القوس المقابل لها .
- الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تكون قائمة (قياسها $90°$) .



- الزاويتان المحيطتان المرسومتان على نفس القوس متطابقتان (لهما نفس القياس).



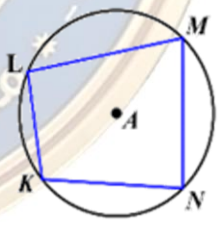
مثال : ما قيمة x في الشكل؟

18	(B)	5	(A)
64	(D)	46	(C)

الحل : بما أن الزاويتين مرسومتان على نفس القوس فإن الزاويتين لهما نفس القياس .

$$10x - 4 = 8x + 6$$
$$10x - 8x = 4 + 6$$
$$2x = 10 \quad \Rightarrow \quad x = 5$$

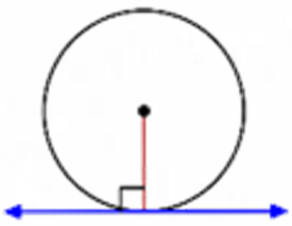
الشكل الرباعي المحاط بدائرة



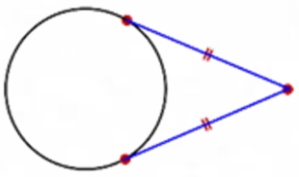
- تعريفه : شكل رباعي تمر برؤسه دائرة .
- من خواصه : كل زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.

$$m\angle L + m\angle N = 180°$$

المماسات



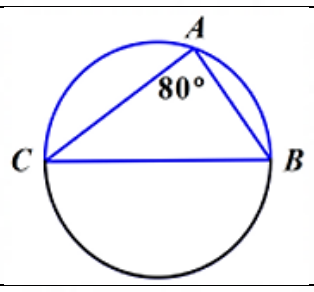
- المماس : مستقيم في مستوى الدائرة ويقطعها في نقطة واحدة (نقطة التماس) .
- نظرية : المماس ونصف القطر المار بنقطة التماس متعامدان.



- نظرية : القطعتان المماستان لدائرة من نقطة خارجها متطابقتان.

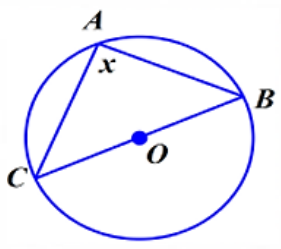
---

⑨ ما قياس $\widehat{CB}$ في الشكل ؟



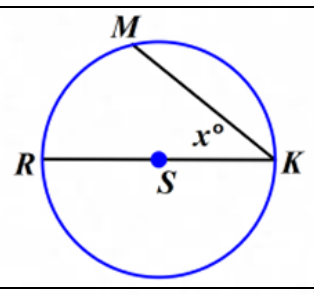
A	40 °	B	80 °
C	160 °	D	240 °

⑩ ما قيمة x في الشكل ؟



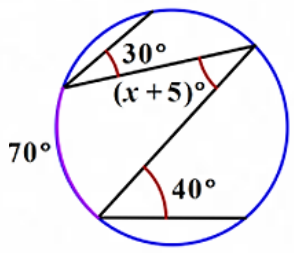
A	30 °	B	45 °
C	60 °	D	90 °

⑪ في الشكل $\overline{RK}$ قطر في الدائرة S ، فإذا كان $m\widehat{RM} = 60°$ فما قيمة x ؟



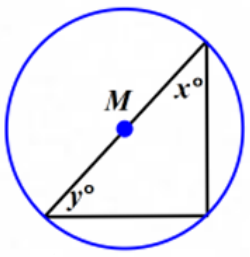
A	120	B	60
C	30	D	40

⑫ ما قيمة x في الشكل ؟



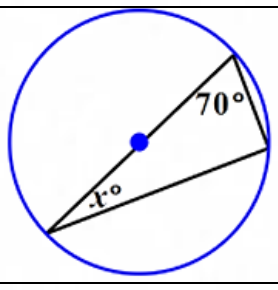
A	30	B	40
C	60	D	70

⑬ في الشكل إذا كانت M مركز الدائرة فما قيمة $x + y$ ؟



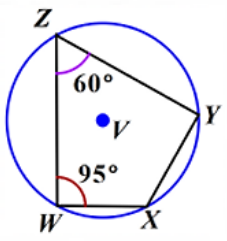
A	60	B	90
C	120	D	180

⑭ ما قيمة x في الشكل ؟



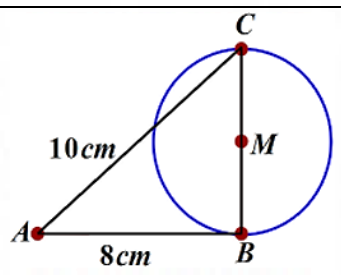
A	20	B	30
C	40	D	80

⑮ في الشكل $m\angle X$ يساوي .....



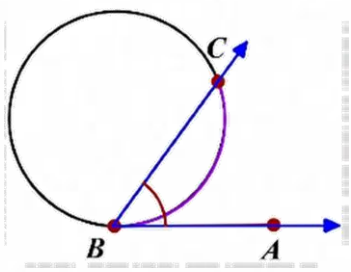
A	35 °	B	85 °
C	120 °	D	155 °

⑯ إذا كان $\overline{AB}$ مماسًا للدائرة M فما طول نصف قطر الدائرة بالسنتمترات ؟



A	60 °	B	120 °
C	180 °	D	240 °

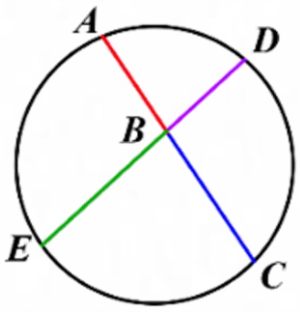
الزاوية المماسية



- المقصود بها : زاوية ناتجة من تقاطع مماس وقاطع عند نقطة التماس ، وقياسها يساوي نصف قياس القوس المقابل لها .

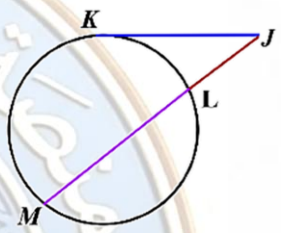
$$m\angle ABC = \frac{1}{2}\, m\,\widehat{BC}$$

نظرية قطع الوتر



- $\overline{AC}$, $\overline{ED}$ وتران متقاطعان داخل الدائرة $AB \times BC = DB \times BE$

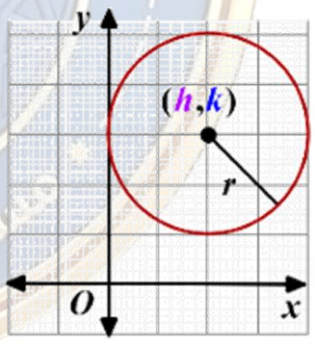
طول المماس وجزأي القاطع



- $\overline{JK}$ مماس متقاطع مع القاطع $\overline{JM}$ خارج الدائرة .....

$$(JK)^2 = JL \times JM$$

معادلة الدائرة

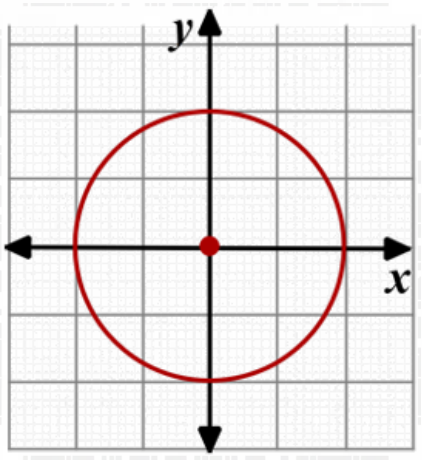


- معادلة الدائرة التى مركزها $(h\,,k)$ وطول نصف قطرها r هي .....

$$(x-h)^2 + (y-h)^2 = r^2$$

- معادلة الدائرة التى مركزها $(0\,,0)$ وطول نصف قطرها r هي ..... $x^2 + y^2 = r^2$

مثال : معادلة الدائرة المبينة بالشكل هي...



(A) $x^2 + y^2 = 2$

(B) $x^2 + y^2 = 4$

(C) $x^2 + y^2 = 8$

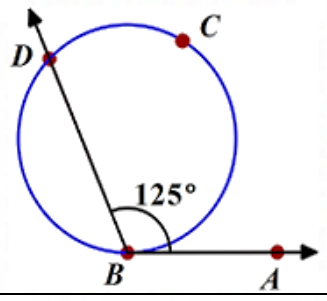
(D) $x^2 + y^2 = 16$

الحل : بما أن الدائرة مركزها $(0\,,0)$ ، وطول نصف قطرها $r = 2$ فإن معادلة الدائرة ....

$$x^2 + y^2 = 2^2 \implies x^2 + y^2 = 4$$

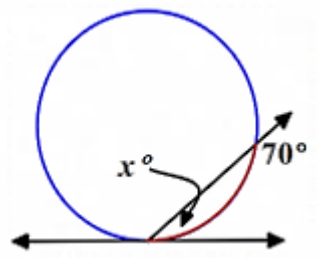
---

⑰ في الشكل إذا كان $m\angle ABD = 125°$ و $\overline{AB}$ ، فإن $m\,\widehat{BCD}$ يساوي .....



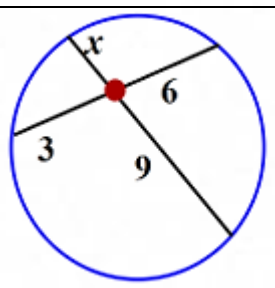
A	$62.5°$	B	$125°$
C	$150°$	D	$250°$

⑱ ما قيمة x في الشكل ؟



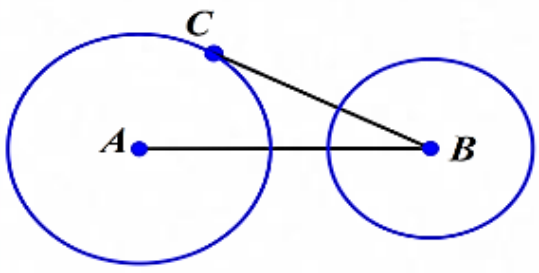
A	$15°$	B	$35°$
C	$45°$	D	$70°$

⑲ قيمة x في الشكل تساوي .....



A	$60°$	B	$120°$
C	$180°$	D	$240°$

⑳ في الشكل إذا كان طول قطر الدائرة A يساوي 12 و $\overline{BC}$ مماسًا لها عند C وطوله يساوي 8 ، وكانت المسافة بين الدائرتين 1 ، فما طول قطر الدائرة B ؟



A	$60°$	B	$120°$
C	$180°$	D	$240°$

㉑ ما مركز الدائرة التى معادلتها $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$

A	$(-2\,,-1)$	B	$(2\,,-1)$
C	$(-2\,,1)$	D	$(2\,,1)$

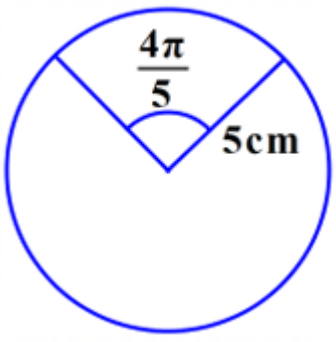
㉒ أي النقاط التالية تقع على الدائرة $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 36$

A	$(-2\,,1)$	B	$(1\,,36)$
C	$(4\,,1)$	D	$(0\,,3)$

㉓ إذا حدث انعكاس لمركز الدائرة التى معادلتها $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 4$ حول المستقيم $y = x$ ، ثم دوران بزاوية $90°$ عكس عقارب الساعة ، فما مركزها بعد الدوران ؟

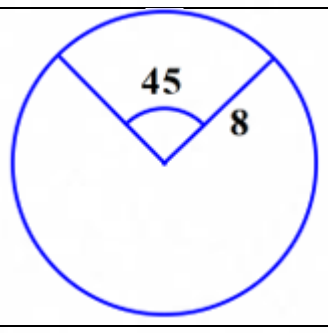
A	$(-1\,,-3)$	B	$(-1\,,3)$
C	$(1\,,-3)$	D	$(-3\,,-1)$

تجميعات إضافية على الدرس الرابع



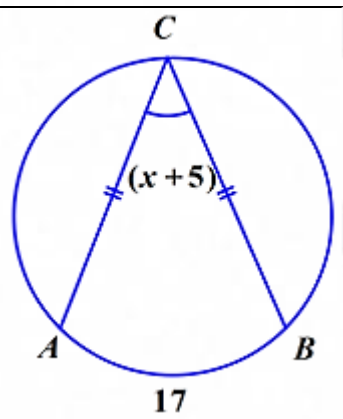
(٢٤) طول القوس المقابل للزاوية بوحدة cm :

(A)	2π	(B)	3π	(C)	4π	(D)	5π



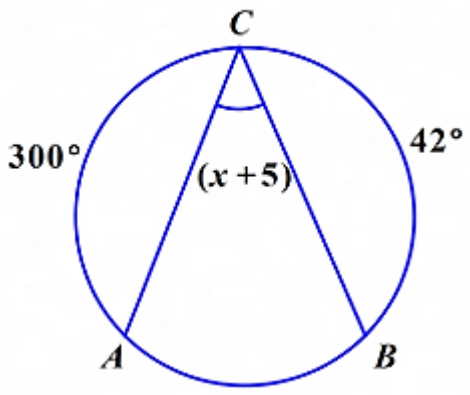
(٢٥) كم طول القوس (الأصغر) المقابل للزاوية المركزية؟

(A)	2π	(B)	8π	(C)	4π	(D)	45



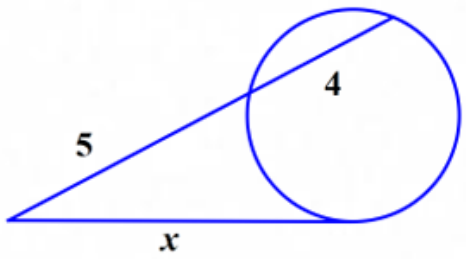
(٢٦) أوجد قيمة x : $m\left(\widehat{AB}\right) = 17$

(A)	4	(B)	3.5	(C)	2	(D)	16



(٢٧) من الشكل المجاور ، أوجد قيمة x :

(A)	2 °	(B)	3.5 °	(C)	4 °	(D)	16 °

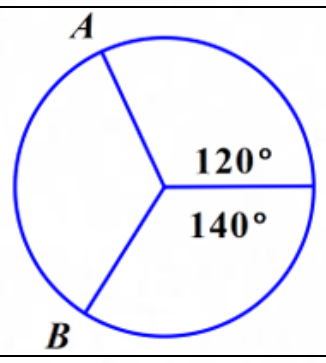


(٢٨) ما قيمة x في الشكل المجاور ؟

(A)	20	(B)	$3\sqrt{5}$	(C)	36	(D)	9

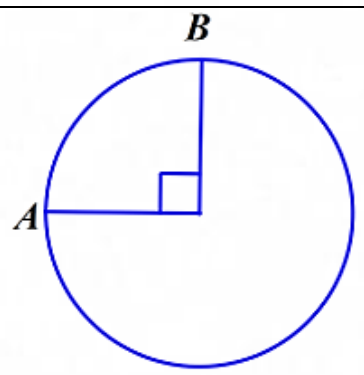
(٢٩) النقطة التى تقع على الدائرة $(x-2)^2 + (y+5)^2 = 36$

(A)	$(-1\ ,-1)$	(B)	$(2\ ,-4)$	(C)	$(0\ ,3)$	(D)	$(2\ ,1)$



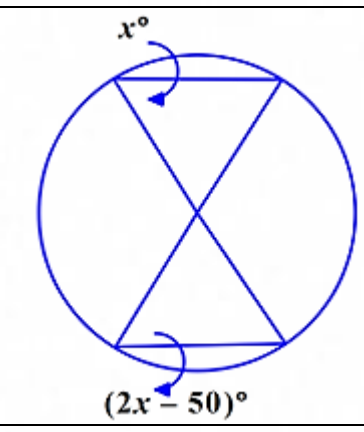
(٣٠) في الشكل $m\ \widehat{AB}$ يساوي .....

(A)	60 °	(B)	100 °	(C)	120 °	(D)	140 °



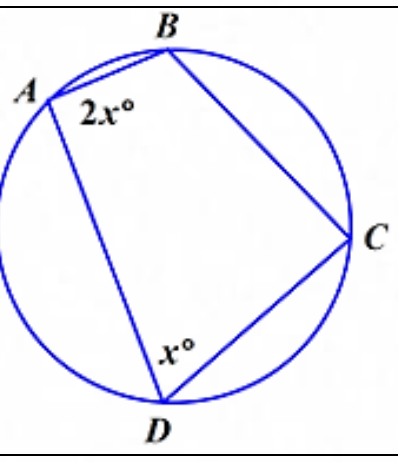
(٣١) في الشكل $m\,\widehat{ACB}$ يساوي .....

(A)	45 °	(B)	90 °	(C)	180 °	(D)	270 °



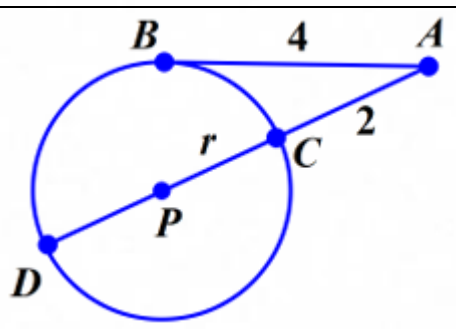
(٣٢) أوجد قيمة x ° في الشكل المجاور .....

(A)	25 °	(B)	100 °	(C)	120 °	(D)	50 °



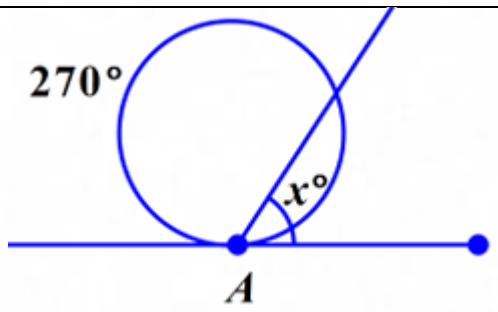
(٣٣) في الشكل $m\angle B$ يساوي .....

(A)	30 °	(B)	60 °	(C)	120 °	(D)	180 °



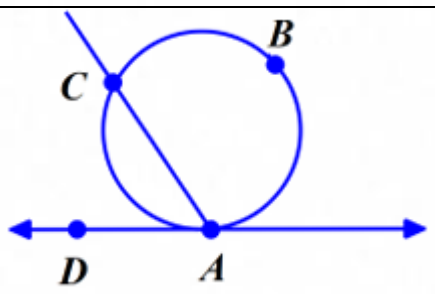
(٣٤) في الشكل أوجد مساحة الدائرة P بالوحدة المربعة

(A)	36 π	(B)	16 π	(C)	9 π	(D)	4 π



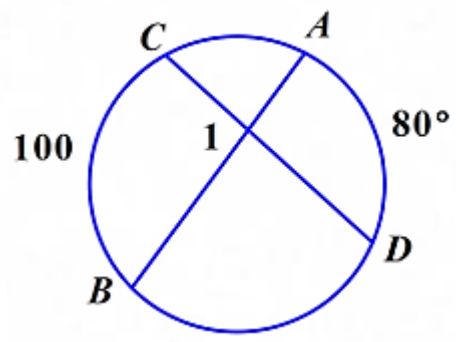
(٣٥) إذا كان $\overline{AB}$ مماسا للدائرة المجاورة فإن قيمة X :

(A)	15 °	(B)	35 °	(C)	45 °	(D)	90 °



(٣٦) في الشكل إذا كان $m\,\widehat{ABC} = 260°$ و $\overline{AD}$ مماسا ، فإن $m\angle DAC$ يساوي .....

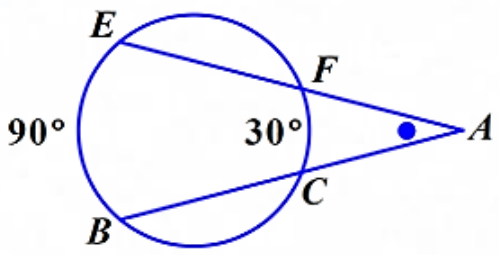
(A)	260 °	(B)	130 °	(C)	100 °	(D)	50 °



(٣٧) في الشكل إذا كان $m\widehat{AD} = 80°$ ، $m\widehat{CB} = 100°$ ، فإن $m\angle 1$ يساوي .....

(A)	80°	(B)	90°	(C)	100°	(D)	180°

منصة الهدف التعليمية



(٣٨) في الشكل $m\angle A$ يساوي .....

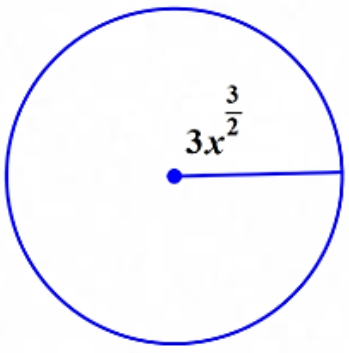
(A)	30°	(B)	60°	(C)	90°	(D)	120°

(٣٩) طول قطر الدائرة $(x-3)^2+(y-6)^2=16$ يساوي .....

(A)	3 وحدات	(B)	4 وحدات	(C)	8 وحدات	(D)	16 وحدات

(٤٠) أي المعادلات الآتية تمس المحورين ؟

(A)	$x^2+y^2=1$	(B)	$x^2+(y-1)^2=2$
(C)	$(x-2)^2+(y+2)^2=2$	(D)	$(x+3)^2+(y-3)^3=9$

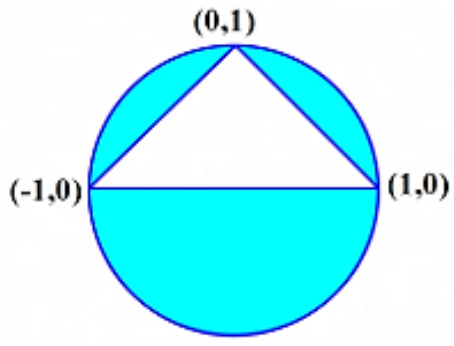


(٤١) إذا كان $x=2$ أوجد مساحة الدائرة

(A)	8π	(B)	27π	(C)	72π	(D)	$9\sqrt{8}\pi$

(٤٢) إذا كان محيط الدائرة A يساوي $2\sqrt{9\pi}$ فإن مساحة الدائرة تساوي .....

(A)	3	(B)	6	(C)	9	(D)	12



(٤٣) احسب مساحة المطقة المظللة في الشكل :

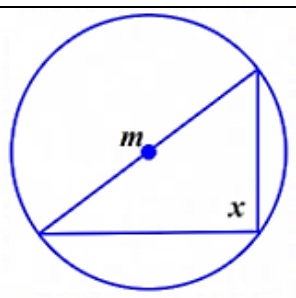
(A)	π^2	(B)	π	(C)	$\pi-1$	(D)	π^2-1

(٤٤) إذا كان نصف قطر الأسطوانة $r=\sqrt{\frac{3V}{5\pi}}$ وحجمها $47\ cm^3$ فما طول قطرها تقريبا .....

(A)	6 cm	(B)	7 cm	(C)	8 cm	(D)	9 cm

(٤٥) إذا كان حجم الكرة الأولى أكبر من بثلاث أضعاف من الثانية ، وكان حجم الكرة الأولى $32\ \pi$ ، فكم نصف قطر الكرة الثانية ؟ إذا علمت أن قانون حجم الكرة $\frac{4}{3}\pi r^2$

(A)	2	(B)	3	(C)	4	(D)	5



(٤٦) في الشكل المجاور دائرة مركزها M ما قيمة x ؟

(A)	180	(B)	120	(C)	90	(D)	60

①	A	⑪	C	㉑	B	㉛	D	㊶	C
②	C	⑫	A	㉒	A	㉜	D	㊷	C
③	C	⑬	B	㉓	D	㉝	C	㊸	C
④	C	⑭	A	㉔	C	㉞	C	㊹	A
⑤	B	⑮	C	㉕	A	㉟	C	㊺	A
⑥	C	⑯	B	㉖	B	㊱	D	㊻	C
⑦	B	⑰	D	㉗	C	㊲	B		
⑧	B	⑱	B	㉘	B	㊳	A		
⑨	C	⑲	A	㉙	D	㊴	C		
⑩	D	⑳	B	㉚	B	㊵	D		

منصة الهدف التعليمية
قدرات وتحصيلي
مستر إبراهيم الشافعي

5) الدوال والمتباينات والمصفوفات

الأعداد الحقيقية

- مجموعة الأعداد الطبيعية N .....
$\{1, 2, 3, 4, \dots\dots\dots\}$
- مجموعة الأعداد الكلية W .....
$\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\dots\dots\}$
- مجموعة الأعداد الصحيحة Z .....
$\{\dots\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\dots\dots\}$
- مجموعة الأعداد النسبية Q : تتكون من أي عدد يمكن كتابته على صورة $\frac{\text{بسط}}{\text{مقام}}$ بحيث المقام $\neq 0$ ، وأيضا الأعداد الدورية ، مثل .....
$2, \sqrt{49}, 0.125, \frac{22}{7}, \frac{3}{5}, 0.\overline{3}, 0.\overline{45}$
- مجموعة الأعداد غير النسبية I : العدد غير النسبي عدد صورته العشرية ليست منتهية ولا دورية ، مثل .....
$\pi, \sqrt{2}, \sqrt{6}, \sqrt{8}, \sqrt{\text{عدد ليس مربعا كاملا}}$
- مجموعة الأعداد الحقيقية R : اتحاد مجموعتي الأعداد السبية والأعداد غير النسبية.

من خصائص الأعداد الحقيقية

- التبديل (الإبدال) والتجميع في الجمع والضرب .....
$a + (b + c) = (a + b) + c$
$a + b = b + a$
$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c \qquad a \cdot b = b \cdot a$
- التوزيع : $a(b + c) = ab + ac$
- النظير الجمعي لعدد هو نفس العدد بعكس إشارته ، فمثلا : النظير الجمعي 0.4 هو -0.4 .
- النظير الضربي للعدد $\frac{a}{b}$ هو العدد $\frac{b}{a}$ ، فمثلا : النظير الضربي للعدد $\frac{3}{4}$ هو $\frac{4}{3}$
- خاصية الجمع أو الطرح للمساواة : إذا كان $a = b$ فإن ...
$a + c = b + c$ و $a - c = b - c$
- أي أننا : إذا جمعنا (أو طرحنا) نفس الكمية من كميتين متساويتين فإن الناتج كميات متساوية.
- مسلمة جمع أطوال القطع المستقيمة : إذا كان $FH + HG = FG$ فإن االنقطة H تقع بين F و G أي أنها تمثل قطعة مستقيمة FG .

---

① أي مجموعات الأعداد التالية لا ينتمى إليه العدد -25 ؟

A	الأعداد الصحيحة (Z)	B	الأعداد النسبية (Q)
C	الأعداد الحقيقية (R)	D	الأعداد الكلية (W)

② ما العدد الذي يكافئ $\frac{2}{5}$ ، وحاصل ضرب بسطه في مقامه 90 ؟

A	$\frac{30}{60}$	B	$\frac{6}{15}$
C	$\frac{4}{20}$	D	$\frac{2}{45}$

③ ما العدد الذي ينتمى إل مجموعة الأعداد غير النسبية ؟

A	$\sqrt{7}$	B	2
C	$\frac{22}{7}$	D	0.45

④ الخاصية المستخدمة في العبارة الرياضية $3x - y = -y + 3x$ هي

A	الإبدال	B	التجميع
C	التوزيع	D	الانغلاق

⑤ ما الخاصية التى تبرر العبارة التالية ؟
"إذا كان $3\left(x - \frac{7}{6}\right) = 5$ فإن $3x - \frac{7}{2} = 5$ "

A	التوزيع	B	الطرح
C	الجمع	D	الضرب

⑥ إذا كان النظير الضربي للكسر $\frac{4x}{4x + h}$ هو $\frac{x - 3}{x}$ ، فما قيمة h ؟

A	-12	B	-7
C	7	D	12

⑦ إذا كان لدينا 3 نقاط A, B, C حيث أن $AB + CB = AC$ ، فإن هذه النقاط تمثل .....

A	قطعة مستقيمة AB	B	مثلث ضلعه الأكبر $\overline{AB}$
C	قطعة مستقيمة AC	D	مثلث ضلعه الأكبر $\overline{AC}$

الفترات في الأعداد الحقيقية R

- الفترات المحدودة وغير المحدودة .....

فترات محدودة	$[a\,,b]$	$a \le x \le b$
	$(a\,,b)$	$a < x < b$
فترات غير محدودة	$(-\infty\,,a]$	$x \le a$
	(a,∞)	$x > z$

- تنبيه : في رمز الفترة .....

رمز التباين $\le$ يدل على القوس المغلق] ،

ورمز التباين $<$ يدل على القوس المفتوح) .

مثال توضيحي : المتباينة $-2 \le x < 3$ تمثل بالفترة $[-2\,,3)$ ، والصفة المميزة لها هي :

$\{x \mid -2 \le x < 3\,, x \in R\}$

ومجموعة الأعداد لها هي : $\{-2\,,-1\,,0\,,1\,,2\}$

العلاقات والدوال

- الدالة : علاقة يرتبط فيها كل عنصر في المجال بعنصر واحد في المدى.
- المجال : قيم x التى يمكن التعويض بها في الدالة .
- المدى : القيم الناتجة من التعويض بقيم x في الدالة .
- فائدة : لايجاد المدى جبريا نعوض ببداية ونهاية لمتباينة في الدالة ويعبر عنه بفترة .

قيمة الدالة $f(x)$ عند نقطة

- لإيجاد قيمة الدالة $f(x)$ عند نقطة نعوض بالنقطة في الدالة بشرط انتماء النقطة لمجال الدالة .

مثال : بالتعويض $f(x) = 4x - 3$ فأوجد $f(-2)$

(A) -9 (B) -10

(C) -11 (D) -12

الحل : بالتعويض عن $x = -2$ في الدالة $f(x)$ .....

$$f(-2) = 4(-2) - 3 = -8 - 3 = -11$$

- في الدالة متعددة التعريف لايتم التعويض بالعدد في الجزء الذي يحقق شروطها ، ثم نبسط.

⑧ ما مجموعة الأعداد التى صفتها المميزة $\{x \mid -3 \le x \le 2, x \in Z\}$

A	$\{-2\,,-1\,,0\,,1\,,2\}$	B	$\{-3\,,-2\,,-1\,,0\,,1\,,2\}$
C	$\{-2\,,-1\,,0\,,1\}$	D	$\{-3\,,-2\,,-1\,,1\,,2\}$

⑨ ما الفترة التى تمثل المتباينة $-5 \le x \le -2$ ؟

A	$[-5\,,-2)$	B	$(-5\,,-2)$
C	$(-5\,,-2]$	D	$[-5,-2]$

⑩ أوجد مدى الدالة $f(x) = 2x - 5$ إذا كان $-1 < x < 3$

A	$(-1\,,3)$	B	$(1\,,-3)$
C	$(-7\,,1)$	D	$(-7\,,3)$

⑪ إذا كانت $f(x) = 3x - 2$ فإن $f(-3)$ تساوي

A	-9	B	-10
C	-11	D	-12

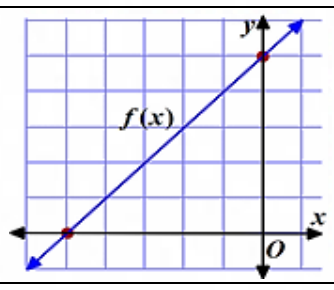
⑫ إذا كانت $f(x) = 4x^2 - 8$ فإن $f(x-1)$ تساوي ....

A	$4x^2 - 8x - 4$	B	$4x^2 - 2x - 9$
C	$4x^2 - 8x - 12$	D	$4x^2 - 9$

⑬ إذا كانت $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 5x + 11$ فأوجد $f(2) - f(0)$

A	11	B	12
C	15	D	18

⑭ من الشكل $f(x)$ تساوي ....



A	$5x$	B	$-5 - x$
C	$x + 5$	D	$x - 5$

⑮ إذا كانت $f(x) = ax^4 - bx^2 + x + 5$ حيث $a\,,b$ عددان حقيقيان ، و $f(-2) = 2$ فأوجد $f(2)$

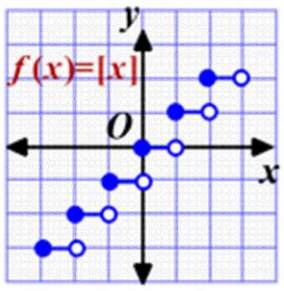
A	-6	B	-2
C	2	D	6

دالة أكبر عدد صحيح (الدرجية)

- الرمز $[x]$ يرمز العدد الصحيح الأقل من أو يساوي x ، فمثلا .....

$$[3.7]=3\ ,[-3.7]=-4$$

- الدالة الدرجية : $f(x)=[x]$



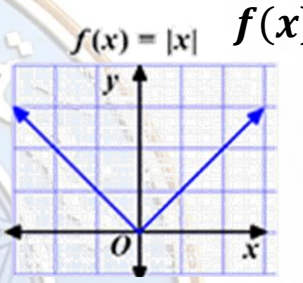
مجالها	مجموعة الأعداد الحقيقية R
مداها	مجموعة الأعداد الصحيحة Z

القيمة المطلقة ودالة القيمة المطلقة

- القيمة المطلقة للعدد : (دائما موجبة) $|\pm a|=a$ ، فمثلا

$$|-7|=7\ ,|5|=5$$

- الدالة الرئيسية (الأم) : $f(x)=|x|$



مجالها	R
مداها	$[0\ ,\infty)$

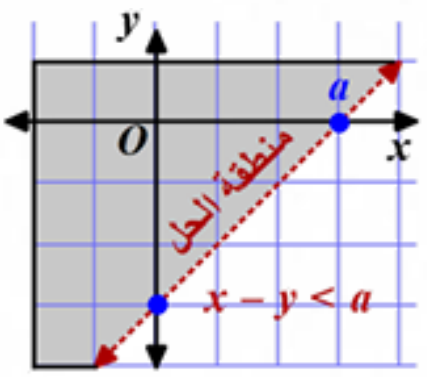
- الصورة العامة : $f(x)=|x-a|+b$

مجالها	R	مداها	$[b\ ,\infty)$

- فائدة لطيفة : $|x|=\sqrt{x^2}$

المتباينات الخطية

- المقصود بها : عبارة رياضية تحوي المتغيرين $X\ ,Y$ وإحدى علامات التباين $<$ أو $>$ أو $\geq$ أو $\leq$.
- إذا كانت نقطة ما تحقق متباينة فهي تقع في منطقة حل المتباينة والعكس بالعكس.
- مثال توضيحي : في الشكل السابق النقطة $(0\ ,0)$ تقع في منطقة الحل .



- إذا كانت نقطة ما تقع في منطقة حل النظام فهي تحقق جميع المتباينات في النظام ، والعكس بالعكس .

⑯ في الجدول ما العلاقة بين x و y ؟

x	1	2	3	4	5
y	5	8	11	14	17

A	$y=3x-2$	B	$y=4x+1$
C	$y=4x-1$	D	$y=3x+2$

⑰ إذا كانت $f(x)=[0.3x]-1$ فإن $f(-6)$ تساوي .....

A	-3	B	-2
C	-1	D	0

⑱ مجال الدالة $f(x)=[x]+1$ .....

A	R	B	Z
C	$[1\ ,\infty)$	D	$(-\infty\ ,1]$

⑲ مجال الدالة $f(x)=|x-7|$ .....

A	R	B	$R-\{7\}$
C	$R-\{-7\}$	D	$R-\{0\}$

⑳ ما مدى الدالة $f(x)=|x-2|+3$ ؟

A	$(0\ ,\infty)$	B	$[3,\infty)$
C	$(2\ ,\infty)$	D	$(1\ ,\infty)$

㉑ ما مدى الدالة $f(x)=2\sqrt{x^2}+3$ ؟

A	$[3\ ,\infty)$	B	$[2\ ,\infty)$
C	$[-3\ ,\infty)$	D	$[-3\ ,\infty)$

㉒ أى الدوال التالى فيه $f\left(\frac{-1}{4}\right)\neq -1$ ؟

A	$f(x)=4x$	B	$f(x)=[4x]$
C	$f(x)=[x]$	D	$f(x)=\|4x\|$

㉓ أي من النقاط التالية يقع في منطقة حل المتباينة $x-2y\leq 1$ ؟

A	$(2\ ,-1)$	B	$(2\ ,1)$
C	$(0\ ,-1)$	D	$(3\ ,0)$

المصفوفات

- نعبر عن رتبة المصفوفة بـ $m \times n$ ، حيث m عدد الصفوف n عدد الأعمدة .
- لتحديد عنصر في مصفوفة نحدد الصف ثم العمود الذي يتقاطع معه ، ونعبر عنه بـ a_{mn} .
- مثال توضيحي : المصفوف $\underline{A}$ رتبتها 3×2 ,
$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & -1 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$ والعنصر a_{21} هو 0 .
- مصفوفة الوحدة I .....
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

العمليات على المصفوفات

- لجمع مصفوفتين من نفس الرتبة نجمع كل عنصر في المصفوفة الأولى مع نظيره في الثانية ، والطرح بالطريقة نفسها.
- تنبيه : لا يمكن جمع أو طرح مصفوفتين مختفتين في الرتبة .
- مثال : ناتج $\begin{bmatrix} 7 & -2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 24 \\ -6 \\ -5 \end{bmatrix}$ يساوى .....

(A) غير معرف (B) $[21]$

(C) $[27]$ (D) $[3]$

الحل : المصفوفة الأولى من الرتبة 1×3 ، والمصفوفة الثانية من الرتبة 3×1 ، بما أن المصفوفتين مختلفتان في الرتبة فإن ناتج الجمع غير معرف.

- المصفوفتان المتساويتان : تكونان من نفس الرتبة وكل عنصر في المصفوفة الأولى يساوي نظيره في المصفوفة الثانية .
- ضرب مصفوفة بعدد : نضرب العدد بكل عنصر من عناصر المصفوفة .
- ضرب مصفوفتين ....

عملية ضرب ممكنة	عملية ضرب غير ممكنة
$\underline{A}_{m\times r} \cdot \underline{B}_{r\times t}$	$\underline{A}_{m\times r} \cdot \underline{B}_{n\times t}$

ويكون ناتج الضرب من الرتبة $m \times t$ ، وتكون عملية الضرب كالتالي:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & g \\ f & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bf & ag+bh \\ ce+df & cg+dh \end{bmatrix}$$

---

(٢٤) ما رتبة المصفوفة $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 0 \\ 5 & 9 & 7 & 0 \\ 3 & -4 & 8 & 0 \end{bmatrix}$ ؟

A	3×4	B	4×3
C	3×2	D	3×3

(٢٥) في المصفوفة $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ قيمة العنصر a_{23} هو ..

A	0	B	2
C	4	D	8

(٢٦) ناتج $4\begin{bmatrix} 9 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}$ يساوي .

A	$\begin{bmatrix} 42 & 6 \\ -4 & 12 \end{bmatrix}$	B	$\begin{bmatrix} 42 & 7 \\ -7 & 1 \end{bmatrix}$
C	$\begin{bmatrix} 27 & -5 \\ 12 & 0 \end{bmatrix}$	D	$\begin{bmatrix} 17 & 6 \\ -4 & 12 \end{bmatrix}$

(٢٧) إذا كان $\begin{bmatrix} -8 & -4 \\ 8 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 4 \\ -6 & 0 \end{bmatrix} - 2\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ فما قيمة x ؟

A	2	B	-2
C	-3	D	-6

(٢٨) إذا كان $\begin{bmatrix} 0 & 2x+1 \\ y-1 & 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 10 \end{bmatrix}$ ، فما قيمة $x+y$؟

A	24	B	18
C	15	D	10

(٢٩) إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$, $\underline{B} = \begin{bmatrix} -1 & 5 \\ -2 & -7 \end{bmatrix}$ ، فأوجد قيمة $2\underline{A} - \underline{B}$ ؟

A	$\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ -8 & -5 \end{bmatrix}$	B	$\begin{bmatrix} 5 & -5 \\ -4 & 9 \end{bmatrix}$
C	$\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ -4 & -5 \end{bmatrix}$	D	$\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ -11 & 9 \end{bmatrix}$

(٣٠) ناتج $\begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ يساوى ....

A	$\begin{bmatrix} 8 & -12 \end{bmatrix}$	B	$\begin{bmatrix} 8 \\ -12 \end{bmatrix}$
C	$\begin{bmatrix} 8 & -4 \\ 0 & 0 \\ 0 & -8 \end{bmatrix}$	D	غير معرف

المحددات والنظير الضربي لمصفوفة

- إيجاد قيمة محددة الدرجة الثانية ....

القطر الرئيسي $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

مثال : ما قيمة المحددة $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ ؟

الحل :

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = (2 \times 1) - (1 \times -2) = 2 + 3 = 5$$

- النظير لضربي للمصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ هو .....

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

مثال : ما النظير الضربي للمصفوفة $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ ؟

الحل :

$$\underline{A}^{-1} = \frac{1}{2(3)-5(1)}\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

- إذا كانت محددة المصفوفة تساوي صفراً فإن المصفوفة ليس لها نظير ضربي .

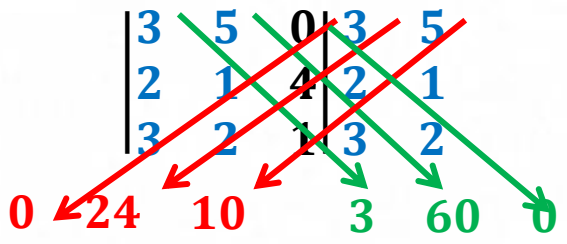
مثال : إذا كانت المصفوفة $\begin{bmatrix} x+1 & x \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$ ليس لها نظيرضربي ، فما قيمة x ؟

الحل : بما أن المصفوفة ليس لها نظير ضربي فإن محددتها تساوي صفرًا .....

$$\begin{bmatrix} x+1 & x \\ -2 & 8 \end{bmatrix} = 8(x+1) - x(-2) = 0$$

$$10x + 8 = 0 \implies x = \frac{-8}{10} = \frac{-4}{5}$$

- فائدة : $\underline{A} \cdot \underline{A}^{-1} = \underline{I}$
- محددة الدرجة الثالثة : نحسب قيمتها بقاعدة الأقطار ، فمثلًا ..



$$\begin{vmatrix} 3 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} = (3 + 60 + 0) - (0 + 24 + 10) = 29$$

- مساحة المثلث الذي إحداثيات رؤوسه $(a\,,b)\,,(c\,,d)\,,(e\,,f)$ تساوى $|A|$ حيث

$$A = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$$

---

(٣١) يوضح الجدول عدد المحاضرات التى تقدمها سارة لبرنامجين تدريبيين خلال شهرين على شبكة الانترنت ، فإذا كان تتقاضى عن كل مشاركة في البرنامج الأول 100 ريال ، وعن البرنامج الثاني 50 ريالًا ، فأي التالي يُعبر عن مجموع ما تتقضاه خلال الشهرين؟

	الشهر الأول	الشهر الثاني
برنامج 1	21	13
برنامج 2	18	15

A	$\begin{bmatrix} 13 & 15 \\ 21 & 18 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 100 \\ 50 \end{bmatrix}$	B	$\begin{bmatrix} 100 \\ 50 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 13 & 21 \\ 15 & 18 \end{bmatrix}$
C	$\begin{bmatrix} 13 & 21 \\ 15 & 18 \end{bmatrix} \cdot [100 \quad 50]$	D	$[100 \quad 50] \cdot \begin{bmatrix} 13 & 15 \\ 21 & 18 \end{bmatrix}$

(٣٢) إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ فأوجد $\underline{A}^{-1}$

A	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	B	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
C	$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$	D	$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(٣٣) إذا كانت $\underline{A}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & 0 \\ 0 & x \end{bmatrix}$, $\underline{A} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، فما قيمة x ؟

A	-1	B	0
C	1	D	5

(٣٤) إذا كانت المصفوفة $\begin{bmatrix} 2x & -2y \\ y & x \end{bmatrix}$ ليس لها نظير ضربي ، فما قيمة $x^2 + y^2$ ؟

A	0	B	1
C	2	D	4

(٣٥) ما قيمة المحددة $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ؟

A	-10	B	10
C	-16	D	16

(٣٦) إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2x & 6 \\ 3 & 10 \end{bmatrix}$, $|\underline{A}| = 42$ ، فما قيمة x ؟

A	30	B	3
C	-3	D	-30

(٣٧) إذا كانت $\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ فإن $\underline{A} \cdot \underline{A}$ يساوي ....

A	$\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$	B	$\begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
C	$\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$	D	$\begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$

تجميعات إضافية على الدرس الخامس

٣٨	$\sqrt{7}$ ينتمي لمجموعة ؟						
(A)	N	(B)	I	(C)	Z	(D)	Q
٣٩	إذا كانت $f(x) = 4x - 4$ فإن $f(x)$ تساوي						
(A)	24	(B)	12	(C)	32	(D)	4
٤٠	إذا كانت $f(x) = 4x - 3$ ، فإن $f(-2)$						
(A)	-9	(B)	-10	(C)	-11	(D)	-12
٤١	إذا كانت $f(x) = 2x^2 - 5$ فإن $f(3) - f(2)$ تساوي						
(A)	10	(B)	9	(C)	7	(D)	11
٤٢	إذا كانت $f(x) = \begin{cases} 3\sqrt{4x} & , \ x \le 4 \\ 2x^2 & , \ x > 4 \end{cases}$ فما قيمة $f(4)$ ؟						
(A)	32	(B)	16	(C)	12	(D)	6
٤٣	إذا كانت $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 16}{x + 4} & , \ x < 4 \\ 2x^2 & , \ x > 4 \end{cases}$ متصلة عند $x = 4$ فما قيمة k ؟						
(A)	2	(B)	4	(C)	-4	(D)	-2
٤٤	إذا كانت $f(x) = \begin{cases} 4x & , \ 0 \le x \le 15 \\ 60 & , \ 15 < x < 24 \\ -6x + 15 & , \ 24 \le x \le 40 \end{cases}$ ، فما قيمة $f(x)$ ؟						
(A)	60	(B)	20	(C)	-15	(D)	-135
٤٥	أي المناطق التالية لا تنتمي لمنطقة حل المتباينة : $2x - 2y \ge 12$؟						
(A)	$(6, 0)$	(B)	$(5, -5)$	(C)	$(-5, -10)$	(D)	$(0, 0)$
٤٦	ما حل المتباينة $\sqrt[3]{2x + 4} + 5 \ge 7$ ؟						
(A)	$x \ge 7$	(B)	$x \ge 14$	(C)	$x \ge -2$	(D)	$x \ge 2$
٤٧	حل المعادلة $\sqrt{x - 1} + 3$ ؟						
(A)	$x = -3$	(B)	$x = 1$	(C)	$x = 10$	(D)	$x = 25$

٤٨	ناتج جمع المصفوفتين $\begin{bmatrix} 10 & -4 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ يساوي						
(A)	$\begin{bmatrix} 18 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$	(B)	$\begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$	(C)	$\begin{bmatrix} 10 & 9 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$	(D)	$\begin{bmatrix} 10 & 19 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$
٤٩	المصفوفتين $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ B $= \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ فإن $2A - B$						
(A)	$\begin{bmatrix} -5 & -1 \\ 1 & 12 \end{bmatrix}$	(B)	$\begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -1 & -12 \end{bmatrix}$	(C)	$\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$	(D)	$\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 12 \end{bmatrix}$
٥٠	إذا كان $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 5 \end{bmatrix}$ ، أوجد $2A - B$						
(A)	$\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}$	(B)	$\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}$	(C)	$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 6 & -2 \end{bmatrix}$	(D)	$\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 12 & 11 \end{bmatrix}$
٥١	ما هو النظير الضربي للمصفوفة التالية ؟ $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$						
(A)	$\begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	(B)	$\begin{bmatrix} 0.5 & 1.5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	(C)	$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	(D)	$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$
٥٢	ما النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$						
(A)	$\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$	(B)	$\begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$	(C)	$\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}$	(D)	$\begin{bmatrix} -5 & -3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$
٥٣	$\begin{bmatrix} 2 & 8 \\ -2 & c \end{bmatrix}$ ما قيمة c التى تجعل المصفوفة ليس لها نظير ضربي ؟						
(A)	12	(B)	24	(C)	-12	(D)	10
٥٤	في المصفوفة $A = \begin{bmatrix} k & -2 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ فما قيمة k التى تجعل المصفوفة A ليس لها نظير ضربي؟						
(A)	3	(B)	-4	(C)	1	(D)	-9
٥٥	إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ فإن A · A تساوي ...						
(A)	$\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$	(B)	$\begin{bmatrix} 9 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$	(C)	$\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$	(D)	$\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$
٥٦	أوجد مساحة المثلث بدلالة رؤوسه : $A = (0, 0), B = (-2, 8), C = (4, 12)$						
(A)	30	(B)	20	(C)	28	(D)	38
٥٧	ما قيمة $\sqrt{2^2}$ ؟						
(A)	4	(B)	2	(C)	3	(D)	1

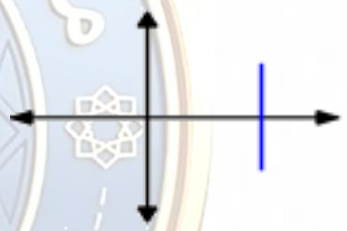
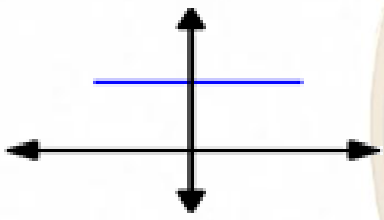
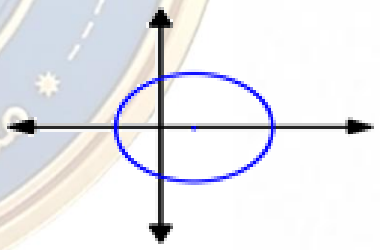
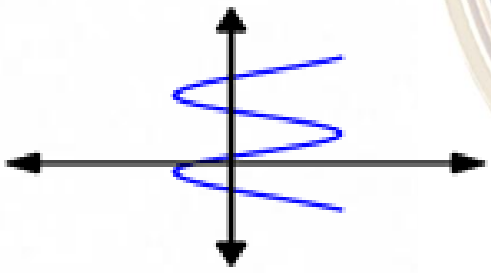
⑤٨ $\sqrt{\sqrt{16}}$							
(A)	4	(B)	2	(C)	0	(D)	1

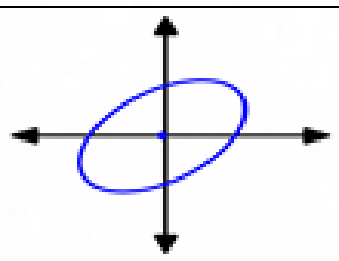
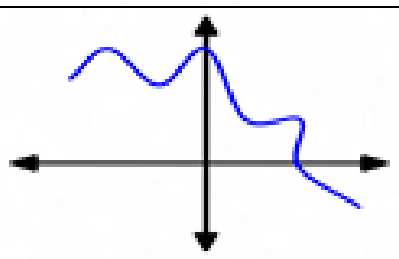
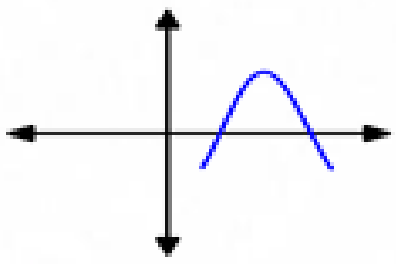
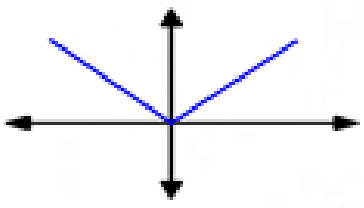
⑤٩ المقدار $(x+1)(3x-5)$ يساوى							
(A)	$3x^2-2x-5$	(B)	$3x^2+8x-5$	(C)	$3x^2-8x-5$	(D)	$3x^2+2x-5$

⑥٠ قيمة المقدار $\sqrt{\frac{63}{28}}$ تساوي							
(A)	$\frac{3}{\sqrt{2}}$	(B)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	(C)	2	(D)	$\frac{3}{2}$

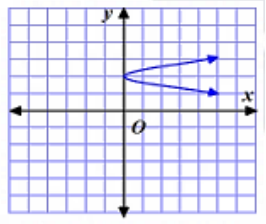
⑥١ المقدار $(x+1)(3x-5)$ يساوي ؟							
(A)	$3x^2-2x-5$	(B)	$3x^2+2x-5$	(C)	$3x^2-8x-5$	(D)	$3x^2-8x-5$

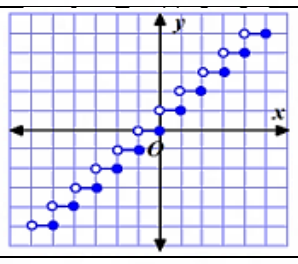
⑥٢ العبارة الرياضية التالية $y=4x+3$ تمثل :							
(A)	دالة غير متباينة	(B)	ليست دالة	(C)	دالة متباينة	(D)	لا شئ مما ذكر

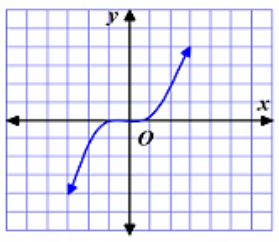
⑥٣ حدد الرسم البياني الذي يمثل دالة فيما يأتي :			
(A)		(B)	
(C)		(D)	

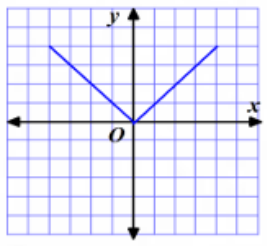
⑥٤ أي مما يلي لا يمثل دالة :			
(A)		(B)	
(C)		(D)	

⑮ أي مما يلي لا يمثل دالة :

(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

⑯ أي مجموعات الأعداد التالية لا ينتمي إليه العدد $25-$ ؟

(A)	الأعداد الصحيحة (Z)	(B)	الأعداد النسبية (Q)	(C)	الأعداد الحقيقية (R)	(D)	الأعداد الكلية (W)

⑰ أي الأعداد التالية ينتمي لمجموعة أعداد لا تنتمي لها بقيمة الأعداد ؟

(A)	$\sqrt{21}$	(B)	$\sqrt{35}$	(C)	$\sqrt{67}$	(D)	$\sqrt{81}$

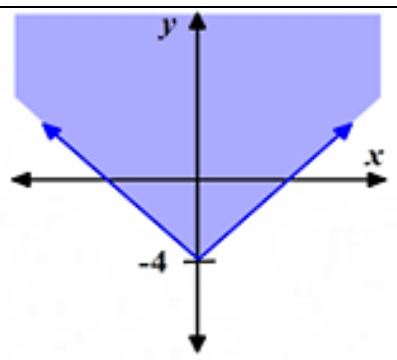
⑱ إذا كانت $f(x)=(x-2)^2$ كم قيمة $f(x-1)$

(A)	$x^2-10x+25$	(B)	$x-10x+25$	(C)	$x^2-5x+25$	(D)	$x^2+10x+25$

⑲ تمثل المسافة المتبقية للنقطة A بالدالة التالية ، وقد قطع أحمد 4 ساعات ، فكم المدة المتبقية له $d(t)=960-100t$

(A)	5.5 ساعة	(B)	4.5 ساعة	(C)	3.5 ساعة	(D)	2.5 ساعة

⑳ أي متباينة تمثل الشكل التالي :

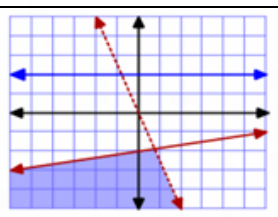


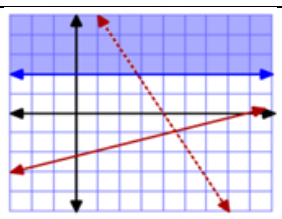
(A)	$y>\lvert x\rvert-4$	(B)	$y\le\lvert x\rvert-4$
(C)	$y<\lvert x\rvert-4$	(D)	$y\ge\lvert x\rvert-4$

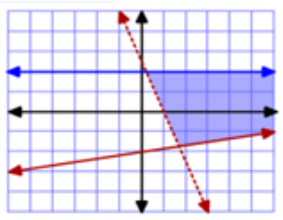
في النظام التالي

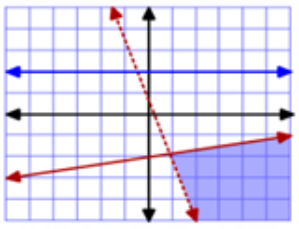
㉑
$$y\le 2$$
$$4y\le x-8$$
$$y\le -3x+1$$

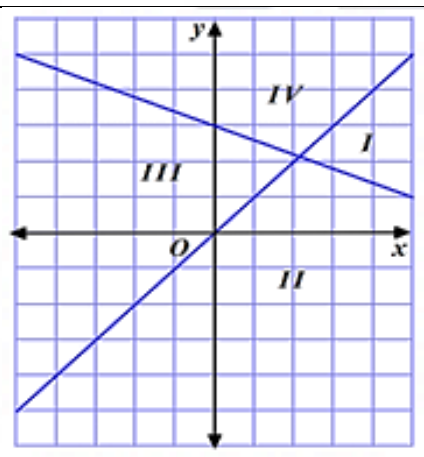
الشكل الذي يمثل منطقة الحل الصحيح :

(A) 

(B) 

(C) 

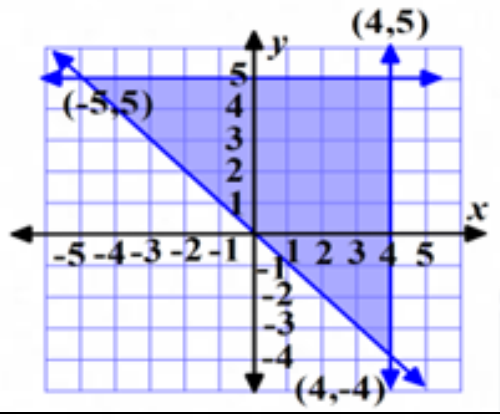
(D) 



(٧٢) أي مما يلي يمثل المنطقة حل المتباينات الآتية ؟

$$y \geq x \ , y + \frac{1}{2}x \leq 3$$

(A)	I	(B)	II	(C)	III	(D)	IV



(٧٣) في النظام البياني المجاور، $y \geq -x \ < \ x \leq 4 \ , \ y \leq 5$ حيث $f(x,y) = 5x - 2y$ أوجد القيمة العظمي .....

(A)	-35	(B)	10	(C)	28	(D)	50

(٧٤) النظير الجمعي للعدد $-\frac{3}{8}$ هةو ؟

(A)	$-\frac{8}{3}$	(B)	$\frac{8}{3}$	(C)	$-\frac{3}{8}$	(D)	$\frac{3}{8}$

(٧٥) النظير الضربي للعدد -4 ؟

(A)	$-\frac{1}{4}$	(B)	$-\frac{1}{2}$	(C)	-2	(D)	4

(٧٦) إذا كان النظير الضربي للكسر $\frac{4x}{4x+h}$ هو $\frac{x-3}{x}$ فما قيمة h ؟

(A)	-12	(B)	-7	(C)	12	(D)	7

(٧٧) في المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ العنصر a_{32} هو :

(A)	0	(B)	2	(C)	4	(D)	8

(٧٨) في المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 9 & 5 & 0 \\ 7 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 8 \end{bmatrix}$ العنصر a_{21} هو :

(A)	1	(B)	3	(C)	5	(D)	7

(٧٩) في المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 0 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ العنصر a_{23} هو :

(A)	0	(B)	2	(C)	5	(D)	7

(٨٠) ما رتبة المصفوفة $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 6 & 9 \\ 1 & 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}$ ؟

(A)	3×4	(B)	2×4	(C)	2×3	(D)	3×3

٨١	$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 0 \end{vmatrix}$						
(A)	3×1	(B)	0×3	(C)	1×3	(D)	-3×0

٨٢	العنصر في المصفوفة لذي يقع في الصف الثالث والعمود الرابع هو						
(A)	a_3	(B)	a_4	(C)	a_{34}	(D)	a_{43}

٨٣	أي التالي يمثل المصفوفة من ثلاثة أعمدة و أربعة صفوف						
(A)	a_{43}	(B)	a_3	(C)	a_{34}	(D)	a_4

٨٤	إذا كانت A , B مصفوفتين من الرتبة 3×2 ، وكان k عددا حقيقيا ، فأي التالي غير معرف ؟						
(A)	$A + b$	(B)	$A - B$	(C)	KA	(D)	$A \cdot B$

٨٥	ناتج جمع المصفوفتين $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} 2 + \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}$ يساوي :						
(A)	$\begin{vmatrix} 7 & -3 \\ 4 & -2 \end{vmatrix}$	(B)	$\begin{vmatrix} 7 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$	(C)	$\begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 2 & -4 \end{vmatrix}$	(D)	$\begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 4 & -4 \end{vmatrix}$

٨٦	ناتج جمع المصفوغتين $\begin{bmatrix} 8 & 5 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} 2 + \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} -$ يساوي :						
(A)	$\begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$	(B)	$\begin{bmatrix} 14 & 14 \\ -1 & 8 \end{bmatrix}$	(C)	$\begin{bmatrix} 10 & -9 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$	(D)	$\begin{bmatrix} 10 & 9 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

٨٧	ناتج جمع المصفوفتين $\begin{bmatrix} 24 \\ -6 \\ -5 \end{bmatrix} + [3 \quad -2 \quad 7]$						
(A)	غير معرفة	(B)	$[27 \quad -8 \quad 2]$	(C)	$\begin{bmatrix} 27 \\ -8 \\ 2 \end{bmatrix}$	(D)	$[27 \quad -8]$

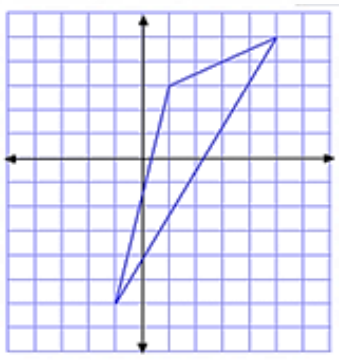
٨٨	ناتج طرح المصفوفتين $\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} 2$ يساوي :						
(A)	$\begin{bmatrix} 5 & 5 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$	(B)	$\begin{bmatrix} -1 & 6 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$	(C)	$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$	(D)	$\begin{bmatrix} -1 & 5 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$

٨٩	إذا كانت المصفوفتان $B = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ فإن $3A - B$ تساوي :						
(A)	$\begin{bmatrix} -1 & -5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$	(B)	$\begin{bmatrix} -1 & -5 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}$	(C)	$\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$	(D)	$\begin{bmatrix} -1 & -5 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$

٩٠	إذا كان $B = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 8 & 3 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$ فأي من العمليات الآتية على A , B يكون ناتجها $\begin{bmatrix} 5 & 11 \\ 6 & -5 \\ 10 & -4 \end{bmatrix}$ ؟						
(A)	$A + 2B$	(B)	$A - 2B$	(C)	$2A + B$	(D)	$2A - B$

٩١	$\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ 5 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ أوجد $a + b$ ؟						
(A)	5	(B)	3	(C)	10	(D)	7

٩٢	ما النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ؟						
(A)	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	(B)	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	(C)	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	(D)	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$
٩٣	ما النظير الضربي للمصفوفة $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$						
(A)	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	(B)	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	(C)	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	(D)	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$
٩٤	النظير الضربي للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ هو						
(A)	$\begin{bmatrix} \frac{5}{11} & \frac{1}{11} \\ \frac{3}{11} & \frac{2}{11} \end{bmatrix}$	(B)	$\begin{bmatrix} \frac{4}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{bmatrix}$	(C)	$\begin{bmatrix} \frac{-4}{5} & \frac{-3}{5} \\ \frac{-1}{5} & \frac{-2}{5} \end{bmatrix}$	(D)	$\begin{bmatrix} \frac{-5}{11} & \frac{-3}{11} \\ \frac{-1}{11} & \frac{-2}{11} \end{bmatrix}$
٩٥	ما قيمة a التى تجعل المصفوفة $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ a & 6 \end{bmatrix}$						
(A)	4	(B)	0	(C)	-2	(D)	-4
٩٦	قيمة x التى تجعل المصفوفة ليس لها نظير ضربي $\begin{bmatrix} 2x & 6 \\ x-1 & 4 \end{bmatrix}$						
(A)	1	(B)	3	(C)	5	(D)	-3
٩٧	قيمة x إذا لم يكن للمصفوفة نظير ضربي $\begin{bmatrix} x+1 & x \\ -2 & 8 \end{bmatrix}$:						
(A)	$\frac{4}{5}$	(B)	$-\frac{4}{5}$	(C)	2	(D)	3
٩٨	احسب محددة المصفوفة $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 10 \end{bmatrix}$:						
(A)	14	(B)	-12	(C)	38	(D)	42
٩٩	$\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 3 & -11 \end{bmatrix}$						
(A)	-12	(B)	-24	(C)	12	(D)	24
١٠٠	أوجد قيمة $\begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 6 \\ 0 & 5 & -1 \end{bmatrix}$						
(A)	164	(B)	-164	(C)	30	(D)	42



(١٠١) مساحة المثلث في الشكل المقابل تساوي

(A)	29	(B)	16	(C)	12	(D)	9

(١٠٢) إذا كان مجال الدالة $f(x) = x^2 - 2x + 2$ هو $[-1 , 5)$ فما مداها؟

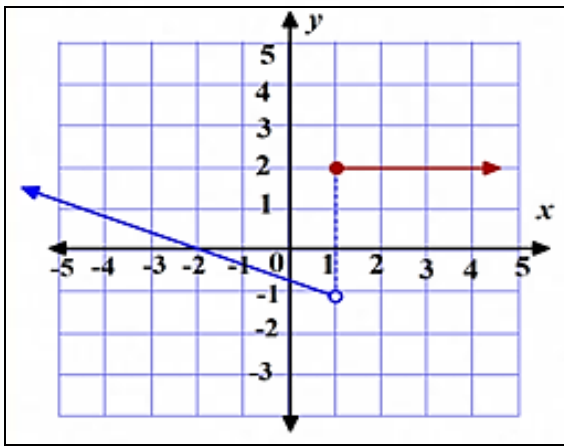
(A)	$[5 , 17]$	(B)	$(5 , 1)$	(C)	$(1 , 17]$	(D)	$[1 , 17]$

(١٠٣) إذا كان $u = 4i + 3j - k$, $v = 7i + 2j - 2k$ ضلعين متجاورين في متوازي أضلاع ، فما مساحة متوازي الأضلاع بالوحدة المربعة؟

(A)	$\sqrt{458}$	(B)	21	(C)	$\sqrt{186}$	(D)	13

(١٠٤) إذا كان $x \leq 4$, $y \leq 9$, $y \geq -3x + 12$ وكان $(4 , 0)$, $(4 , 9)$ رأسين لنطقة الحل ، فما هي الرأس الثالثة ؟

(A)	$(-1 , 8)$	(B)	$(1 , 8)$	(C)	$(1 , 9)$	(D)	$(-1 , 9)$



105 الدالة المتعددة التعريف بالشكل المجاور هي

(A)	$f(x) = \begin{cases} -2x - 1 & , x < 1 \\ 2 & , x \geq 1 \end{cases}$	(B)	$f(x) = \begin{cases} -2x - 1 & , x \leq 1 \\ 2 & , x > 1 \end{cases}$
(C)	$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x - 1 & , x < 1 \\ 2 & , x \geq 1 \end{cases}$	(D)	$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x - 1 & , x \leq 1 \\ 2 & , x > 1 \end{cases}$

106 يسير أحمد أسبوعيًا ، إذا كان يسير في كل مسار 3 مرات أسبوعيًا ، فكم متر يقطع في الأسبوع ؟

مسار	أمتار
1	450
2	350
3	400
4	300

(A)	1200 متر	(B)	1500 متر
(C)	4500 متر	(D)	6000 متر

107 الدالة التى تُكتب على أكثر من عبارة :

(A)	الدالة الدرجية	(B)	دالة القيمة المطلقة	(C)	الدالة متعددة التعريف	(D)	الدالة التربيعية

108 ما مدى الدالة : $f(x) = [|x|] + 3$

(A)	$\{f(x) \mid f(x) \geq 0 \ , f(x) \in Z\}$	(B)	$\{f(x) \mid f(x) \geq 0 \ , f(x) \in R\}$
(C)	$\{f(x) \mid f(x) \geq 3 \ , f(x) \in Z\}$	(D)	$\{f(x) \mid f(x) \geq 3 \ , f(x) \in R\}$

109 المعادلة الآتية $r = 4 \sin\theta$ تمثل دائرة نصف قطرها

(A)	1	(B)	2	(C)	3	(D)	4

منصة الهدف التعليمية

①	D	⑪	C	㉑	A	㉛	A	㊶	A	㊱	B	㊻	A	㊻	B	㊻	A	㊻	A	㊻	B
②	B	⑫	A	㉒	D	㉜	A	㊷	A	㊲	C	㊼	B	㊼	C	㊼	B	㊼	C	㊼	D
③	B	⑬	D	㉓	B	㉝	C	㊸	A	㊳	B	㊽	C	㊽	A	㊽	C	㊽	B	㊽	C
④	A	⑭	C	㉔	A	㉞	A	㊹	B	㊴	A	㊾	B	㊾	B	㊾	A	㊾	D	㊾	C
⑤	A	⑮	D	㉕	A	㉟	B	㊺	D	㊵	A	㊿	A	㊿	D	㊿	A	㊿	A	105	C
⑥	A	⑯	D	㉖	A	㊱	B	㊻	D	㊶	B	㊿①	C	㊿①	D	㊿①	C	㊿①	D	106	C
⑦	C	⑰	A	㉗	A	㊲	A	㊼	D	㊷	D	㊿②	B	㊿②	C	㊿②	B	㊿②	B	107	C
⑧	B	⑱	A	㉘	C	㊳	B	㊽	A	㊸	B	㊿③	D	㊿③	A	㊿③	D	㊿③	D	108	C
⑨	A	⑲	A	㉙	B	㊴	B	㊾	D	㊹	B	㊿④	B	㊿④	A	㊿④	D	㊿④	A	109	B
⑩	C	⑳	B	㉚	A	㊵	C	㊿	B	㊺	D	㊿⑤	C	㊿⑤	B	㊿⑤	D	㊿⑤	B	110	

منصة الهدف التعليمية
قدرات وتحصيلي
مستر إبراهيم الشافعي

6) كثيرات الحدود ودوالها

الوحدة التخيلية والعدد المركب

- الوحدة التخيلية : $i = \sqrt{-1}$
- الجذور التربيعية للأعداد الحقيقية السالبة .....

$$\sqrt{-b^2} = \sqrt{b^2} \times \sqrt{-1} = bi$$

- بعض قوى الوحدة التخيلية .....

$$i = \sqrt{-1} \quad i^2 = -1 \quad i^3 = -i \quad i^4 = 1$$

$$i^{(\text{أي عدد يقبل القسمة على } 4)} = 1$$

$$i^{(\text{عدد يقبل القسمة على } 4)+2} = i^{(\text{عدد زوجي لايقبل القسمة على } 4)}$$

$$= i^{(\text{عدد يقبل القسمة على } 4)} \times i^2$$

$$= 1 \times -1 = -1$$

$$i^{(\text{عدد فردي})} =$$

$$\begin{cases} i^{(\text{عدد يقبل القسمة على } 4)} + 1 = 1 + i^2 = i \\ i^{(\text{عدد يقبل القسمة على } 4)} + 3 = 1 \times i^3 = -1 \end{cases}$$

- فائدة : لكي يقبل العدد القسمة على 4 يجب أن يقبل القسمة على 2 مرتين .
- مثال توضيحي .....

$$i^{17} = i^{16+1} = i^{16} \times i = 1 \times i = i$$

- العدد المركب يُكتب على الصورة ....

$$a + bi$$

الجزء التخيلي ، الجزء الحقيقي

- مثال توضيحي : العدد $5 + 3i$ يسمى عددًا مركبًا .
- فائدة : $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

العمليات على الأعداد المركبة

- لتبسيط الأعداد المركبة نبسط الجزء الحقيقي مع الجزء الحقيقي والجزء التخيلي مع الجزي التخيلي ، فمثلا ....

$$(5 - 7i) + (2 + 4i) =$$

$$(5 + 2) + (-7 + 4)i =$$

$$7 - 3i$$

- مرافق العدد المركب : مرافق $2 + 3i$ هو $2 - 3i$.
- تنبيه : العدد الحقيقي عدد مركب ، ومرافقه هو نفسه .
- ضرب عددين مركبين مترافقين .....

$$(a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$$

- فائدة : عند ضرب الأعداد المركبة نستخدم خاصية التوزيع.
- لتبسيط كسر مقامه عدد مركب نضرب في مرافق المقام بسطًا ومقامًا.

① تبسيط العدد $\sqrt{-36}$ هو .....

A	-6	B	$-6i$
C	$6i$	D	6

② المقدار i^{16} تساوي .....

A	$-i$	B	i
C	-1	D	1

③ قيمة $i^{12} + i^{13} + i^{14} + i^{15}$ تساوي .....

A	0	B	1
C	$2i$	D	$2i + 1$

④ ناتج ضرب $2i \times 5i$ يساوي .....

A	-10	B	$-10i$
C	$10i$	D	10

⑤ أوجد قيمة $(1 - i)^8$.

A	16	B	-16
C	$16i$	D	$-16i$

⑥ أوجد قيمة $(2i + 3i^2)^2$

A	$5 - 12i$	B	$5 - 10i$
C	$12 - 5i$	D	$7 - 12i$

⑦ المقدار $(2 + 3i)(1 - 2i)$ يساوي ...

A	$8 - 7i$	B	$6 - 2i$
C	$-4 - i$	D	$8 - i$

⑧ ما ناتج ضرب العددين المركبين $(2 - 6i)(2 + 6i)$

A	-32	B	$4 - 6i$
C	40	D	$4 - 36i$

⑨ تبسيط العبارة $\frac{i-1}{2i}$ تساوي .....

A	$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$	B	$\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$
C	$-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$	D	$-\frac{1}{2}i$

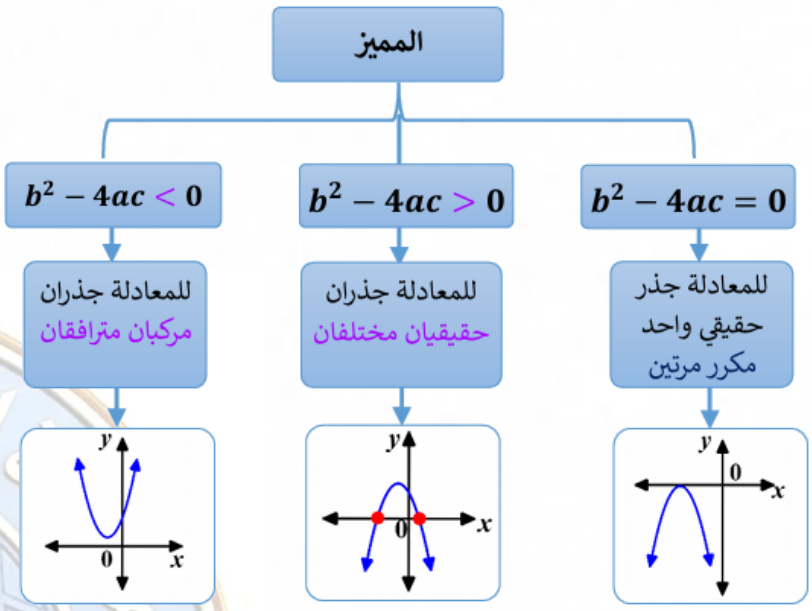
تساوي عددين مركبين

- العددان المركبان المتساويان فيهما : الجزءان الحقيقيان متساويان ، والجزاءن التخيليان متساويان ، فمثلًا .....

$$x - 2i = 3 + yi \implies x = 3 \ , \ y = -2$$

القانون العام والمميز

- للمعادلة التربيعية : $ax^2 + bx + c = 0$
- المميز : $b^2 - 4ac$ يحدد نوع الجذرين (الحلين) ....



- إذا كان المميز مربعا كاملا فإن الجذرين حقيقيان نسبيان ، والعكس بالعكس .
- تنبيه : تأكد قبل الحل أن المعادلة على الصورة القياسية .
- حل المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ هو .....

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\text{المميز}}}{2a} \text{ أو } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

تبسيط العبارة الجبرية

- درجة وحيدة الحد تساوي أس المتغير ، أو مجموع أسس متغيراتها إذا احتوت على أكثر من متغير .
- مثال توضيحي : وحيدة الحد $2x^2y^3$ من الدرجة الخامسة $(2 + 3)$ ، وأيضا فإن وحيدة الحد $\sqrt{3}x^5$ من الدرجة الخامسة .
- تذكير.....

$$b^{-n} = \frac{1}{b^n} \qquad a^m \times a^n = a^{m+n}$$
$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

- مثال : نُبسط العبارة الجبرية $(2x^{-3}y^3)(7x^5y^{-6})$ كالتالي :

$$(2x^{-3}y^3)(7x^5y^{-6}) =$$
$$14(x^{-3+5})(y^{3-6}) = 14x^2y^{-3}$$

⑩ ما قيمتا x , y الحقيقيتان اللتان تجعلان المعادلة التالية صحيحة ؟
$(5 + 4i) - (x - yi) = -1 - 3i$

A	$x = 6 , y = 7$	B	$x = 5 , y = 4$
C	$x = 4 , y = 5$	D	$x = 4 , y = 7$

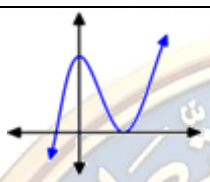
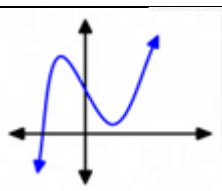
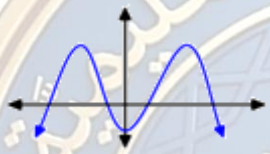
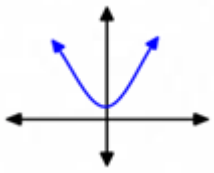
⑪ قيمة المميز للمعادلة $x^2 - 3x = 0$ تساوي .....

A	5	B	6
C	8	D	9

⑫ إذا كان ناتج المميز $b^2 - 4ac$ سالبًا فإن جذرية .....

A	متساويان	B	حقيقيان نسبيان
C	حقيقيان غير نسبيين	D	مركبان مترافقان

⑬ أي الدوال التالية له جذر حقيقي مكرر مرتين ؟

A		B	
C		D	

⑭ المعادلة $x^2 - 2x + 4 = 0$ لها .....

A	جذران حقيقيان نسبيان	B	جذران حقيقيان غير نسبيين
C	جذر حقيقي واحد	D	جذران مركبان

⑮ إذا كان للمعادلة $x^2 + bx + 9 = 0$ جذران مركبان ، فأوجد قيمة b .

A	5	B	6
C	7	D	8

⑯ حلول المعادلة $x^2 + 2x + 5 = 0$ هي .....

A	$-1 + 2i , -1 - 2i$	B	$1 + 2i , 1 - 2i$
C	$0, -2$	D	$4, 5$

⑰ المقدار $\frac{2a^2b^2}{6ba^2}$ يساوي ....

A	$3a^7b^4$	B	$\frac{b}{3a^3}$
C	$4\frac{b^5}{a^6}$	D	$3a^7b^2$

كثيرة الحدود

المقصود بها	وحيدة حد أو مجموع وحيدات حد.
درجتها	أكبر درجة لوحيدات الحد المكونة لها.
معاملها الرئيس	معامل وحيدة الحد ذات الدرجة الأكبر

- مثال توضيحي : كثيرة الحدود $2x^2y^3 - 3y^2 + 5$ من الدرجة الخامسة $(3 + 2)$ ، ومعاملها الرئيس 2 .
- فائدة : كثيرة الحدود الأولية هي التى لا يمكن تحليلها .
  - مثال توضيحي : كثيرة الحدود $3x^2 + 5$ أولية لأنه لا يمكن تحليلها .

العمليات على كثيرات الحدود

- نستعمل خاصية التوزيع للتخلص من الأقواس ، ثم نجمع أو نطرح الحدود المتشابهة.
- في حالة القسمة نحلل كلا من البسط والمقام ، ثم نختصر العوامل المشتركة بينهما.
  - مجال $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ هو $R - \{\text{أصفار المقام}\}$
- لتحليل المقدار $x^2 + 4x - 5$ إلى عوامل نبحث عن عددين مجموعهما $(+4)$ وحاصل ضربهما (-5) ، فنجد أن العددين (-1) , 5 ، فيكون التحليل ....

$$x^2 + 4x - 5 = (x - 1)(x + 5)$$

- مثال توضيحي : نوجد ناتج $x(x^2 - 3x + 2) \div (x - 2)$ كالتالي :

$$\frac{x(x^2-3x+2)}{x-2} = \frac{x(x-2)(x-1)}{(x-2)} = x(x-1)$$
$$= x^2 - x$$

- إذا كانت كثيرة الحدود غير ممكنة التحليل فإنه يمكن استخدام القسمة التركيبية .

مثال : ما ناتج

$$(x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 3x + 2) \div (x + 2)$$

(A) $x^2 - 2x + 1$ (B) $x^3 - 2x^2 + 1$

(C) $x^3 - 2x + 1$ (D) $x^3 - 2x^2 + x$

الحل :

$$x + 2 = 0$$

$x = -2 \mid 1x^{-1} \quad + x^3 \quad - 2x^2 \quad - 3x \quad + 2$

$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad -2 \quad\quad 0 \quad\quad 4 \quad\quad -2$

$1x^3 \quad + 0x^2 \quad - 2x \quad + 1x^0 \quad + 0$

ناتج القسمة = $x^3 - 2x + 1$

---

⑱ أي كثيرات الحدود التالية من الدرجة الثالثة ؟

A	$3x^3 + x^2 - 4x^4$	B	$-2x^2 - 3x + 4$
C	$x^2 + x + 12^3$	D	$1 + x + x^3$

⑲ المعامل الرئيس لكثيرة الحدود $2x^4 - 3x^2 - x$ يساوى .....

A	-3	B	2
C	4	D	12

⑳ أي كثيرات الحدود التالية كثيرة حدود أولية ؟

A	$2x + 4$	B	$x^2 - y^2$
C	$3x - 7$	D	$3x^2 - 7x$

㉑ أي التالي يكافئ $(x^2 - x) + (-x^2 + 3x + 4)$ ؟

A	4	B	$x - 1$
C	$2x + 4$	D	$2x^2 - 4x + 4$

㉒ أي التالي يكافئ $(x + 1)(3x - 5)$ ؟

A	$3x^2 - 2x - 5$	B	$3x^2 + 8x - 5$
C	$3x^2 - 8x - 5$	D	$3x^2 + 2x - 5$

㉓ العبارة $y^{-1}(y^3 + y)$ في أبسط صورة تساوي ....

A	$3y - 1$	B	$y - 4$
C	$y^2 + 1$	D	$y^2 - y$

㉔ إذا كان $x^2 - y^2 = 24$ و $x + y = 8$ ، فما قيمة $x - y$ ؟

A	3	B	4
C	9	D	16

㉕ إذا كانت $g(x) = x - 2$ و $f(x) = 5x + 10$ ، فإن مجال الدالة $\left(\frac{f}{g}\right) \times \left(\frac{g}{f}\right)$ يساوي .....

A	*مجموعة الأعداد الحقيقية*	B	$\{x \mid x \neq -2\}$
C	$\{x \mid x \neq 2 , x \neq -2\}$	D	$\{x \mid x \neq -2 , x \neq -5\}$

㉖ إذا كان $x - \frac{1}{x} = 2$ فما قيمة $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ؟

A	$x + 3$	B	$x + 4$
C	$-x - 4$	D	$-x - 3$

نظرية الباقي

- إذا قسمت كثيرة الحدود $f(x)$ على $(x-r)$ فإن باقي القسمة ثابت ويساوي $f(r)$.

عوامل كثيرة الحدود

- تكون $(x-r)$ عاملا من عوامل كثيرة الحدود $f(x)$ إذا كان r صفرا لـ $f(x)$ أي أن $f(r)=0$ (باقي القسمة)

مثال : أي التالى أحد عوامل كثيرة الحدود التالية ؟

$$f(x)=-x^3+4x^2-x-6$$

(A) $x-2$ (B) $x+3$

(C) $x-1$ (D) x

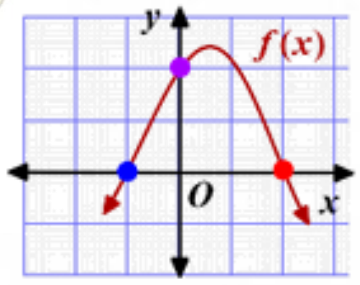
الحل : نجرب الخيارات ....

A) -2 .....

$$f(2)=-(2)^3+4(2)^2-(2)-6$$
$$=-8+4\times4-8=-16+16=0$$

جذور (أصفار) كثيرة الحدود

- نقول عن c إنه من أصفار كثيرة الحدود $f(x)$ إذا كان $f(c)=0$.
- لإيجاد أصفار $f(x)$ نساويها بالصفر ونوجد قيم x .

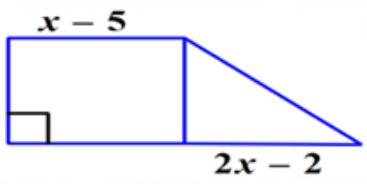


- الاصفار الحقيقية بيانيا : نقاط تقاطع $f(x)$ مع محور .
- تحديد أصفار وعوامل $f(x)$ من الرسم .....
  - الأصفار هي $2\ ,\ -1$.
  - نغير إشارات الأصفار ، ونضعها بعد x فنحصل على العوامل ..

$$(x+1)\ ,\ (x-2)$$

---

(٢٧) إذا كانت مساحة المستطيل $x^2+3x-40$ ، فما مساحة المثلث ؟



A	x^2+7x-8	B	x^2-8x+7
C	$2x^2-7x-16$	D	$x^2+7x-16$

(٢٨) أسطوانة حجمها $\pi(x^3-2x^2-7x-4)$ ، فإذا كان ارتفاعها $x-4$ فإن مساحة قاعدتها تساوي (π مضروبة بـ) .....

A	$x+1$	B	x^2+2x+1
C	x^2-3x-4	D	$x^4-6x^3-x^2+24x+16$

(٢٩) مثلث الأرباح الثانوية لشركة بالعبارة $4h^4-17h^2+14h-3$ ، فإذا مُثل عدد الشركاء بالعبارة $2h-3$ فأي العبارات التالية يُعبر عن قيمة الأرباح الموزعة عليهم ؟

A	$3h^3-2h^2+h+1$	B	$3h^3-h^2+2h-2$
C	$2h^3+3h^2-4h+1$	D	h^3+2h^2+3

(٣٠) أي التالي إذا قسمنا عليه $f(x)=x^2-5x+7$ كان الباقي 3 ؟

A	$x-4$	B	$x-2$
C	$x+2$	D	$x+3$

(٣١) إذا كان باقي قسمة $f(x)=x^3+kx+3$ على $x+2$ يساوي 1 ، فما قيمة k؟

A	-3	B	-2
C	-1	D	3

(٣٢) باقي قسمة كثيرة الحدود $3x^3-22x^2+44x-36$ على $x-2$ يساوي .....

A	-12	B	-6
C	6	D	12

(٣٣) أي التالي أحد عوامل كثيرة الحدود

$$f(x)=x^3-7x^2+7x+15$$

A	$x+1$	B	$x+2$
C	$x+2$	D	$x+5$

(٣٤) أي التالي أحد عوامل كثيرة الحدود

$$f(x)=2x^3+3x^2-x+2$$

A	$x-3$	B	$x+3$
C	$x-2$	D	$x+2$

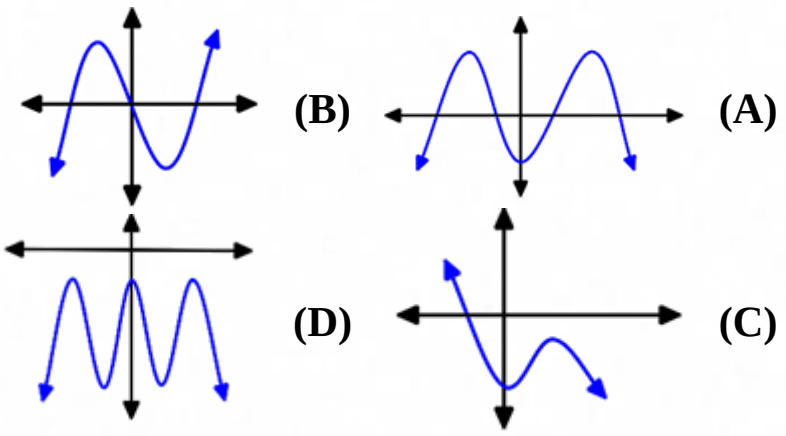
(٣٥) أي التالي من أصفار

$$f(x)=x^2+5x+6$$

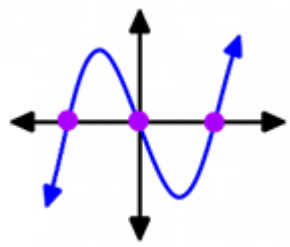
A	-3	B	0
C	2	D	5

تتمة جذور (أصفار) كثيرة الحدود

مثال : التمثيل البياني للدالة التى لها 3 أصفار حقيقية هو ...



الحل : بالنظر للخيارات نجد أن الخيار **(B)** هو الصحيح لأن منحنى $f(x)$ يقطع محور x في ثلاث نقاط ، ومنه فإن الدالة لها 3 أصفار حقيقية .



الأصفار (الجذور) المركبة المترافقة

- يكون لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة n العدد n فقط من الجذور المركبة.
  - مثال توضيحي : $(-2x^5 - 3x + 8)$ لها 5 جذور مركبة.
- إذا كان العدد المركب $(a + ib)$ صفرًا لدالة كثيرة حدود فإن مرافقه $(2 - bi)$ صفر للدالة أيضًا.
  - مثال توضيحي : إذا كان $(3 - 2i)$ صفرًا لدالة كثيرة الحدود $f(x)$ فإن $(3 - 2i)$ صفرًا لـ $f(x)$ أيضًا.
- الجذور التخيلية : يكون الجزء الحقيقي فيها يساوي صفرًا ، مثل .....

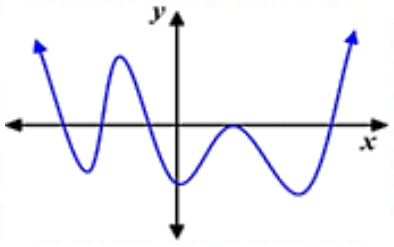
$$5i\ , -2i\ , i$$

- تذكير .....

$$x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$$

---

٣٦ في التمثيل البياني أوجد عدد الأصفار الحقيقية للدالة ؟

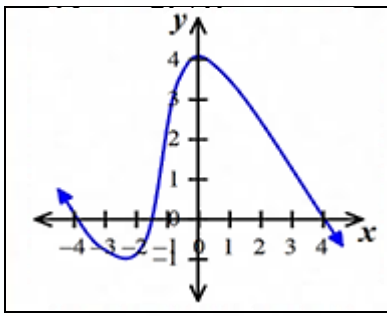


A	3	B	4
C	6	D	7

٣٧ أي الفترات التالية يوجد به أصفار حقيقية للدالة $f(x) = x^2 - 4x - 5$ ؟

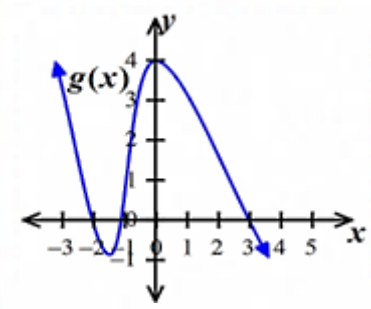
A	$[-4\ ,-3]$	B	$[0\ ,1]$
C	$[4\ ,6]$	D	$[6\ ,8]$

٣٨ أي التالي ليس من عوامل كثيرة الحدود $f(x)$



A	$x + 4$	B	$x + 1$
C	$x - 4$	D	$x - 1$

٣٩ أوجد أصفار الدالة التى تقع في الفترة $[2\ ,5]$



A	4	B	3
C	-1	D	-2

٤٠ كثيرة حدود من أصفارها العددان $(1 + 2i)$ و $1 -$ ، ما أقل درجة ممكنة لها ؟

A	الأولى	B	الثانية
C	الثالثة	D	الرابعة

٤١ عدد الجذور المركبة لكثيرة الحدود $f(x) = 3x^5 + 2x^3 - 5x + 1$ يساوي ...

A	2	B	3
C	4	D	5

٤٢ إذا كان $x^4 - 16 = 0$ ، فما عدد الجذور التخيلية ؟

A	0	B	2
C	3	D	4

٤٣ عدد الجذور المركبة لكثيرة الحدود $f(x) = x^4 - 8$ يساوي ....

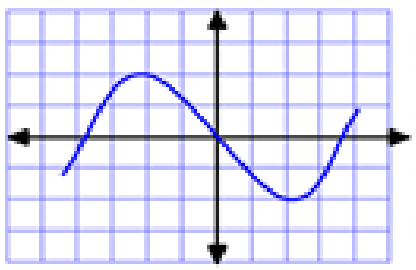
A	0	B	4
C	8	D	12

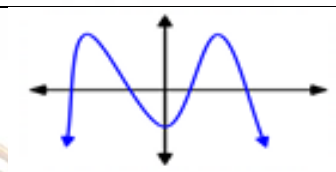
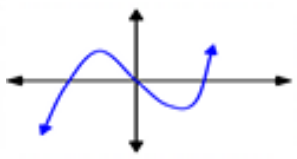
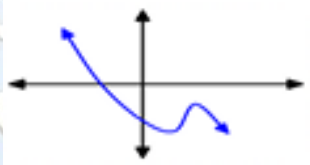
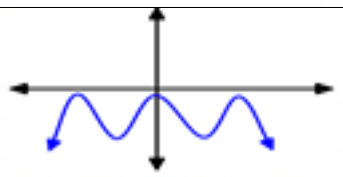
تجميعات إضافية على الدرس السادس

٤٤	أوجد قيمة $(i)^{100}$						
(A)	-1	(B)	1	(C)	i	(D)	$-i$
٤٥	إذا كانت $i = \sqrt{-1}$ فإن $= \frac{1-i}{2+i}$						
(A)	$\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$	(B)	$1 - i$	(C)	$\frac{1}{5}i - \frac{3}{5}$	(D)	$\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$
٤٦	ما قيمة $\frac{26i}{3-2i}$ ؟						
(A)	$3 - 6i$	(B)	$3 + 6i$	(C)	$-4 + 6i$	(D)	$-4 - 6i$
٤٧	تبسيط العبارة $(2 + 7i) + (4 + 6i)$						
(A)	$-4i$	(B)	$5 + 4i$	(C)	5	(D)	$-2i + 3$
٤٨	ما قيمة المقدار $(2 + 7i) + (-5i + 1)$ ؟						
(A)	$-3 + 2i$	(B)	$-12i + 3$	(C)	$3 + 2i$	(D)	$-2i + 3$
٤٩	إذا كانت $z = 5 + 3i$ ، فإن المرافق هو :						
(A)	$\frac{5}{16}i + \frac{5}{16}$	(B)	$5 - 3i$	(C)	$5 + 3i$	(D)	$\frac{5}{31}i + \frac{5}{34}$
٥٠	أي المعادلات التالية لها جذر حقيقي مكرر مرتين ؟						
(A)	$x^2 = 19$	(B)	$x^2 - 8x = -16$	(C)	$x^2 - 2x - 5 = 0$	(D)	$x^2 - 2x + 5 = 0$
٥١	أوجد حلول $x^2 + 4 = 0$						
(A)	$\pm 2i$	(B)	± 2	(C)	2	(D)	-2
٥٢	حل المعادلة $x^2 + 9 = 0$ في مجموعة الأعداد المركبة هو :						
(A)	± 3	(B)	ليس لها حل	(C)	$\pm 3i$	(D)	-9
٥٣	ما ناتج $(6i + 2)(6i - 2)$ ؟						
(A)	-32	(B)	-40	(C)	$4 - 6i$	(D)	$4 - 36i$

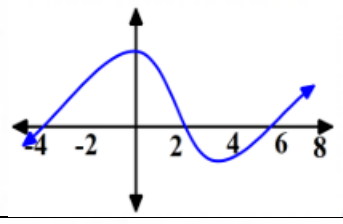
٥٤	$\sqrt{(4+3i)(4-3i)}$ ؟						
(A)	4	(B)	9	(C)	5	(D)	3

٥٥	عند تحليل x^2-4x-5 نحصل على :						
(A)	$(x+1)(x+5)$	(B)	$(x-1)(x+5)$	(C)	$(x+1)(x-5)$	(D)	$(x-1)(x-5)$

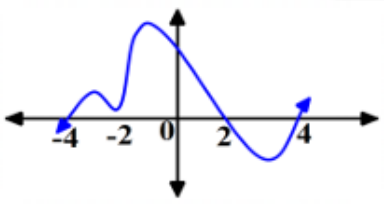
٥٦	تحتوي الدالة في الشكل على :			
(A)	4 أصفار حقيقية	(B)	3 أصفار حقيقية	
(C)	3 أصفار حقيقية	(D)	صفران حقيقيان	

٥٧	التمثيل البياني للدالة التى لها 3 أصفار حقيقية هو :						
(A)		(B)					
(C)		(D)					

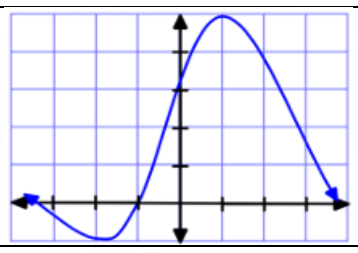
٥٨	عدد أصفار الدالة بين 2 و 5 :						
(A)	6	(B)	3	(C)	2	(D)	1



٥٩	كم عدد الحلول الحقيقية في الشكل المجاور ؟						
(A)	6	(B)	3	(C)	5	(D)	1



٦٠	كثيرة الحدود $f(x)$ المجاورة عدد أصفارها السالبة = ...						
(A)	3	(B)	2	(C)	1	(D)	0



٦١	إذا كانت الدالة $x^4-8=0$ ، فما عدد الأصفار التخيلية لها ؟						
(A)	4	(B)	1	(C)	3	(D)	2

٦٢	ما عدد الأصفار التخيلية للدالة $x^2+8=0$ ؟						
(A)	1	(B)	2	(C)	3	(D)	4

⑭ حسب النظرية الأساسية في الجبر فإن عدد الجذور المركبة لكثيرة الحدود $f(x) = 3x^4 + 2x^3 - 5x + 1$							
(A)	2	(B)	3	(C)	4	(D)	5

⑭ عدد الجذور المركبة لكثيرة الحدود $f(x) = 3x^5 + 2x^3 - 5x + 1$ يساوي							
(A)	2	(B)	3	(C)	4	(D)	5

⑮ $x^5 - 625x = 0 \, , x =$							
(A)	$0 \, , \pm 5i \, , \pm 5$	(B)	$0 \, , 5i \, , 5$	(C)	$0 \, , 5i \, , \pm 5$	(D)	$\pm 5i \, , \pm 5$

⑯ كم عدد الجذور الحقيقية للدالة $x^4 - 16 = 0$ ؟							
(A)	5	(B)	4	(C)	3	(D)	2

⑰ أي مما يلي يكافئ $3(2x^2 - 5x + 1) - (-4x^2 + 2x + 3)$:							
(A)	$2x^2$	(B)	$-10x^2$	(C)	$2x^2 + 17x$	(D)	$-10x^2 + 17x$

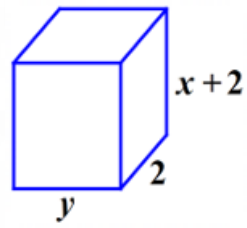
⑱ تبسيط العبارة : $\frac{2a^3}{25b} \times \frac{26}{10a^3}$ هو :							
(A)	$\frac{2a^6}{62b}$	(B)	$\frac{2a^6}{65b}$	(C)	$\frac{26}{125b}$	(D)	$\frac{5a^6}{62}$

⑲ ما أبسط صورة للعبارة $\frac{4x^2y^2}{5xy^2} \div \frac{2y}{10xy}$							
(A)	$\frac{4}{5}x$	(B)	$\frac{4x^2}{y}$	(C)	$4x^2$	(D)	$4x^2y^5$

⑳ المقدار $\frac{5a^3}{2b} \div \frac{25b^2}{4a^3} =$ ؟							
(A)	$\frac{2a^9}{5b^3}$	(B)	$\frac{2a^6}{5b^3}$	(C)	$\frac{2a^9}{5b}$	(D)	$\frac{125b}{8}$

㉑ ما ناتج قسمة $x^2 + x - 6$ على $x + 3$؟							
(A)	$x - 2$	(B)	$x + 2$	(C)	$x + 3$	(D)	$x - 3$

㉒ مستطيل مساحته $x^2 + 2x - 8$ عرضه $(x - 2)$ أوجد طوله ؟							
(A)	$x - 4$	(B)	$x + 4$	(C)	$x - 2$	(D)	$x + 2$

⑦٣ في الشكل المقابل : متوازي مستطيلات إذا كان حجمه $x^2+7x+10$ فإن طول ضلع القاعدة يساوي :								
(A)	$\frac{x+5}{2}$	(B)	$(x+5)$	(C)	$\frac{x+3}{2}$	(D)	$(x+3)$	

⑦٤ أوجد العبارة المكافئة للكسر الآتى : $\frac{(x^2-y^2)(3z-x)}{(x-y)(x-3z)}$							
(A)	$\frac{y-x}{x+y}$	(B)	$-\frac{(x^2-y^2)}{(x-y)^2}$	(C)	$(x+y)^2$	(D)	$\frac{(x^2-y^2)}{(x-y)^2}$

⑦٥ إذا كانت $z=\frac{1}{3}(24m+36n)$ فأوجد قيمة z بدلالة $h=(2m+2n)h$							
(A)	$z=4h$	(B)	$z=2h$	(C)	$z=8h$	(D)	$z=6h$

⑦٦ $3\sqrt{-125}=$							
(A)	$-15i\sqrt{5}$	(B)	$-5i$	(C)	$15i\sqrt{5}$	(D)	$25i$

⑦٧ قيمة i^{12} تساوي							
(A)	-1	(B)	1	(C)	i	(D)	$2i+1$

⑦٨ $i^{48}+i^{47}+i^{46}+i^{45}=$							
(A)	0	(B)	i	(C)	1	(D)	-1

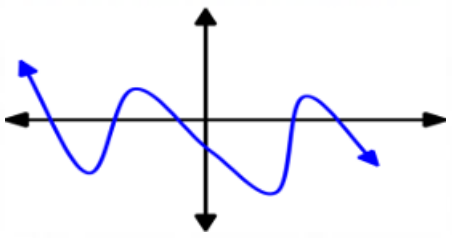
⑦٩ أي وحيدات الحد التالية درجته تساوي درجة وحيدة الحد $7n^3m^2$ ؟							
(A)	$7nm$	(B)	$2n^5m$	(C)	$3nm^4$	(D)	$5n^3m$

⑧٠ درجة كثيرة الحدود $(x^2-2)^2\times(x+2)^3$ هى :							
(A)	3	(B)	4	(C)	6	(D)	7

⑧١ $[(1-2i)(1+2i)]^4$							
(A)	625	(B)	5	(C)	25	(D)	125

⑧٢ $\frac{8i-2}{2i}$							
(A)	$4+i$	(B)		(C)		(D)	

٨٣ ما العامل المشترك في : $y^3 - y^2 - 2y$ ؟							
(A)	y^2	(B)	y	(C)	$y - 1$	(D)	$y + 2$

٨٤ من الشكل المجاور : كم عدد أصفار الدالة الحقيقية وهل الدالة زوجية أو فردية الدرجة				
(A)	5 أصفار – فردية الدرجة	(B)	5 أصفار – زوجية الدرجة	
(C)	7 أصفار – فردية الدرجة	(D)	7 أصفار – زوجية الدرجة	

٨٥ ما طول مستطيل مساحته $(3x^2 + 2x - 8)$ وعرضه $(x + 2)$ ؟							
(A)	$3x - 2$	(B)	$3x + 2$	(C)	$3x - 4$	(D)	$3x + 4$

٨٦ مستطيل مساحته $(x^3 + x^2 - 2x - 8)$ وطوله $(x - 2)$ فكم عرضه ؟							
(A)	$x^2 + 3x + 4$	(B)	$x^2 + 3x$	(C)	$x^2 - 3x - 4$	(D)	$x + 2$

٨٧ ما ناتج $(x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 3x + 2) \div (x - 2)$							
(A)	$x^2 - 2x + 1$	(B)	$x^3 - 2x^2 + 1$	(C)	$x^3 - 2x + 4$	(D)	$x^3 - 2x^2 + x$

٨٨ باستعمال القسمة التركيبية ما ناتج : $(x - 2) \times (2x^3 - 9x^2 + 13x - 6)$							
(A)	$2x^2 - 5x + 4$	(B)	$2x^2 - 4x + 5$	(C)	$x^2 - 2x + 4$	(D)	$2x^2 - 5x + 3$

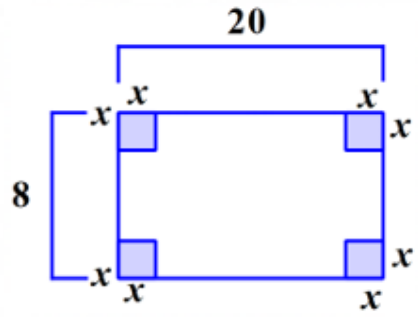
٨٩ ناتج قسمة $x^3 - 2x^2$ يساوي .							
(A)	$x^2 - 2x + 1$	(B)	$3 - 2x^2 + 1$	(C)	$3 - 2x + 1x$	(D)	$x^3 - 2x + 1$

٩٠ المقدار $x^3 - 2x^2$ يكافئ :							
(A)	$x^2 - 4x$	(B)	$x^3 - 4x$	(C)	$x^2 + 4x$	(D)	$x^3 + 4x$

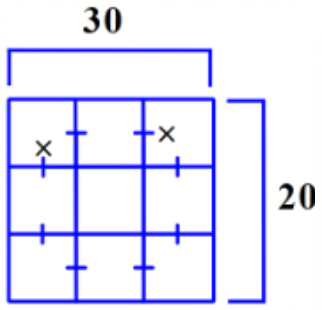
٩١ يحرص محمد على تطوير نفسه بحضور دورات تدريبيه ، حيث ينفق 100 ﷼ على كل ساعة تدريب مباشرة ، و 50 ﷼ عن كل ساعة تدريب عبر الانترنت ، إذا حصل على 90 ساعة تدريب ، كانت x هي عدد ساعات التدريب المباشرة ، فإن كثيرة الحدود التى تعبر عن تكلفة الدورات هي :							
(A)	$90x + 150$	(B)	$100x - 4500$	(C)	$90x + 100(50 - x)$	(D)	$100x + 50(90 - x)$

٩٢ العبارة $y^{-2}(y^5 - y^2)$ في أبسط صورة تساوي							
(A)	$y^3 + 1$	(B)	$3y + 1$	(C)	$y^3 - 1$	(D)	$3y - 1$

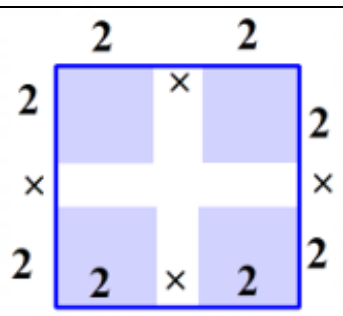
٩٣	شركة تنتج صناديق كل منها مصنوع من مستطيل أطوال ضلعيه 8×20 عبر قطع أطرافه ورميها ثم طي حوافه المتبقية ، كم يكون حجم الصندوق الواحد بدلالة x ؟			
(A)	$x(8-2x)(20-2x)$	(B)	$x(20-2x)(10-2x)$	
(C)	$200x^4$	(D)	$x(20-4x)(10-4x)$	



٩٤	ما هي مساحة الصندوق بدلالة x ؟			
(A)	$600x^2$	(B)	$600 + 4x^2$	
(C)	$(20-2x)(30-3x)$	(D)	$(20-4x)(30-47)$	

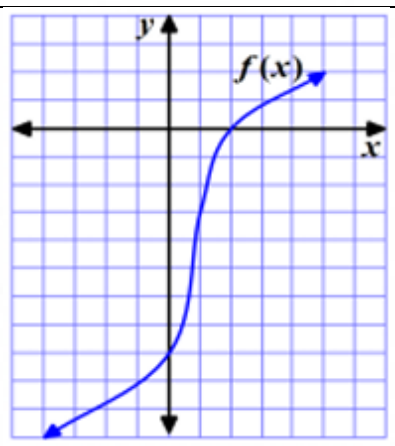


٩٥	مزرعة على شكل مربع كما هو موضح في الشكل ، أوجد مساحة المنطقة غير المزروعة (الغير مظللة) ؟			
(A)	$x^2 - 5x$	(B)	$x^2 + 8x$	
(C)	$(x^2+4)^2$	(D)	$x^2 + x$	

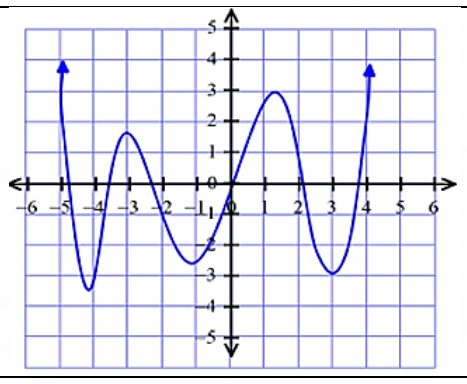


٩٦	أي مما يلي ليس عاملا من عوامل $x^3 + 3x^2 + 2x$ ؟						
(A)	$x-1$	(B)	$x+2$	(C)	x	(D)	$x+1$

٩٧	صفر الدالة $f(x)$ في التمثيل البياني التالى هو			
(A)	4	(B)	2	
(C)	-4	(D)	-8	



٩٨	كم عدد أصفار الدالة ؟			
(A)	4	(B)	6	
(C)	5	(D)	7	



٩٩	أسطوانة حجمها $(x^3 - 5x^2 + 7x - 2)$ ، إذا كان ارتفاعها $x-2$ ، فإن مساحة قاعدتها تساوي :						
(A)	$x+1$	(B)	$x-1$	(C)	$x^2 - 2x + 1$	(D)	$x^2 - 3x + 1$

١٠٠	حسب النظرية الاساسية في الجبر فإن عدد الجذور المركبة لكثيرة الحدود $f(x) = 3x^5 + 2x^3 - 5x + 1$						
(A)	2	(B)	3	(C)	4	(D)	5

①	C	⑪	C	㉑	D	㉛	C	㊶	A	㊱	D	㊻	A	㊶	D	㊺	A	㊻	D
②	D	⑫	D	㉒	D	㉜	A	㊷	A	㊲	A	㊼	B	㊷	B	㊻	C	㊼	C
③	A	⑬	A	㉓	A	㉝	C	㊸	A	㊳	B	㊽	B	㊸	B	㊼	B	㊽	A
④	A	⑭	D	㉔	A	㉞	C	㊹	D	㊴	B	㊾	B	㊹	B	㊽	C	㊾	C
⑤	A	⑮	A	㉕	C	㉟	C	㊺	A	㊵	D	㊿	B	㊺	C	㊾	A	㊿	B
⑥	A	⑯	A	㉖	D	㊱	C	㊻	C	㊶	C	㊿①	B	㊻	D	㊿	B	㊿①	D
⑦	D	⑰	B	㉗	A	㊲	A	㊼	C	㊷	B	㊿②	B	㊼	A	㊿①	B	㊿②	C
⑧	C	⑱	C	㉘	B	㊳	D	㊽	C	㊸	D	㊿③	B	㊽	D	㊿②	C	㊿③	C
⑨	B	⑲	B	㉙	C	㊴	B	㊾	B	㊹	B	㊿④	B	㊾	C	㊿③	C	㊿④	C
⑩	A	⑳	C	㉚	A	㊵	C	㊿	C	㊺	C	㊿⑤	B	㊿	B	㊿④	D	㊿⑤	D

منصة الهدف التعليمية
قدرات وتحصيلي
مستر إبراهيم الشافعي

7) الدوال : العكسية والجذرية والنسبية

تركيب دالـتين

- إذا كانت $f(x)$ و $g(x)$ دالتين فإنه يمكن إيجاد دالة التركيب $f \circ g$ بالتعويض عن $g(x)$ دالة الدالة $f(x)$

$$[f \circ g](x) = f[g(x)]$$

وتقرأ f تركيب g

مثـال 1 : إذا كان $f = \{(9, -7)\}$ و $g = \{(3, 9)\}$ ، فأوجد $[f \circ g]$

الحـل :

$$3 \xrightarrow{g} 9 \xrightarrow{f} -7 \Longrightarrow 3 \xrightarrow{[f \circ g]} -7$$

$$[f \circ g] = \{(3, -7)\}$$

مثـال 2 : إذا كان $[f \circ g](x)$ و $f(x) = 2x$ فإن $g(x)$ تساوي .....

A	x	B	x^2
C	$2x$	D	2

الحـل : نجرب الخيارات .....

(A) x

$$[f \circ g](x) = f[g(x)] = f[x] = 2x \neq 2x^2$$

(B) x^2

$$[f \circ g](x) = f[g(x)] = f[x^2] = 2x^2$$

الخيار الصحيح **(B)**

الـدالــة العكسية

مثـال : أوجد الدالة العكسية للدالة $f(x) = \frac{x-3}{4}$.

الحـل : نستبدل $f(x)$ بـ y ....

$$y = \frac{x-3}{4}$$

نستبدل x بـ y ، ونستبدل كل x بـ y

$$x = \frac{y-3}{4}$$

ثم نحل المعادلة بالنسبة للمتغير y .....

$$y - 3 = 4x \implies y = 4x + 3$$

$$f^{(-1)}x = 4x + 3$$

---

① إذا كانت $f(x) = 3x^2 + 2x$ و $g(x) = 1$ ، فإن $[g \circ f](x)$ تساوى .....

A	1	B	2
C	3	D	4

② إذا كانت $f(x) = x$ و $[f \circ g](x) = 3x$ ، فإن $g(x)$ تساوي .....

A	$3x$	B	x
C	$\frac{3}{x}$	D	3

③ إذا كانت $g(x)$ و $f(x)$ دالتين معرفتين بالجدولين فأوجد تركيب الدالتين $[f \circ g](-4)$

x	5	7	9	11
x	3	-2	1	2
x	-4	-3	0	1
x	5	7	9	11

A	0	B	1
C	2	D	3

④ إذا كانت f, g دالتين حقيقيتين ، وكانت $f(x) = 2x - 5$ و $g(x) = x^2 + 1$ ، فإن $[f \circ g](x)$ تساوي .....

A	$2x^2 - 3$	B	$2x^2 + 7$
C	$4x^2 - 24$	D	$4x^2 + 20x + 26$

⑤ إذا كانت $f(3) = 6$ و $g(2) = 3$ ، فأوجد $[f \circ g](2)$

A	3	B	4
C	6	D	17

⑥ إذا كانت $f(x) = \frac{3}{x^2+5}$ و $g(x) = \sqrt{x+10}$ ، فأوجد $[f \circ g](3)$

A	$\sqrt{\frac{143}{14}}$	B	$\frac{5}{6}$
C	$\frac{1}{6}$	D	$\frac{14\sqrt{3}+3}{14}$

⑦ ما الدالة العكسية للدالة $f(x) = x^2 - 5$

A	$f^{-1}(x) = x^2 + 5$	B	$f^{-1}(x) = 5 - x^2$
C	$f^{-1}(x) = \sqrt{x} + 5$	D	$f^{-1}(x) = \sqrt{x+5}$

⑧ إذا كانت $f(x) = (2x+1)(3x^{-1})$ فإن $f^{-1}(x)$ تساوي .....

A	$\frac{3}{x-6}$	B	$5x + 3$
C	$3x + 5$	D	$\frac{5}{x-3}$

دالــة الجــذر التربيعي

- الدالة الجذرية في الصورة $f(x)=\sqrt{x-a}+b$
  - لإيجاد مجالها نضع (ما تحته الجذر $\geq$ الصفر) ونعبر عنها بـ $\{x\,|x\geq a\}$ أو $[a\,,\infty)$.
  - مداها $\{f(x)\ |\ f(x)\geq b\}$ أو $[b\,,\infty)$
- مثال توضيحي : مجال الدالة $f(x)=\sqrt{x-3}+1$ هو .....
- $x-3\geq 0 \implies x\geq 3 \implies x\in[3\,,\infty)$ أما مداها فيساوي $[1\,,\infty)$
- فائدة : مجال $f^{-1}(x)$ يساوي مدى $f(x)$ ، ومدى $f^{-1}(x)$ يساوي مجال $f(x)$ ، فمثلا : في المثال السابق .....

مجال الدالة $f^{-1}(x)$ = مدى الدالة $f(x)=[1\,,\infty)$

- فائدة : إذا كان أحد أطراف معادلة يحوي جذرًا تربيعيًا ، فإننا نتخلص من الجذر بتربيع الطرفين .
- لتبسيط كسر مقاومة يحوى جذورا : نضرب في مرافق المقام بسطا ومقاما ، فمثلا تبسيط $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$

$$\frac{2}{\sqrt{3}+1}\times\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}=\frac{2(\sqrt{3}-1)}{3-1}=\sqrt{3}-1$$

دالــة الجــذر التربيعي

الصورة الجذرية	الصورة الأسية
$\sqrt[c]{a^b}$	$a^{\frac{b}{c}}$

- تنبيه : إذا كان دليل الجذر زوجيًا ، و أس ما تحت الجذر زوجيًا وكان أس الناتج فرديًا ، فإنه يجب وضع القيمة المطلقة ، قمثـلًا .....

$$\sqrt[8]{(a-1)^{24}}=|a-1|^{\frac{24}{8}}=|a-1|^3$$

- عند ذرب الأساسات المتشابهة نجمع الأسس ، بينما عند القسمة نطرح الأسس ، فمثلًا .....

$$2^5\times 2^3=2^{5+3}=2^8\ \ ,\frac{2^6}{2^2}=2^{6-2}=2^4$$

- تبسيط العبارات الجذرية .....

الضرب	$\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\times\sqrt[n]{b}$ حيث $n>1$
القسمة	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ حيث $b\neq 0$ و $n>1$

- فمثلًا .....

$$\sqrt[3]{8x^3}=\sqrt[3]{8}\times\sqrt[3]{x^3}=2x$$

$$\sqrt[3]{\frac{x^6}{8}}=\frac{\sqrt[3]{x^6}}{\sqrt[3]{8}}=\frac{x^2}{2}$$

⑨ أي التالي يمثل مجال الدالة $f(x)=\sqrt{x-5}$ ؟

A	R	B	$x\geq -5$
C	$x\geq 5$	D	$R-\{-4\}$

⑩ مجال الدالة $f(x)=\frac{\sqrt{x+3}}{x-3}$ يساوي ....

A	$\{x\ \mid\ x\leq 3\}$	B	$\{x\ \mid\ x\geq -3\,,x\neq 3\}$
C	$\{x\ \mid\ x\leq 3, x\neq 3\}$	D	$\{x\ \mid\ x\geq 3\}$

⑪ أي التالي يمثل مجال الدالة $f(x)=\sqrt{9-x^2}$ ؟

A	$[-9\,,9]$	B	$(-9\,,9)$
C	$[-3\,,3]$	D	$(-3\,,3)$

⑫ ما مدي الدالة $f(x)=\sqrt{x-5}+4$ ؟

A	$\{f(x)\ \mid\ f(x)\geq 5\}$	B	$\{f(x)\ \mid\ f(x)\leq 4\}$
C	$\{f(x)\ \mid\ f(x)\leq 5\}$	D	$\{f(x)\ \mid\ f(x)\geq 4\}$

⑬ أوجد الدالة العكسية للدالة $f(x)=\sqrt{x+3}$ ؟

A	$f^{-1}(x)=x^2+3\ ,x\geq 0$	B	$f^{-1}(x)=x^2-3\ ,x\geq 0$
C	$f^{-1}(x)=x^2+3\ ,x\leq 0$	D	$f^{-1}(x)=x^2-3\ ,x\leq 0$

⑭ إذا كان $f(x)=\sqrt{x-4}$ فمامجال الدالة $f^{-1}(x)$

A	$R-\{\pm 2\}$	B	$R-\{\pm 4\}$
C	$[0\,,\infty)$	D	R

⑮ ما قيمة المقدار $\sqrt{32}-\sqrt{8}$ ؟

A	$\sqrt{2}$	B	$2\sqrt{2}$
C	2	D	$\sqrt{24}$

⑯ تبسيط العبارة $\sqrt[7]{x^{14}y^7}$ هو ....

A	x^2y^7	B	x^2y
C	$x\sqrt{y}$	D	$\sqrt{x^2y}$

⑰ ما قيمة المقدار $(\sqrt{2x})(3\sqrt{18x})3$ حيث $x>0$ ؟

A	$81x$	B	$54x$
C	$18x$	D	$-18x$

⑱ ما قيمة المقدار $\frac{\sqrt{63}}{\sqrt{28}}$ ؟

A	$\frac{3}{2}$	B	$\frac{2}{3}$
C	$\frac{9}{4}$	D	$\frac{4}{9}$

حـل المعـادلات والمتباينات الجذرية

- إذا كان أحد أطراف معادلة أو متباينة يحوي جذرًا فإننا نجعل الجذر أحد الطرفين ، ثم نرفع الطرفين لقوة مساوية لدليل الجذر للتخلص منه ، ثم نوجد قيم x ، فمثلًا .....

$$\sqrt[3]{x+2}+1=3 \Rightarrow \sqrt[3]{x+2}=2$$
$$\Rightarrow \left(\sqrt[3]{x+2}\right)^3=2^3$$
$$\Rightarrow x+2=8$$
$$\Rightarrow x=8-2=6$$

العبـارة النسبيـة

- المقصود بها : النسبة بين كثيرتي حدود ، وتكون غير معرفة عند القيم التى تجعل المقام مساويًا للصفر ، فمثلًا : العبارة النسبية $\frac{x+1}{x-2}$ غير معرفة عندما ....

$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$

- لتبسيط عبارة نسبية نحلل كلا من البسط والمقام ، ثم نختصر العوامل المشتركة بينهما فمثلًا .....

$$\frac{3x}{2y}\cdot\frac{4y^2}{x^2}=\frac{3\cdot x\cdot 4\cdot y^2}{2\cdot y\cdot x^2}=\frac{6y}{x}$$

- تذكير : متغيرات كثيرة الحدود تكون مرفوعة لأسس صحيحة غير سالبة .

LCM (المضاعف المشترك الأصغر)

- لإيجاد LCM (المضاعف المشترك الأصغر) لعددين أو لكثيرتي حدود نحلل كلا منها إلى عوامل ، ثم نضرب العوامل التى لها أكبر أس و غير المشتركة .
- مثـال توضيحي .....

$$\begin{cases}50x^7y^4=2\cdot 5^2\cdot x^7\cdot y^4\\ 12xy^3z=2^2\cdot 3\cdot x\cdot y^3\cdot z\end{cases}$$
$$LCM=2^2\cdot 3\cdot 5^2\cdot x^7\cdot y^4\cdot z$$
$$=4\cdot 3\cdot 25\cdot x^7\cdot y^7\cdot z$$
$$=300x^7y^4z$$

⑲ تبسيط المقدار $\sqrt[4]{16k^{16}h^{24}}$ هو .....

A	$2k^4h^6$	B	$2k^8h^{12}$
C	$8k^8h^{12}$	D	$4k^4h^6$

⑳ العبارة $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{(x+1)^4(x^2+2x+1)}}{\sqrt[3]{\frac{x^8}{x^2}}}}$ ، حيث $x>0$ تكافئ .....

A	$\sqrt[3]{\frac{x^2+1}{x+1}}$	B	$\frac{\sqrt{x+2}}{x+1}$
C	$\frac{x+1}{x}$	D	$\frac{x(x+1)}{x}$

㉑ حل المعادلة $\sqrt{x-1}+3=6$ هو ....

A	$x=-3$	B	$x=1$
C	$x=10$	D	$x=25$

㉒ أحد أصفار الدالة $f(x)=\sqrt{x^2-6}-6$ يقع في الفترة .....

A	$[4,5]$	B	$[5,6]$
C	$[6,7]$	D	$[7,8]$

㉓ حل المتباينة $\sqrt{2x-1}>3$ هو ....

A	$x>5$	B	$x>2$
C	$x<5$	D	$x<2$

㉔ أي التالي حل للمتباينة $\sqrt[3]{2x+4}+5\leq 7$ ؟

A	$x\leq 7$	B	$x\leq 14$
C	$x\leq 2$	D	$-2\leq x$

㉕ العبارة $\frac{x}{(x-1)(x+2)}$ تكون غير معرفة عندما x تساوي ....

A	$2,1$	B	$-2,1$
C	$5,2,-1$	D	$2,-1$

㉖ أي التالي لا يمثل عبارة نسبية ؟

A	$\frac{-x}{x+1}$	B	$\frac{x^5-y^3}{y-x}$
C	$\frac{\sqrt{x+7}}{5x^3+1}$	D	$\frac{\sqrt{5}x+1}{x+2}$

㉗ ما قيم x التى تجعل العبارة $\frac{x^2-1}{x^2-5x+6}$ غير معرفة ؟

A	$\pm 1,2,-3$	B	$2,3$
C	± 1	D	$-2,-3,6$

العمليات على العبارات النسبية

الضرب	القسمة
$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$	$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$
$\frac{1}{2}\cdot\frac{x}{3}=\frac{1\times x}{2\times 3}=\frac{x}{6}$	$\frac{x}{2}\div\frac{5}{y}=\frac{x}{2}\times\frac{y}{5}=\frac{xy}{10}$

الضرب	القسمة
$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$	$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{ad-bc}{bd}$
$\frac{y}{2}+\frac{x}{3}=\frac{3y+2x}{6}$	$\frac{y}{2}-\frac{x}{3}=\frac{3y-2x}{6}$

- تبسيط الكسر المركب : نكتب الكسر على صورة قسمة عبارتين ، فمثلًا.....

$$\frac{\frac{x}{6}}{\frac{x-3}{5}}=\frac{x}{6}\div\frac{x-3}{5}=\frac{x}{6}\times\frac{5}{x-3}=\frac{5x}{6x-18}$$

- تذكير : عند ضرب الأساسات المتشابهة نجمع الأسس ، بينما عند القسمة نطرح الأسس .
- تنبية : في بعض المسائل قد نحتاج لتحليل البسط أو المقام أو كليهما قبل ضرب عبارات نسبية أو قسمتها .

دالة المقلوب

- الدالة الأم : $f(x)=\frac{1}{x}\ ,\ x\neq 0$
  - المجال : كل الأعداد الحقيقة عدا $x=0$
  - المدى : كل الأعداد الحقيقية عدا $y=0$
- الصورة العامة $f(x)=\frac{a}{x-h}+k$
  - تكون غير معرفة عند $x=h$
  - خط التقارب الرأسي : $x=h$
  - خط التقارب الأفقي : $y=k$
- مثال توضيحي : الدالة $f(x)=\frac{1}{x+2}-1$ تكون غير معرفة عند

$$x+2=0 \implies x=-2$$

ولها خط تقارب رأسي عند $x=-2$ ، وخط تقارب أفقي عند $y=-1$

---

(٢٨) ما أبسط صورة للمقدار $\frac{5a^3}{2b}\div\frac{25b^2}{4a^3}$ ؟

A	$\frac{2a^9}{5b^3}$	B	$\frac{2a^6}{5b^3}$
C	$\frac{2a^9}{5b}$	D	$\frac{125}{8}b$

(٢٩) ما أبسط صورة للمقدار $\frac{4x^2y^2}{xy^2}\div\frac{2y}{2xy}$؟

A	$\frac{4}{5}x$	B	$\frac{4x^2}{y}$
C	$4x^2$	D	$4x^2y^2$

(٣٠) ما أبسط صورة للمقدار $\frac{x(x^2+3x-18)}{(x+3)(x-4)}\div\frac{x(x+6)}{x+3}$ ؟

A	$\frac{x-3}{x-4}$	B	$\frac{x+3}{x-4}$
C	$\frac{x-3}{x+4}$	D	$\frac{x+3}{x+4}$

(٣١) ما أبسط صورة للمقدار $\frac{(x-2)(x-3)^2}{(4x-12)(x^2+x-6)}$ ؟

A	$\frac{(x-3)}{4(x-3)}$	B	$\frac{(x-2)}{4(x+3)}$
C	$\frac{(x-3)}{4(x-3)}$	D	$\frac{x-3}{4x-12}$

(٣٢) ما قيمة x التى تجعل العبارة $\frac{x^2-25}{x-5}\div\frac{x-3}{x^2+4x-21}$ غير معرفة ؟

A	$\{3,-5,5,7\}$	B	$\{3,-5,5,-7\}$
C	$\{-5,7\}$	D	$\{5,-7\}$

(٣٣) العبارة $\frac{7}{ab}-\frac{5}{b}$ في أبسط صورة تساوي .....

A	$\frac{2}{ab}$	B	$\frac{7-5a}{ab}$
C	$\frac{7-5a}{a}$	D	$\frac{2}{a}$

(٣٤) تبسيط العبارة $\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}+\frac{y}{x+y}-\frac{x}{x-y}$ هو .....

A	0	B	$2x^2$
C	$1+\frac{1}{x}-\frac{1}{y}$	D	$\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}$

(٣٥) أي القيم التالية يمثل أحد حلول المعادلة التالية ؟

$$\frac{2m}{(m+1)}-\frac{4}{(m+2)}=\frac{4}{m^2+3m+2}$$

A	-1	B	0
C	1	D	2

(٣٦) للدالة $f(x)=\frac{1}{x-1}+5$ خط تقارب رأسي عند ..

A	$x=-1$	B	$x=0$
C	$x=1$	D	$x=5$

الـدالـة النسبيـة

- الصورة العامة : $f(x)=\frac{a(x)}{b(x)}\ ,\ b(x)\neq 0$
حيث $a(x)\ ,b(x)$ كثيرتا حدود لا يوجد بينهما عوامل مشتركة .
  - المجال : $b(x)\neq 0$ ، $R-\{$أصفار المقام$\}$
  - للدالة خط تقارب رأسي عند أصفار المقام $(b(x)=0)$
  - الدالة النسبية تكون غير معرفة عند أصفار المقام.

مثـال : مجال الدالة $f(x)=\frac{3x+4}{5-x}$ هو .....

Ⓐ R Ⓑ $R-\{-2\}$

Ⓒ $R-\{5\}$ Ⓓ $R-\{-5\}$

الحــل : مجال الدالة $f(x)=\frac{3x+4}{5-x}$ مجموعة الأعداد الحقيقية عدا أصفار المقام .....

$$5-x\neq 0 \implies x\neq 5 \implies R-\{5\}$$

- نقطة الانفصال : في الدالة $f(x)=\frac{(x+2)(x-1)}{(x-1)}$
نلاحظ أن $(x-1)$ عاملا مشتركا بين البسط والمقام ، ومنه فإن الدالة x لها نقطة انفصال عند ..

$$x-1=0 \implies x=1$$
$$f(x)=x+2 \implies f(1)=3$$

وتكون نقطة الانفصال هي : $(1\ ,f(x))$ أي $(1\ ,3)$

- يوجد للدالة خط تقارب أفقي واحد على الأكثر .....
  - إذا كان أكبر أس في البسط فلا يوجد خط تقارب أفقي
  - إذا كان أكبر أس في المقام فإن خط التقارب الأفقي هو المستقيم .

$$y=0$$

  - إذا كانت أس البسط يساوي أس المقام فإن خط التقارب الأفقي هو المستقيم ...

$$y=\frac{a(x)\text{ المعامل الرئيس لـ }}{b(x)\text{ المعامل الرئيس لـ }}$$

- للتذكير : المعامل الرئيس لكثيرة الحدود هو معامل وحيدة الحد ذات الدرجة الأكبر .

٣٨	مجال الدالة $f(x)=\frac{3-x}{x^2-5x}$ هو		
A	$\{x \mid x\in R\}$	B	$\{x \mid x\neq 0\ ,x\in R\}$
C	$\{x \mid x\neq 5\ ,x\in R\}$	D	$\{x \mid x\neq 5\ ,x\neq 0\ ,x\in R\}$

٣٩	مجال الدالة $f(x)=\frac{2x-1}{\sqrt{x^2-3x-4}}$ هو		
A	$R-\{-1\ ,4\}$	B	$(-1\ ,4)$
C	$(-\infty\ ,-1)\cup(4\ ,\infty)$	D	$(-1\ ,\infty)\cup(-\infty\ ,4)$

٤٠	ما قيم x التى تجعل الدالة $\frac{x+3}{(x+2)(x-5)}$ غير معرفة ؟		
A	$x=5\ ,x=-2$	B	$x=2\ ,x=-3$
C	$x=3\ ,x=-5$	D	$x=-2\ ,x=-5$

٤١	ما قيمة x التى تجعل الدالة $f(x)=\frac{4x}{2x-6}$ غير معرفة ؟		
A	-3	B	0
C	2	D	3

٤٢	ما قيم x التى تجعل الدالة $f(x)=\frac{1}{x^2-4x+4}$ غير معرفة ؟		
A	$x=4$	B	$x=-2$
C	$x=2$	D	$x=-4$

٤٣	للدالة $f(x)=\frac{x-2}{x^2+6x+4}$ خط تقارب رأسي عند		
A	$x=2\ ,x=4$	B	$x=-2\ ,x=-4$
C	$x=2\ ,x=-2$	D	$x=4\ ,x=-4$

٤٤	للدالة $f(x)=\frac{x^2+x-6}{x+3}$ نقطة انفصال عند		
A	$(-3\ ,5)$	B	$(3\ ,-5)$
C	$(-3\ ,-5)$	D	$(3\ ,5)$

٤٥	للدالة $f(x)=\frac{8x+2}{4x-1}$ خط التقارب الأفقي عند ...		
A	$y=2$	B	$x=2$
C	$y=3$	D	$x=3$

٤٦	أي التالى ليس خط تقارب للدالة $f(x)=\frac{6}{x^2-3x-10}$ ؟		
A	$y=0$	B	$y=3$
C	$x=-2$	D	$x=5$

٤٧	أي الدوال التالية له خط تقابل رأسي عند $x=2$ وأفقي عند x ؟		
A	$f(x)=\frac{(2x+4)(3x+6)}{x^2-4}$	B	$f(x)=\frac{6x+1}{(x+2)(x-2)}$
C	$f(x)=\frac{6x^3+x-2}{(x+2)(x-4)}$	D	$f(x)=\frac{(2x+4)(3x+6)}{x^2+4}$

الـدالـة التغيـر الطـردي

- تتغير y طرديًا مع x إذا وجد عدد $k \neq 0$ بحيث أن $y = kx$ و k (ثابت التغير) ، ونستخدم طريقة المقص ....

$$x_1 \quad x_2 \\ y_1 \quad y_2 \Rightarrow x_1y_2 = x_2y_1$$

الـدالـة التغيـر المشترك

- تتغير y تغيرا مشتركا مع x و z إذا وجد عدد $k \neq 0$ بحيث أن $y = kxz$ و k (ثابت التغير) .....

$$\frac{y_1}{x_1z_1} = \frac{y_2}{x_2z_2}$$

الـدالـة التغيـر العكسي

- تتغير y عكسيا مع x إذا وجد عدد $k \neq 0$ بحيث أن $xy = k$ و k (ثابت التغير) ، ونستخدم طريقة اليساوي .....

$$x_1 \rightarrow y_1 \\ x_2 \rightarrow y_2 \Rightarrow x_1y_1 = x_2y_2$$

- فائدة : في التغير العكسي يكون حاصل ضرب x و y مقدار ثابت دائمًا .

مثـال : إذا كانت y تتغير عكسيا مع x وكانت $y = 3$ عندما $x = 4$ فما قيمة x عندما $y = 2$ ؟

الحـل :

$$x_1y_1 = x_2y_2 \Rightarrow 4(3) = 2(x_2) \Rightarrow x_2 = 6$$

الـدالـة التغيـر المركـب

- إذا كانت x تتغير طرديًا مع x وعكسيًا مع z .

إذا وجد عدد $k \neq 0$ بحيث أن $y = \frac{kx}{z}$ و k (ثابت التغير) ..

$$\frac{y_1z_1}{x_1} = \frac{y_2z_2}{x_2}$$

حـل المعـادلـة النسبيـة

- إيجاد قيم المجهول التى تحقق المعادلة .

مثـال : إذا كان $\frac{3}{x} = \frac{15}{12}$ فما قيمة x ؟

الحـل :

$$\frac{3}{x} = \frac{15}{12} \Rightarrow 36 = 15x \Rightarrow x = \frac{36}{15} = \frac{12}{5}$$

---

(٤٨) إذا كانت y تتغير طرديًا مع x ، حيث $y = 24$ عندما $x = 8$ ، فما قيمة x عندما $y = 48$ ؟

A	3	B	4
C	16	D	18

(٤٩) إذا كانت $B = 2$ عندما $A = 6$, $B = 3$ عندما $A = 9$ ، فما نوع العلاقة ؟

A	طردية	B	عكسية
C	ثابتة	D	تربيعية

(٥٠) إذا كانت r تتغيرتغيرًا مشتركًا مع t , v ، وكانت $r = 70$ عندما $t = 4$, $v = 10$ فإن قيمة r عندما $t = 8$, $v = 2$ تساوى ...

A	10	B	20
C	40	D	50

(٥١) إذا كانت y تتغير عكسيا مع x ، وكانت $y = 2$ عندما $x = 8$ ، فما قيمة x عندما $y = -8$ ؟

A	-32	B	-2
C	2	D	16

(٥٢) في الجدول مالعلاقة بين x ؟

y	-4	3	2	1
x	-3	4	6	12

A	طردية	B	عكسية
C	مشتركة	D	مركبة

(٥٣) إذا كانت m تتغير طرديًا مع n وعكسيا مع z ، فأي العبارات التالية يعبر عن العلاقة ؟ علما بأن $k \neq 0$

A	$nm = kz$	B	$z = \frac{kn}{m}$
C	$n = \frac{k}{mz}$	D	$kx = \frac{z}{m}$

(٥٤) إذا كانت p تتغير طرديًا مع r وعكسيًا مع t ، وكانت $t = 20$ عندما $p = 4, r = 2$ ، فإن قيمة t عندما $r = 10$, $p = -5$ تساوي .....

A	10	B	80
C	-80	D	-125

(٥٥) ما قيمة x في التناسب $\frac{1}{x+1} = \frac{x}{x+1} - 2$ ؟

A	-3	B	-1
C	1	D	3

(٥٦) حل المعادلة $\frac{1}{x} + \frac{x}{x+2} = 1$ هو .....

A	-2	B	-4 , 1
C	2	D	4 , -1

تجميعات إضافية على الدرس السادس

⑤⑦ الدالة العكسية لـ $f(x) = 3x + 1$							
(A)	$f^{-1} = \frac{x-1}{3}$	(B)	$f^{-1} = \frac{x+1}{3}$	(C)	$f^{-1} = 3x - 1$	(D)	$f^{-1} = 3x + 1$

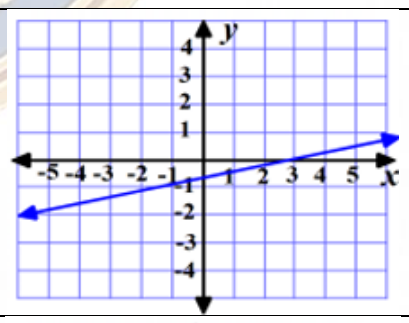
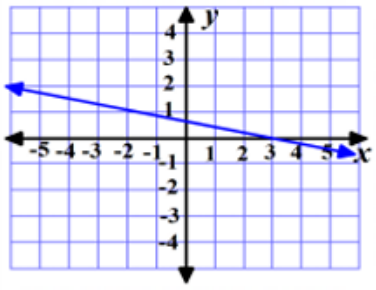
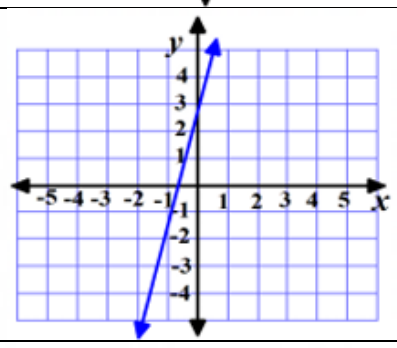
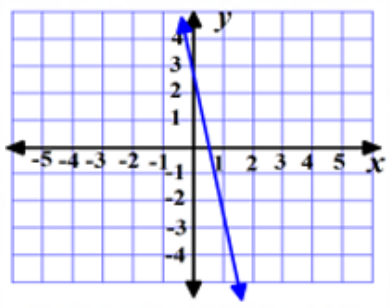
⑤⑧ أوجد الدالة العكسية للدالة : $f(x) = x^2 + 3$							
(A)	$f(x) = \sqrt{x-3}$	(B)	$f(x) = \sqrt{x+3}$	(C)	$f(x) = x^2 - 3$	(D)	$f(x) = -x^2 - 3$

⑤⑨ أوجد الدالة العكسية لـ $f(x) = \frac{3x+2}{3}$							
(A)	$\frac{3x-2}{3}$	(B)	$\sqrt{9x}$	(C)	$14x^2$	(D)	$\sqrt{x-3}$

⑥⓪ أوجد الدالة العكسية للدالة : $f(x) = \frac{4x-2}{5}$							
(A)	$k(x) = \frac{5}{4x-2}$	(B)	$k(x) = \frac{4x+5}{2}$	(C)	$k(x) = \frac{2x-4}{5}$	(D)	$k(x) = \frac{4x+2}{4}$

⑥① أوجد الدالة العكسية للدالة : $f(x) = \frac{x-3}{4}$							
(A)	$3x - 3$	(B)	$x + 3$	(C)	$4x - 3$	(D)	$4x + 3$

⑥② أي من الدوال الآتية هي دالة عكسية للدالة $f(x) = \frac{1-x}{2}$ ؟							
(A)	$h(x) = -2x + 1$	(B)	$h(x) = 2x - 1$	(C)	$h(x) = -2x - 1$	(D)	$h(x) = 2x + 1$

⑥③ ما هي الدالة العكسية للدالة $f(x) = \frac{x-3}{4}$ ؟			
(A)		(B)	
(C)		(D)	

⑥④ مدى الدالة $f(x) = \sqrt{x-3} + 5$							
(A)	$[x \mid x \geq 3]$	(B)	$[y \mid y \geq 0]$	(C)	$[y \mid y \geq 5]$	(D)	$[y \mid y \geq -5]$

⑥⑤ أوجد الدالة العكسية : $f(x)=\sqrt{x+2}$			
(A)	$f^{-1}(x)=x^2+2 \quad x\geq 0$	(B)	$f^{-1}(x)=x^2-2 \quad x\geq 0$
(C)	$f^{-1}(x)=x^2+2 \quad x\leq 0$	(D)	$f^{-1}(x)=x^2-2 \quad x\leq 0$

⑥⑥ ما أبسط صورة للمقدار $\sqrt{36a^4b^{16}}$ ؟							
(A)	$18a^2b^4$	(B)	$18a^2b^8$	(C)	$6a^2b^4$	(D)	$6a^2b^8$

⑥⑦ $\sqrt[7]{x^{14}y^7}$ ما قيمة المقدار ؟							
(A)	x^7y	(B)	$(xy)^7$	(C)	$(xy)^3$	(D)	x^2y

⑥⑧ ما تبسيط العبارة التالية : $\frac{(a^2-b^2)}{3b}\times\frac{9b^2}{a-b}$							
(A)	a^2b^3	(B)	$3b(a+b)$	(C)	(a^2-b^2)	(D)	$27a^4$

⑥⑨ $\frac{(x^2-y^2)(3z-x)}{(x-y)^2(x-3z)}$							
(A)	$\frac{y-x}{x+y}$	(B)	$(y+x)^2$	(C)	$-\frac{(x^2-y^2)}{(x-y)^2}$	(D)	$\frac{(x^2-y^2)}{(x-y)^2}$

⑦⓪ ما قيمة x التى تجعل الدالة التالية غير معرفة ؟ $f(x)=\frac{1}{x^2-4x+4}$							
(A)	$x=4$	(B)	$x=-2$	(C)	$x=2$	(D)	$x=-4$

⑦① ما قيم x التى تجعل الدالة غير معرفة : $f(x)=\frac{x+3}{(x+2)(x-5)}$							
(A)	$5\,,-2$	(B)	$3\,,2$	(C)	$5\,,2$	(D)	$4\,,5$

⑦② أوجد المعادلة التالية في أبسط صورة : $\frac{2a^6}{25b}\div\frac{26}{10a^3}$							
(A)	$\frac{2a^6}{62b}$	(B)	$\frac{2a^6}{65b}$	(C)	$\frac{26}{125b}$	(D)	$\frac{5a^6}{65}$

⑦③ ما قيمة x في $\frac{x^2+x-6}{x+3}$ ؟							
(A)	$x=2$	(B)	$x=3$	(C)	$x=0$	(D)	$x=-1$

٧٤ ما مجال الدالة: $\frac{x+2}{x^2+6x+9}$			
(A)	$\{x \mid x \neq -3 , x \in R\}$	(B)	$\{x \mid x \neq 3 , x \in R\}$
(C)	$\{x \mid x \neq 5 , x \in R\}$	(D)	$\{x \mid x \neq 2 , x \in R\}$

٧٥ للدالة $\frac{x-3}{2x-5}$ خط تقارب رأسي عند :							
(A)	$x = \frac{5}{2}$	(B)	$x \neq \frac{5}{2}$	(C)	$x = 3$	(D)	$x = \frac{2}{5}$

٧٦ خط التقارب الرأسي للدالة : $f(x) = \frac{2x}{3x-1}$							
(A)	$x = \frac{1}{3}$	(B)	$x = -\frac{1}{3}$	(C)	$x = 3$	(D)	$x = \frac{2}{3}$

٧٧ للدالة $x = \frac{(x+1)(x-1)}{x-1}$ نقطة انفصال عند ؟							
(A)	$x = 1$	(B)	$x = 2$	(C)	$x = -1$	(D)	$x = -2$

٧٨ ما هي نقطة انفصال الدالة : $\frac{x^2+x-6}{x+3}$							
(A)	$(-3 , 5)$	(B)	$(-3 , -5)$	(C)	$(3 , -5)$	(D)	$(3 , 5)$

٧٩ خط التقارب الأفقي للدالة $f(x) = \frac{2x}{3x-1}$ ؟							
(A)	$y = \frac{1}{3}$	(B)	$x = -\frac{1}{3}$	(C)	$y = \frac{2}{3}$	(D)	$x = \frac{2}{3}$

٨٠ إذا كانت x تتغير عكسيًا مع x و $-12 = x$ عندما x ، فما قيمة x عندما $6 = x$ ؟							
(A)	4	(B)	1	(C)	-4	(D)	$x - 1$

٨١ ما العلاقة بين x و y ؟

y	x
6	10
5	12
2	30
1	60

(A)	طردية	(B)	عكسية	(C)	ثابتة	(D)	تربيعية

٨٢ إذا كان : $\frac{1}{3} = 2 + \frac{5}{y-2}$ ، فما قيمة x ؟							
(A)	-1	(B)	1	(C)	3	(D)	2

٨٣	إذا كان $g(x)=\sqrt{x+10}$, $f(x)=\frac{2}{x^2+5}$ فأوجد $[f\circ g](x)$:						
(A)	$\frac{2}{14}$	(B)	$\frac{2}{8}$	(C)	$\frac{2}{18}$	(D)	$\frac{2}{15}$
٨٤	إذا كان $g(x)=2k$ و $f(x)=x^2+2x$ أوجد $(f\circ g)$						
(A)	k^2+2	(B)	$4k^2+4k$	(C)	x^4+x	(D)	k^5
٨٥	إذا كان $g(x)=x-2$ و $f(x)=x^2+2x$ ، فإن مجال الدالة $(x)\left(\frac{f}{g}\right)\times\left(\frac{g}{f}\right)$ يساوي						
(A)	مجموعة الأعداد الحقيقية	(B)	$\{x \mid x\neq -2\}$				
(C)	$\{x \mid x\neq 2, x\neq -2\}$	(D)	$\{x \mid x\neq -2, x\neq -5\}$				
٨٦	إذا كان $g(x)=1$, $f(X)=x^2+3x$ فأي مما يأتى يمثل $[g\circ f](x)$						
(A)	1	(B)	2	(C)	3	(D)	4
٨٧	إذا كان $f(x)=3x-3$, $g(x)=x$ ، أوجد $(f\circ g)(2)$:						
(A)	3	(B)	5	(C)	6	(D)	8
٨٨	إذا كانت $f(x)=2x-3$, $g(x)=x$ ، فما قيمة $(f\circ g)(2)$ ؟						
(A)	2	(B)	1	(C)	-1	(D)	-2
٨٩	إذا كانت $g(x)=x^2+5$, $f(x)=x-1$ ، فما قيمة $[f(g(2))]$ ؟						
(A)	1	(B)	2	(C)	8	(D)	9
٩٠	إذا كانت $g(x)=\frac{1}{x-2}$ و $f(x)=x^2-16$ ، فأوجد مجال $(f\circ g)$						
(A)	$R-\{2\}$	(B)	$R-\{-2\}$	(C)	$R-\{4\}$	(D)	$R-\{-4\}$
٩١	إذا كانت $f(x)=\frac{1}{x^2+3}$ وكانت $g(x)=\sqrt{x^2+1}$ فإن $(f\circ g)(2)=$						
(A)	10	(B)	$\frac{1}{9}$	(C)	$\frac{1}{8}$	(D)	$\frac{1}{10}$
٩٢	إذا كانت $(f\circ g)(x)=2$, $g(x)=\sqrt{x^2-4}$, $f(x)=\sqrt{x^2+4}$ ، أوجد قيمة x						
(A)	2	(B)	4	(C)	16	(D)	9

٩٣ إذا كان $f(x)=x^2+1$ و $g(x)=x-3$ ، فما قيمة x التى تجعل $(f\circ g)(x)=(g\circ f)(x)$ ؟							
(A)	0	(B)	1	(C)	2	(D)	3

٩٤ الدالة العكسية للدالة $f(x)=2x$ ؟							
(A)	$-2x$	(B)	$-\frac{x}{2}$	(C)	$\frac{x}{2}$	(D)	$2x$

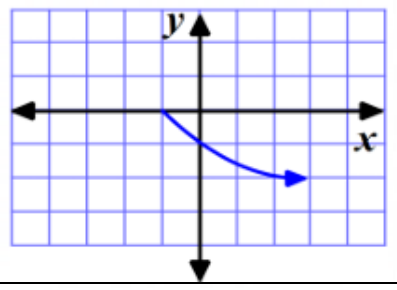
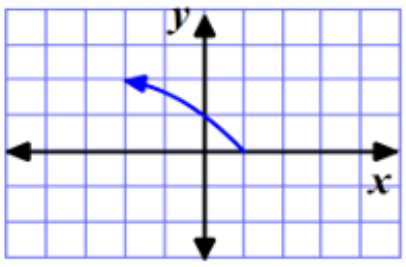
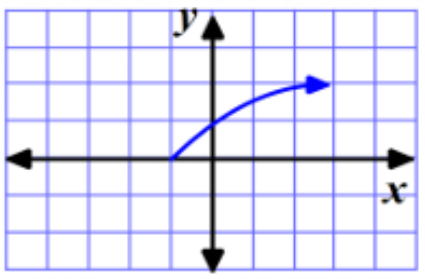
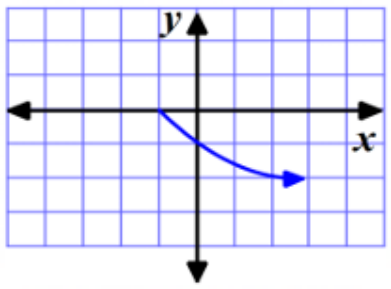
٩٥ إذا كانت $f(x)=x-2$ فإن $f^{-1}(x)$ تساوي							
(A)	$2-x$	(B)	$\frac{1}{x}+2$	(C)	$x+2$	(D)	$\frac{1}{x}-2$

٩٦ أي من الدوال الآتية هي دالة عكسية للدالة : $f(x)=\frac{2+x}{3}$							
(A)	$3x-2$	(B)	$3x+2$	(C)	$2x+3$	(D)	$2x-3$

٩٧ ما قيمة f^{-1} للدالة $f(x)=\sqrt[3]{x-5}$							
(A)	$x+5$	(B)	x^3-5	(C)	$\frac{-x}{5}$	(D)	x^3+5

٩٨ معكوس الدالة $f(x)=2x+3$ هو :							
(A)	$-\frac{2}{3}x$	(B)	$\frac{x-3}{2}$	(C)	$\frac{x-2}{3}$	(D)	$-2x-3$

٩٩ أوجد الدالة العكسية للدالة $f(x)=\frac{4x-2}{5}$							
(A)	$k(x)=\frac{5}{4x-2}$	(B)	$k(x)=\frac{4x+5}{2}$	(C)	$k(x)=\frac{2x-4}{5}$	(D)	$k(x)=\frac{5x+2}{4}$

١٠٠ التمثيل البياني الذي يمثل الدالة $f(x)=\sqrt{x+1}$			
(A)		(B)	
(C)		(D)	

١٠١ ما قيمة $\sqrt{2^2}$ ؟							
(A)	4	(B)	2	(C)	3	(D)	1

١٠٣ ما قيمة $\sqrt{121+104}$ ؟							
(A)	15	(B)	21	(C)	125	(D)	225

١٠٣ الصورة الجذرية للعبارة $a^{\frac{2}{3}}$ هي :							
(A)	$\sqrt[3]{a^2}$	(B)	$\sqrt[5]{a}$	(C)	$\sqrt[3]{a}$	(D)	$\sqrt[5]{a^3}$

١٠٤ الصورة الأسية للعبارة $\sqrt[7]{x^5}$ هي :							
(A)	$x^{\frac{7}{5}}$	(B)	$x^{\frac{1}{7}}$	(C)	$x^{\frac{5}{7}}$	(D)	$x^{\frac{1}{5}}$

105 ما قيمة $3\sqrt{18x} \times 3\sqrt{3x}$ حيث أن $x > 0$							
(A)	$81x$	(B)	$54x$	(C)	$18x$	(D)	$-18x$

106 حل المعادلة $\sqrt{x-1}+3$ هو							
(A)	$x=-3$	(B)	$x=1$	(C)	$x=10$	(D)	$x=25$

107 تبسيط العبارة $\frac{2}{\sqrt{6}-2}$ هو							
(A)	$\sqrt{6}-2$	(B)	$\sqrt{6}+2$	(C)	$\sqrt{6}$	(D)	4

108 ما قيمة x في العبارة التالية : $\sqrt{2x-1}+3$							
(A)	5	(B)	6	(C)	4	(D)	9

109 حل المعادلة $\sqrt{4x+9}-2=5$ هو							
(A)	10	(B)	30	(C)	40	(D)	20

110 $\sqrt{x+3}-1=\sqrt{x}$							
(A)	1	(B)	5	(C)	6	(D)	9

111 المقدار $\frac{2}{x^2}-\frac{1}{x}$ في أبسط صورة يساوي							
(A)	$\frac{x-2}{x}$	(B)	$\frac{x(x-2)}{x^3}$	(C)	$\frac{x-2}{x^2}$	(D)	$\frac{x-2}{x^3}$

112 ما قيمة x في التناسب $\frac{2x+1}{3}=\frac{4x+3}{5}$							
(A)	-5	(B)	-2	(C)	-3	(D)	-4

113	أوجد قيمة y: $\frac{y-3}{x-1} - 3 = 0$						
(A)	x	(B)	$12x$	(C)	$3x$	(D)	$9x$

114	تبسيط العبارة $\frac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{y}}$ هو						
(A)	$\frac{1}{y}$	(B)	$\frac{y-1}{y+1}$	(C)	$\frac{y+1}{y-1}$	(D)	1

115	المضاعف المشترك الأصغر (L . C . M) لكثيرتي الحدود $40x^3y^4$, $8x^6y$:						
(A)	$2x^3y^2$	(B)	$40x^9y^8$	(C)	$40x^6y^4$	(D)	$380x^{18}y^{12}$

116	المقدار $\frac{2a^2b^2}{6ba^5}$ يساوي						
(A)	$3a^7b^4$	(B)	$\frac{b}{3a^3}$	(C)	$4\frac{b^5}{a^6}$	(D)	$3a^7b^2$

117	ما أبسط صورة للعبارة $\frac{4x^2y^2}{5xy^2} \div \frac{2y}{10xy}$						
(A)	$\frac{4}{5}x$	(B)	$\frac{4x^2}{y}$	(C)	$4x^2$	(D)	$4x^2y^5$

118	إذا كانت $g(x) = 10^{x+2}$, $f(x) = \log x^2$ أوجد $[f \circ g](x)$						
(A)	$2x + 4$	(B)		(C)		(D)	

119	ما أبسط صورة للعبارة النسبية $\frac{x^2-4x-21}{x^2-25} \div \frac{x^2-7x}{x-5}$؟						
(A)	$\frac{x-3}{x(x+5)}$	(B)	$\frac{x+3}{x(x-5)}$	(C)	$\frac{x-3}{x(x-5)}$	(D)	$\frac{x+3}{x(x+5)}$

120	ما نوع العلاقة $8y + 5x = 5y + 7x$ ؟						
(A)	طردي	(B)	عكسي	(C)	مشترك	(D)	مركب

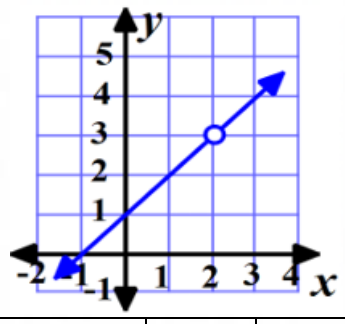
121	إذا كانت x تتغير طرديًا مع y وكانت $x = -12$ عندما $y = 2$ فما قيمة y عند $x = 6$ ؟						
(A)	-1	(B)	1	(C)	6	(D)	3

122	x , y يتناسب عكسيًا وكانت $y = 2$ عندما $x = 8$ ، إذا كان $y = -8$ فكم قيمة x ؟						
(A)	4	(B)	2	(C)	-2	(D)	-4

123 إذا كان النظير الضربي للكسر $\frac{4x}{4x+h}$ هو $\frac{x-3}{x}$ فما قيمة h ؟

(A)	-12	(B)	-7	(C)	12	(D)	7

124 إذا كان التمثيل البياني يمثل $f(x)$ فأي التالي يمثل الدالة ؟



(A)	$f(x)=\frac{x^2-x-6}{x-3}$	(B)	$f(x)=\frac{x^2-x-6}{x+3}$	(C)	$f(x)=\frac{x^2-x-2}{x+2}$	(D)	$f(x)=\frac{x^2-x-2}{x-2}$

125 نقاط عد الاتصال للدالة $f(x)=\frac{5}{x^2-4x+3}$ ، هي :

(A)	$-1,3$	(B)	$1,-3$	(C)	$1,3$	(D)	$-1,-3$

126 للدالة $f(x)=\frac{1}{x-1}+5$ خط تقارب رأسي عند .....

(A)	$x=-1$	(B)	$x=0$	(C)	$x=1$	(D)	$x=5$

127 أوجد خطوط التقارب للدالة $f(x)=\frac{-4}{x+5}$

(A)	$x=5\,,y=-4$	(B)	$x=-4\,,y=0$	(C)	$x=-5\,,y=0$	(D)	$y=-5\,,x=0$

128 إذا كانت $f(x)=x-1$ و $g(x)=\frac{1}{x+6}$ ، أوجد مجال $f\circ g$

(A)	$R-\{-6\}$	(B)	R	(C)	$R-\{6\}$	(D)	$R-\{1\}$

129 إذا كان $g(x)=\sqrt{x+2}\,,f(x)=\frac{1}{x-5}$ ، فأوجد مجال $[f\circ g](x)$

(A)	$\{x \mid x\geq -2\,,x\neq 5\}$	(B)	$\{x \mid x\geq -2\,,x\neq 23\}$
(C)	$R-\{-5\}$	(D)	$R-\{5\}$

130 مجال الدالة $f(x)=\frac{3x+4}{5-x}$ هو :

(A)	R	(B)	$R-\{-2\}$	(C)	$R-\{5\}$	(D)	$R-\{-5\}$

131 مجال الدالة $f(x)=\frac{\sqrt{x+3}}{5-x}$ هو :

(A)	$\{x \mid x\leq 3\}$	(B)	$\{x \mid x\geq -3\,,x\neq 3\}$
(C)	$\{x \mid x\leq 3\,,x\neq 3\}$	(D)	$\{x \mid x\geq 3\}$

منصة الهدف التعليمية

132 مجال الدالة $f(x) = \frac{\sqrt{2x+6}}{x}$ هو .....

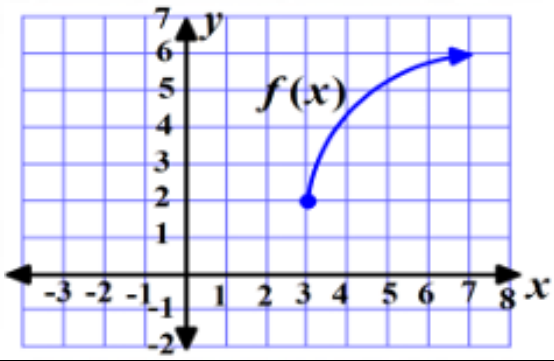
(A)	$\{x \mid x \leq 3\}$	(B)	$\{x \mid x \geq -3 , x \neq 3\}$
(C)	$\{x \mid x \leq 3 , x \neq 3\}$	(D)	$\{x \mid x \geq 3\}$

133 $\frac{x-4}{\sqrt{x}+2}$ في أبسط صورة ؟

(A)	$\sqrt{x}-2$	(B)		(C)		(D)	

أي الدول التالية ممثلة بالشكل التالي ؟

134



(A)	$f(x) = 3\sqrt{x-2}+3$	(B)	$f(x) = 3\sqrt{x+2}-3$
(C)	$f(x) = 2\sqrt{x+3}-2$	(D)	$f(x) = 2\sqrt{x-3}+2$

135 إذا كان $f^{-1}(x) = \frac{4}{3}x^2 - 1$ فإن $f(x)$ تساوي .....

(A)	$\sqrt{\frac{3(x-1)}{2}}$, $x \geq -1$	(B)	$\frac{\sqrt{3(x-1)}}{2}$, $x \geq -1$
(C)	$\sqrt{\frac{3(x+1)}{2}}$, $x \geq -1$	(D)	$\frac{3\sqrt{(x-1)}}{2}$, $x \geq -1$

136 ما قيمة b : $f(x) = \sqrt{\frac{3}{2}x + b}$ إذا كان المجال $x \geq -4$

(A)	6	(B)	4	(C)	-6	(D)	-4

137 مجال الدالة $f(x) = 3 - \sqrt{x}$ ؟

(A)	$x \geq 0$	(B)	$x \geq 3$	(C)	$x \leq 3$	(D)	$x \leq 0$

138 مجال الدالة $f(x) = \sqrt{\pi x}$ هو .....

(A)	$[0 , \infty)$	(B)	$(0 , \infty)$	(C)	$[\pi , \infty)$	(D)	(π , ∞)

139 المقدار $\sqrt[4]{16^{12}}$ يكافئ ....

(A)	4^6	(B)	4^3	(C)	4^{16}	(D)	4^4

140	المقدار $\sqrt{16(x-5)^4}$ يكافئ						
(A)	$4(x-5)^2$	(B)	$2(x-5)^2$	(C)	$4(x-5)$	(D)	$2(x-5)$
141	$\begin{bmatrix} a & b \\ 5 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، أوجد قيمة $a+b$						
(A)	5	(B)	3	(C)	10	(D)	7
142	$= \frac{\sqrt[4]{16n^2}}{\sqrt{n}}$						
(A)	2	(B)	$2n$	(C)	10	(D)	7
143	$\sqrt[3]{0.027}$						
(A)	0.03	(B)	2.7	(C)	27	(D)	0.3

منصة الهدف التعليمية
قدرات وتحصيلي
مستر إبراهيم الشافعي

١	A	١١	C	٢١	C	٣١	C	٤١	A	٥١	D	٦١	B	٧١	D	٨١	A	٩١	B	C
٢	A	١٢	D	٢٢	C	٣٢	B	٤٢	B	٥٢	C	٦٢	B	٧٢	A	٨٢	B	٩٢	A	A
٣	D	١٣	B	٢٣	A	٣٣	B	٤٣	B	٥٣	B	٦٣	B	٧٣	C	٨٣	A	٩٣	C	C
٤	A	١٤	C	٢٤	C	٣٤	A	٤٤	C	٥٤	C	٦٤	C	٧٤	C	٨٤	A	٩٤	B	C
٥	C	١٥	B	٢٥	B	٣٥	D	٤٥	A	٥٥	A	٦٥	B	٧٥	A	٨٥	A	٩٥	C	C
٦	C	١٦	B	٢٦	C	٣٦	C	٤٦	C	٥٦	B	٦٦	D	٧٦	A	٨٦	A	٩٦	A	A
٧	D	١٧	B	٢٧	B	٣٧	B	٤٧	D	٥٧	A	٦٧	A	٧٧	D	٨٧	A	٩٧	A	D
٨	A	١٨	A	٢٨	A	٣٨	B	٤٨	D	٥٨	C	٦٨	B	٧٨	B	٨٨	B	٩٨	B	B
٩	C	١٩	A	٢٩	A	٣٩	C	٤٩	C	٥٩	A	٦٩	C	٧٩	C	٨٩	C	٩٩	C	D
١٠	B	٢٠	C	٣٠	A	٤٠	A	٥٠	A	٦٠	B	٧٠	C	٨٠	D	٩٠	D	١٠٠	A	C

101	B	111	C	121	A	131	B	141	A
102	A	112	B	122	C	132	D	142	A
103	A	113	C	123	A	133	A	143	D
104	C	114	C	124	D	134	D		
105	B	115	C	125	C	135	C		
106	C	116	B	126	C	136	A		
107	B	117	C	127	C	137	A		
108	A	118	A	128	A	138	A		
109	A	119	D	129	B	139	A		
110	A	120	A	130	C	140	A		

8) المتتابعات والمتسلسلات

المتتـابعــة الحسـابيـة

- المقصود بها : نمط عددي يزيد أو ينقص بمقدار ثابت يُسمى أساس المتتابعة (d) .
- فائدة : أساس المتتابعة d يساوي الفرق بين أي حدين متتاليين.
- مثـال توضيحي : المتتابعة ... , ... , 17 , 12 , 7 , 2 حسابية ، وأساسها 5 ، أما المتتابعة ... , ... , 12 , 10 , 7 , 5 فليست حسابية .
- الحد النوني ...

$$a_n = a_1(n-1)d$$

أساسا المتتابعة ، عدد الحدود ، الحد الأول

مثـال 1 : أوجد الحد الثاني عشر في المتتابعة الحسابية ...

$$9 , 16 , 23 , 30 , \dots , \dots$$

الحـل : نوجد أساس المتتابعة .....

$d = 16 - 9 = 7$ (الأساس)

وبالتعويض في الحد النوني .....

$$a_{12} = 9 + (12-1)7 = 9 + 11(7) = 9 + 77 = 86$$

مثـال 2 : متتابعة حسابية فيها $a_2 = 3$ و $a_5 = -24$ ، ما أساسها؟

الحـل : بالتعويض في الحد النونى .....

$$a_2 = a_1 + (2-1)d \implies 3 = a_1 + d$$

$$a_5 = a_1 + (5-1)d \implies -24 = a_1 + 4d$$

وبطرح الأولى من الثانية ...

$$-24 - 3 = a_1 + 4d - a_1 - d$$

$$-27 = 3d \implies d = \frac{-27}{3} = -9$$

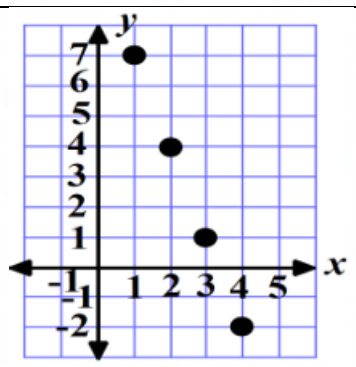
- الأوساط الحسابية: في المتتابعة الحسابية .. .. , 22 , 17 , 12 , 7 , 2 ، الحدود 17 , 12 , 2 تسمى أوساطا حسابية بين 2 و 22 ، وإذا كانت مجهولة في السؤال يتم إيجادها باختيار الإجابة التى تجعل الفرق بين أي حدين متتاليين ثابتًا.

① ما نوع المتتابعة ... ... , -12 , -9 , -6 , -3 ؟			
A	حسابية وأساسها -3	B	هندسية وأساسها -2
C	حسابية وأساسها 3	D	هندسية وأساسها 2

② في المتتابعة الحسابية ... ... , -7 , a , 3 , 8 ، ما قيمة a ؟			
A	-4	B	-2
C	2	D	5

③ أوجد الحد التالى في المتتابعة الحسابية .... , 3 , $\frac{7}{3}$, $\frac{5}{3}$, 1 , $\frac{1}{3}$			
A	4	B	$\frac{11}{3}$
C	$\frac{9}{3}$	D	$\frac{8}{3}$

④ قيمة الحد 121 في المتتابعة الحسابية : .. ... , -11 , -6 , -1 , 4 هو			
A	629	B	581
C	-596	D	-621

⑤ الحد السادس في المتتابعة الحسابية الممثلة في الشكل هو 			
A	-7	B	-10
C	-8	D	-11

⑥ متتابعة حسابية حدها العاشر يساوي 15 ، وحدها الأول يساوي -3 ، ما أساسها؟			
A	2	B	3
C	4	D	5

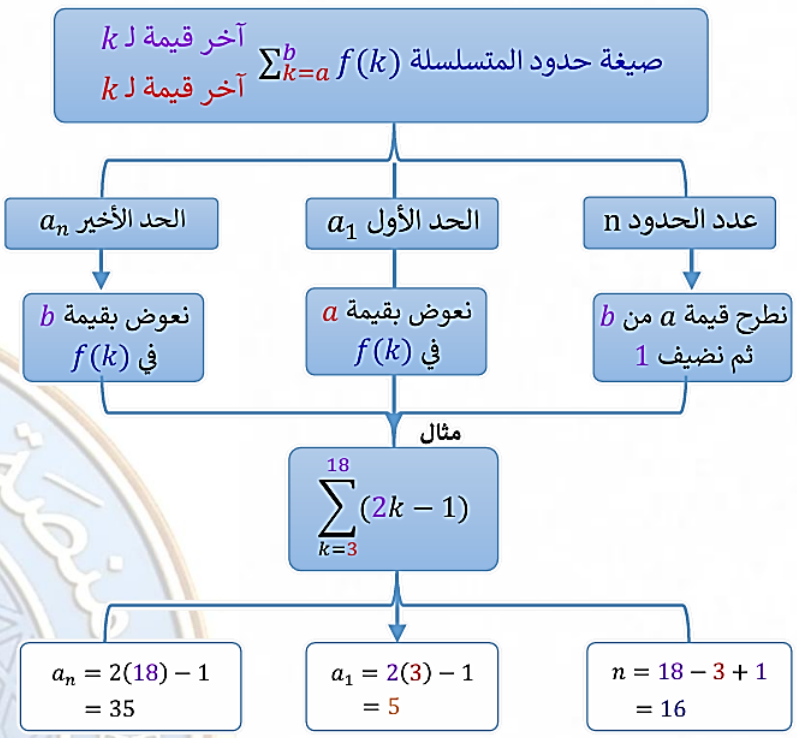
⑦ متتابعة حسابية فيها : $d = 6$, $a_5 = 19$ ، ما حدها الثاني ؟			
A	-5	B	1
C	5	D	7

⑧ الحد التاسع في المتتابعة الحسابية التى فيها : $d = 2$, $a_1 = -1$ هو			
A	-9	B	-6
C	12	D	15

مجموع المتسلسلة الحسابية

في حالة وجود الحد الأخير a_n	في حالة وجود أساس المتتابعة d
$S_n = n\left(\frac{a_1+a_n}{2}\right)$	$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)]d$
عدد الحدود ، الحد الأول	

المتسلسلة بالرمز $\sum$ (سيجما)



- إذا كان Type equation here. من الدرجة الأولى فإن المتسلسلة حسابية ، وأساسها معاما Type equation here. ، فمثلًا : في المثال السابق. الأساس Type equation here.

مثـال : أوجد مجموع المتسلسلة الحسابية في المثال السابق .

الحـل :

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)]d$$

$$S_{16} = \frac{16}{2}[2(5) + (16-1)2]$$

$$= 8[10 + (15)2]$$

$$= 8[10 + 30]$$

$$= 8[40] = 320$$

⑨ متتابعة حسابية فيها : $a_2 = 13$, $a_5 = 22$ ، ما قيمة a_{13} ؟			
A	44	B	46
C	48	D	50

⑩ متتابعة حسابية فيها $d = 5$, $a_1 = 3$ ، ما قيمة a_{21} ؟			
A	93	B	98
C	103	D	108

⑪ إذا كان الحد الأول في متسلسلة حسابية 5 ، والحد العشرون 62 ، فإن مجموع أول عشرين حدا فيها يساوي			
A	134	B	268
C	570	D	670

⑫ شكل رباعي زواياه على شكل متتابعة حسابية ، والزاوية الصغرى قياسها $30°$ ، ما قياس الزاوية الكبرى ؟			
A	$110°$	B	$120°$
C	$150°$	D	$160°$

⑬ متتابعة حسابية فيها $S_n = 420$, $a_n = 87$, $a_1 = -3$ ، ما حدها الثاني ؟			
A	4	B	7
C	10	D	13

⑭ عدد حدود المتسلسلة $\sum_{k=5}^{12}(3k+7)$ يساوي ..... حدود			
A	7	B	8
C	9	D	10

⑮ الحد الأول للمتسلسلة $\sum_{k=4}^{18}(6k-1)$ يساوي			
A	5	B	23
C	9	D	29

⑯ مجموع المتسلسلة الحسابية $\sum_{k=1}^{10}(2k+1)$ يساوي			
A	180	B	120
C	90	D	60

⑰ ما قيمة $\sum_{n=3}^{17}(2n-1)$ ؟			
A	323	B	311
C	285	D	215

⑱ مجموع المتسلسلة الحسابية $\sum_{m=9}^{21}(5m+6)$ يساوي			
A	972	B	1053
C	1281	D	1702

المتتـابعـة الهنـدسـيـة

- يمكن إيجاد أي حد فيها بضرب الحد السابق له في مقدار ثابت غير الصفر ، والمقدار الثابت يسمى أساس المتتابعة.
  - مثـال توضيحي : في المتتابعة الهندسية ... ... , 16 , 8 , 4 , 2 ، نلاحظ أن كل حد ناتج من ضرب 2 في الحد السابق له ، والعدد 2 يسمى أساس المتتابعة الهندسية .
- فائدة : أساس المتتابعة الهندسية يساوي خارج قسمة أي حد على الحد السابق له.

مثـــال : أساس المتتابعة الهندسية ... ... , 324 , 108 , 36 , 12 يساوى .....

الحـــل :

$$\text{الأساس} = \frac{\text{أي حد}}{\text{الحد السابق له}} = \frac{36}{12} = 3$$

- الحد النوني .....

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

أساس المتتابعة ، عدد الحدود ، الحد الأول

- الأوساط الهندسية : يتم إيجادها باختيار الإجابه التى تجعل النسبة (أساس المتتابعة r) بين أي حدين متتاليين ثابتة ، فمثلًا : في المتتابعة الهندسية .... , 2− , 84− , 16, الحدان 4 , 8− وسطان هندسيان بين الحدين 2− , 16
- مجموع المتسلسلة الهندسية .....

$$S_n = \frac{a_1 - a_1 \cdot r^n}{1-r}$$

المتسلسلة الهندسية المعطاة بالرمز $\sum$

- المتسلسلة الهندسية تُعطي على الصورة الأسية

$$\sum_{k=b}^{d} a(r)^{k-1}$$

مثال : مجموع المتسلسلة الهندسية $\sum_{k=3}^{6} \frac{1}{4}(2)^{k-1}$

الحل : الأساس $(r) = 2$

حدها الأول $(a_1) = \frac{1}{4}(2)^{3-1} = \frac{1}{4} \times 4 = 1$

حدها الثاني $(n) = 6 - 3 + 1 = 4$

$$S_4 = \frac{a_1 - a_1 \cdot r^n}{1-r} = \frac{1 - 1 \times 2^4}{1-2} = 15$$

⑲ أساس المتتابعة الهندسية ... ... , 24 , 12 , 6 , 3 يساوي			
A	$\frac{1}{2}$	B	2
C	3	D	6

⑳ أي التالي متتابعة هندسية حيث $a > 1$ ؟			
A	$2a, \frac{a}{2}, \frac{a}{4}, \ldots \ldots$		
B	$a+1, a^2-1, a-1, a^2+1, \ldots$		
C	$a, a^2, a^3, a^4, \ldots \ldots$		
D	$a-1, a+1, a-2, a+2$		

㉑ ما الحد الرابع في المتتابعة الهندسية التى فيها $a_1 = 3, r = 2$ ؟			
A	11	B	24
C	48	D	54

㉒ ما أساس المتتابعة الهندسية التى فيها $a_1 = 3, a_6 = 96$ ؟			
A	2	B	3
C	27	D	32

㉓ ما الحد الرابع في المتتابعة ... ... , 12− , 18 , 27− ؟			
A	9−	B	8−
C	8	D	9

㉔ يبلغ عدد الطلاب في مدرسة ما 500 طالب في عام 1437 هـ ، وإذا كانت نسبة زيادة أعداد الطلاب سنويا 20 % فإن عدد الطلاب في عام 1440 هـ يساوي			
A	900	B	864
C	691	D	480

㉕ الوسطان الهندسيات في المتتابعة الهندسية 27 , ... , ... , 1 هما			
A	3− , 9−	B	3 , 9−
C	9 , 18	D	3 , 9

㉖ متتابعة هندسية مجموع حدودها الثلاثة الأولى 26 ، ومجموع حدودها الثلاثة التالية 702 ، أوجد أساسها			
A	27	B	$\frac{1}{3}$
C	3	D	$\frac{1}{27}$

㉗ المجموع $\sum_{k=1}^{11} 3(4)^{k-1}$ يساوي			
A	$4^{11} - 1$	B	$4^{10} - 1$
C	$3^{11} - 1$	D	$3^{10} - 1$

المتسلسلة الهندسية اللانهائية

- متسلسلة لها عدد لا نهائي من الحدود .
- نستعمل رمز المجموع $\sum$ لتمثيل المتسلسلة الهندسية غير المنتهية .

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_1 (r)^{k-1}$$

الحد الأول ، أساس المتسلسلة

- نكون متباعدة عندما $|r| \geq 1$ حيث r الأساس
- تكون متقاربة عندما $|r| < 1$ حيث r الأساس .
- مجموع المتسلسلة المتقاربة $|r| < 1, S = \frac{a_1}{1-r}$

مثـال : مجموع متسلسلة هندسية لا نهائية حدها الأول 12 وأساسها $\frac{1}{3}$ يساوي .....

الحل :

$$S = \frac{a_1}{1-r} = \frac{12}{1-\frac{1}{3}} = \frac{12}{\frac{2}{3}} = \frac{3\times12}{2} = 18$$

مفكوك ذات الحدين

- المقصود به : إيجاد مفكوك المقدار $(a+b)^n$
- إيجاده : نستخدم ما يسمى "التوافيق" ، ويرمز لـ "n توافيق r" بالرمز ${}_nC_r$
- حساب التوافيق بطريقة سهلة : نحسب ${}_5C_3$ كالتالي : في البسط 3 أعداد صحيحة متتالية مرتبة تنازليًا بداية من العدد 5 ، وفي المقام نضرب العدد 3 في الأعداد السابقة له وصولا إلى العدد 1

$${}_5C_3 = \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = \frac{20}{2} = 10$$

- نظرية ذات الحدين : عدد مفكوك المقدار $(a+b)^n$ يساوي $n+1$ حدا ، ويمكننا إيجاد الحد $(r+1)$ من الصيغة التالية :

$${}_nC_r (a)^{n-r} (b)^r$$

- مثـال توضيحي : مفكوك $(a+b)^n$ يتكون من 10 حدود أي $(1+9)$ ، والحد السابع $(6+1)$ منها يساوي .....

$${}_9C_6 (a)^{9-6} (b)^6 = \frac{9\times8\times7\times6\times5\times4}{6\times5\times4\times3\times2\times1} a^3 b^6 = 84a^3b^6$$

---

(٢٨) الأساس r في المتسلسلة الهندسية المتقاربة .....

A	$\|r\| < 1$	B	$\|r\| > 1$
C	$\|r\| = 1$	D	$r = 0$

(٢٩) مجموع المتسلسلة ... ... $+ \frac{4}{125} + \frac{4}{25} + \frac{4}{5} + 4$ يساوي .....

A	5	B	$\frac{5}{4}$
C	$\frac{4}{5}$	D	المتسلسلة متباعدة وليس لها مجموع

(٣٠) مجموع متسلسلة هندسية لانهائية حدها الأول 25 وأساسها $\frac{1}{2}$ يساوي .....

A	25	B	50
C	60	D	100

(٣١) المجموع $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{2}\left(\frac{2}{3}\right)^k$ يساوي .....

A	$\frac{2}{3}$	B	3
C	$\frac{9}{2}$	D	9

(٣٢) عند فك ذات الحدين $(A+B)^6$ فإن عدد الحدود الناتجة يساوي .....

A	6	B	7
C	8	D	9

(٣٣) ما رقم الحد الذي قيمته 70 في مفكوك $\left(\frac{1}{x}+x\right)^8$ ؟

A	3	B	4
C	5	D	6

(٣٤) الحد الرابع في مفكوك $(2x-1)^4$ حسب قوى x التنازلية يساوي .....

A	$12x^2$	B	$8x$
C	$-2x^4$	D	$-8x$

(٣٥) أوجد الحد الرابع في المفكوك $\left(x^2-\frac{1}{2}\right)^8$

A	$-7x^{12}$	B	$-7x^{10}$
C	$7x^{10}$	D	$7x^{12}$

تجميعات إضافية على الدرس الثامن

٣٦	أكمل المتتابعة ... ... , -7 , 0 , 7 , 14						
(A)	14	(B)	-14	(C)	12	(D)	-10
٣٧	متتابعة حسابية حدها الأول -1 ، وأساسها 2 ، أوجد حدها العاشر ؟						
(A)	10	(B)	15	(C)	17	(D)	19
٣٨	في المتتابعة الحسابية $a_1 = 3 , d = 5 , a_{21} = ?$ ؟						
(A)	103	(B)	105	(C)	107	(D)	109
٣٩	متتابعة حسابية فيها : $a_9 = 76 , a_{10} = 83$ ، ما حدها الأول ؟						
(A)	27	(B)	20	(C)	13	(D)	7
٤٠	ما الحد الثاني في المتتابعة الحسابية التى فيها $d = 6 , a_5 = 19$						
(A)	-5	(B)	1	(C)	5	(D)	7
٤١	متتابعة حسابية فيها $a_5 = 22$ و $a_2 = 13$ ، فما قيمة a_{13} ؟						
(A)	44	(B)	46	(C)	48	(D)	50
٤٢	مضلع رباعي زواياه متتابعة حسابية ، إذا كانت أصغر زاوية له هي $45°$ ، فما هي أكبر زاوية له ؟						
(A)	$180°$	(B)	$135°$	(C)	$105°$	(D)	$90°$
٤٣	إذا كانت قيمة السهم عند الاكتتاب لإحدى الشركات 90 ﷼ ، وبعد ثلاثة أشهر من تاريخ الاكتتاب أصبحت قيمة السهم 96 ﷼ ، فإذا افترضنا أن قيمة السهم على شكل متتابعة حسابية شهرية ، فإن القيمة المتوقعة للسهم بالريال بعد سبعة أشهر من تاريخ الاكتتاب ؟						
(A)	100	(B)	102	(C)	104	(D)	106
٤٤	إذا كان عدد زوار مهرجان الرياض لعام 1433 في اليوم الأول 40 ألف زائر ، و أخذ العدد يتزايد بمقدار ثابت (d) كل يوم عن السابق له وكانت مدة المهرجان 10 أيام ، وفي نهاية المدة أصبح مجموع الزائرين 490000 زائر ، فكم عدد زوار المهرجان في اليوم السابع فقط ؟						
(A)	56000	(B)	52000	(C)	54000	(D)	50000
٤٥	إذا كانت قيمة السهم عند الاكتتاب لإحدى الشركات 40 ﷼ ، وبعد شهرين من تاريخ الاكتتاب أصبحت قيمة السهم 60 ﷼ ، فإذا افترضنا أن قيمة السهم على شكل متتابعة حسابية شهرية ، فإن القيمة المتوقعة للسهم بالريال بعد ستة أشهر من تاريخ الاكتتاب						
(A)	120	(B)	100	(C)	140	(D)	160

٤٦	ما رتبة الحد الذي قيمته 7 في المتتابعة ... ... , 35 , 39 , 43 ؟						
(A)	8	(B)	9	(C)	10	(D)	7
٤٧	متتابعة حسابية إذا كان $a_1 = 1$ و $a_{20} = 14$ وكانت عدد حدودها 20 أوجد مجموعها ؟						
(A)	120	(B)	144	(C)	150	(D)	165
٤٨	متتابعة حسابية أساسها 4 وعدد حدودها 15 ، والحد الأول -3 ، أوجد مجموعها :						
(A)	240	(B)	750	(C)	375	(D)	405
٤٩	مجموع متتابعة حسابية حدها الأول -7 وأساسها 4 وعدد الحدود 15 :						
(A)	315	(B)	220	(C)	240	(D)	280
٥٠	مجموع المتتابعة الحسابية $200 + \ldots \ldots \ldots + 3 + 2 + 1$ هو :						
(A)	20100	(B)	200	(C)	20000	(D)	2550
٥١	متتابعة حسابية فيها : $S_n = 420$, $a_n = 87$, $a_1 = -3$ ، ما حدها الثاني :						
(A)	4	(B)	7	(C)	10	(D)	13
٥٢	الحد المئة في المتتابعة : .. .. , 30 , 23 , 16 , 9 :						
(A)	704	(B)	702	(C)	207	(D)	407
٥٣	المتتابعة التالية ... ... , 12 , 6 , 3 تمثل						
(A)	متتابعة هندسية أساسها 3			(B)	متتابعة هندسية أساسها 4		
(C)	متتابعة حسابية أساسها 2			(D)	متتابعة هندسية أساسها 2		
٥٤	أوجد الحد التالي في المتتابعة ... ... , 1 , 4 , 16						
(A)	$\frac{1}{4}$	(B)	$\frac{1}{16}$	(C)	$\frac{1}{2}$	(D)	$\frac{1}{32}$
٥٥	في المتتابعة الهندسية ... ... , 32 , 16 , 8 , 4 الأساس يساوي						
(A)	$\frac{1}{8}$	(B)	4	(C)	2	(D)	8
٥٦	في المتتابعة الهندسية ... ... , 4 , 8 , 16 , 32 أوجد الأساس						
(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{3}{4}$	(C)	3	(D)	5

٥٧	أساس المتتابعة الهندسية ... ... , $12 , 36 , 108 , 324$						
(A)	12	(B)	2	(C)	3	(D)	6
٥٨	متتابعة هندسية $r = 2 , a_1 = 10$ فإن a_5 يساوي ؟						
(A)	160	(B)	10	(C)	50	(D)	80
٥٩	ما الحد الخامس في المتتابعة الهندسية ... ... , $8 , 6 , \frac{9}{2} , \frac{27}{8}$						
(A)	$\frac{81}{32}$	(B)	$\frac{5}{10}$	(C)	$\frac{27}{8}$	(D)	$\frac{243}{128}$
٦٠	العبارة $1 + \sqrt{2} + \sqrt[3]{3}$						
(A)	$\sum_{k=1}^{3} k^{\frac{1}{k}}$	(B)	$\sum_{k=1}^{3} k^{-k}$	(C)	$\sum_{k=1}^{3} k^{k}$	(D)	$\sum_{k=1}^{3} \sqrt{k}$
٦١	$\sum_{k=1}^{\infty} 6\left(\frac{1}{2}\right)^{k-1}$ = ...						
(A)	-12	(B)	3	(C)	12	(D)	-4
٦٢	$\sum_{k=1}^{\infty} 2\left(\frac{1}{3}\right)^{k-1}$ = ...						
(A)	3	(B)	4	(C)	2	(D)	1
٦٣	المتسلسلة $\sum_{n=1}^{\infty} 3\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$ ؟						
(A)	متباعدة وليس لها مجموع	(B)	متقاربة ومجموعها 1				
(C)	متقاربة ومجموعها 3	(D)	متقاربة ومجموعها 6				
٦٤	متسلسلة هندسية $4a^3 , 4a^2 , 4a , 4$ ، ما قيمة a التى تجعل المتسلسلة متقاربة ؟						
(A)	$\frac{5}{2}$	(B)	$\frac{6}{3}$	(C)	$\frac{1}{2}$	(D)	$\frac{5}{4}$
٦٥	$25 + 50x + 100x^2$ تكون المتتابعة الهندسية الآتية متقاربة إذا كانت $\|x\|$ أقل من ؟						
(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{2}{3}$	(C)	$\frac{3}{5}$	(D)	$\frac{3}{4}$
٦٦	ما قيمة x حيث $_8P_3 = x(_7P_2)$ ؟						
(A)	8	(B)	7	(C)	6	(D)	5

منصة الهدف التعليمية
قدرات وتحصيلي
مستر إبراهيم الشافعي

⑯ إذا كان الحد النوني في المتتابعة $a_n = \frac{n^2-1}{n+5}$ فإن الحد الذي قيمته 4 هو							
(A)	a_3	(B)	a_5	(C)	a_6	(D)	a_7
⑰ الحد الرابع في مفكوك $(x+1)^5$ هو							
(A)	$10x$	(B)	$15x$	(C)	$10x^2$	(D)	$15x^2$
⑱ الحد الثالث في مفكوك $(x+y)^3$ حسب القوى التنازلية لـ :							
(A)	$3xy^2$	(B)	$4xy^2$	(C)	$3x^2y$	(D)	$9x^2y$
⑲ الحد الرابع في مفكوك $(x+1)^5$ هو							
(A)	$10x$	(B)	$15x$	(C)	$10x^2$	(D)	$15x^2$
⑳ ما قيمة الحد الخامس $(x+1)^6$ ؟							
(A)	$15x^2$	(B)	$16x^3$	(C)	$17x^4$	(D)	$14x^2$
㉑ الحد الخامس في مفكوك $(a+b)^7$ هو :							
(A)	$35a^5b^2$	(B)	$35a^4b^3$	(C)	$21a^2b^5$	(D)	$35a^3b^4$
㉒ ما هو التاسع من مفكوك $(1+x)^{10}$							
(A)	$45x^6$	(B)	$45x^8$	(C)	$45x^9$	(D)	$45x^7$
㉓ ما نوع المتتابعة .... , $-16, -12, -8, -4$							
(A)	حسابية وأساسها -4	(B)	هندسية وأساسها -2	(C)	حسابية وأساسها 4	(D)	هندسية وأساسها 2
㉔ نشرت سارة استبيان عن مدى وعي المجتمع بمخاطر التواصل الاجتماعي ، وصل عدد المشاركين في هذا الاستبيان في اليوم الأول 40 مشاركًا ، واستمر عدد المشاركين بالازدياد 50 % كل يوم عن اليوم الذي يسبقه ، كم عدد المشاركين في الأيام الثلاث الأولى ؟							
(A)	120	(B)	160	(C)	190	(D)	221
㉕ شخص يريد شراء لوحة سعرها 750 ﷼ وإذا أراد اللوحة بالألوان الزيتية يرتفع سعرها 10 % وإذا أراد إضافة سعر الإطار 45 ﷼ ، كم سعر اللوحة بالألوان الزيتية والإطار ؟							
(A)	870	(B)	900	(C)	800	(D)	1000
㉖ اشترى فارس من محل أشياء تقدر بـ 315 ﷼ وعند خروجه من المحل وجد أن هناك خصم بقيمة 20 % ، فكم المبلغ الذي سيرجعه صاحب المحل لفارس ؟							
(A)	26	(B)	63	(C)	46	(D)	10
㉗ أوجد الحد الثالث $(2a-3b)^8$ ؟							
(A)	$9a-27b^2$	(B)	$64a^6+9b^2$	(C)	$64a^6-9b^2$	(D)	$16128a^6b^2$

①	A	⑪	D	㉑	B	㉛	C	㊶	B	㊱	A	㊻	C	㊺	A
②	B	⑫	C	㉒	A	㉜	B	㊷	B	㊲	B	㊼	A	㊽	D
③	B	⑬	B	㉓	B	㉝	C	㊸	C	㊳	C	㊽	D	㊾	B
④	C	⑭	B	㉔	B	㉞	D	㊹	C	㊴	C	㊾	B	㊿	A
⑤	B	⑮	B	㉕	D	㉟	B	㊺	B	㊵	B	㊿	A	⑥⓪	C
⑥	A	⑯	B	㉖	B	㊱	C	㊻	C	㊶	B	⑥①	A	⑥②	A
⑦	B	⑰	C	㉗	A	㊲	C	㊼	C	㊷	B	⑥②	A	⑥③	D
⑧	D	⑱	B	㉘	A	㊳	A	㊽	A	㊸	C	⑥③	A	⑥④	C
⑨	B	⑲	B	㉙	A	㊴	B	㊾	A	㊹	C	⑥④	A	⑥⑤	A
⑩	C	⑳	B	㉚	B	㊵	B	㊿	B	㊺	D	⑥⑤	A	⑥⑥	A
												⑥⑥	A	⑥⑦	C
												⑥⑦	A	⑥⑧	D
												⑥⑧	C	⑥⑨	A
												⑥⑨	A	⑦⓪	C

منصة الأهداف التعليمية
قدرات وتحصيلي
مستر إبراهيم الشافعي

9) الاحتمـالات والإحصـاء

التجربة العشوائية والاحتمال

- التجربة العشوائية : إجراء نعرف مسبقا جميع نواتجه الممكنة ، فمثلًا : عند إلقاء قطعة نقود معدنية ، فإننا نعرف أن النتائج الممكنة هي : شعار أو كتابة.

- فضاء العينة لتجربة عشوائية : مجموعة جميع النواتج الممكنة ، فمثلًا : إذا قمنا بإلقاء مكعب مرقم ، فإن فضاء العينة يساوى .....

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

- لإيجاد عدد نواتج تجربة متعددة المراحل .....
نضرب عدد نواتج جميع مراحلها "مبدأ العد الأساسي"

مثـال : كم عدد نواتج تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية مرتين ؟

الحـــل :

عدد نواتج الثانية × عدد نواتج الأولى = عدد النواتج

$$= 2 \times 2 = 4$$

- الحادثة : مجموعة جزئية من التجربة العشوائية
  - احتمالها .....

$$P_{(\text{حادثة})} = \frac{\text{عدد نواتج الحادثة}}{\text{عدد نواتج فضاء العينة}}$$

- لأي حادثة عشوائية X : $0 \leq P(X) \leq 1$

مثـال : ألقي مكعب مرقم من 1 إلى 6 "مكعب نرد" مرة واحدة ، ما احتمال ظهور عدد فردي؟

الحـــل :

فضاء العينة = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$P_{(\text{ظهور عدد فردي})} = \frac{\text{عدد الأعداد الفردية}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$$

$$= \frac{3}{6}$$

$$= \frac{1}{2}$$

---

① في زيارة لمعرض سيارات وجدنا التالي :

أنواع السيارات	3	الألوان	4	الفئات	2

ما عدد الخيارات الممكنة لشراء سيارة واحدة من هذا المعرض ؟

A	7	B	9
C	12	D	24

② أراد أب السفر مع أحد أبنائه الستة ، وكانت المدن المقترحة (مكة – المينة – حائل) ، كم عدد النواتج الممكنة لاختياره؟

A	6	B	9
C	10	D	18

③ شخص لديه 3 جيوب في قميصه ، ويملك 4 قطع معدنية مختلفة ، بكم طريقة يمكن أن يضع القطع المعدنية في جيوبه ؟

A	4	B	9
C	12	D	81

④ عدد عناصر فضاء العينة في تجربة إلقاء قطعة نقد ومكعب مرقم معا .....

A	2	B	4
C	6	D	12

⑤ ما عدد عناصر فضاء العينة لتجربة سحب بطاقتين "على التوالي" مع الإحلال من مجموعة بطاقات مرقمة من 1 إلى 8 ؟

A	36	B	45
C	64	D	80

⑥ صندوق يحوى 3 كرات بيضاء ، و 5 سوداء ، 7 حمراء ، فإذت سُحبت كرة واحدة عشوائيًا ، فما احتمال أن تكون بيضاء ؟ عمّا بأنها ليست حمراء ؟

A	$\frac{3}{15}$	B	$\frac{3}{8}$
C	$\frac{3}{7}$	D	1

⑦ يحتوى رف مكتبة على كتب في مجالات مختلفة كما في الجدول التالي :

المجال	دين	تاريخ	علوم	رياضيات
العدد	5	3	3	4

إذا اختير كتاب عشوائيًا ، فما احتمال أن يكون كتاب رياضيات ؟ علمًا بأنه ليس كتاب تاريخ

A	$\frac{4}{5}$	B	$\frac{3}{4}$
C	$\frac{1}{3}$	D	$\frac{3}{15}$

التجربة العشوائية والاحتمال

- مضروب العدد n : هو ضرب العدد n في جميع الأعداد التى قبله وصولًا إلى 1 ، ويرمز له بالرمز $n!$ .....

$$n! = n \times (n-1) \times \dots \times 2 \times 1$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

- قانون التبديل : يستعمل لإيجاد عدد نواتج حادثة عددها r عنصر من عناصر عددها n عندما يكون الترتيب مهما .....

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

عدد العناصر ، عدد مرات التكرار

- طريقة لحساب التباديل ذهنيًا : نحسب $_5P_3$ كالتالي : نضرب 3 أعداد صحيحة متتالية مرتبة تنازليًا بداية من 5 .

$$_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 20 \times 3 = 60$$

التباديل مع التكرار والتباديل الدائرية

- التباديل مع التكرار لعناصر عددها n يتكرر منها عنصر r_1 من المرات ، وآخر r_2 من المرات .....

$$\text{عدد التباديل مع التكرار} = \frac{n!}{r_1!\,,r_2!\,,\dots r_k!}$$

- التباديل الدائرية : إذا رتبنا عناصر عددها n على دائرة فإن الترتيب له حالتان .....

بنقطة مرجعية ثابتة	بدون نقطة مرجعية ثابتة
بالدائرة علامة مميزة "كنافذة بجوار أحد المقاعد" تحدد بداية ترتيب المقاعد حولها عدد تباديلها $n!$	الدائرة بدون علامة مميزة تحدد بداية التترتيب ، فلا يعد تحرك العناصر حول الدائرة بنفس ترتيبها تبديلًا جديدًا عدد تباديلها $(n-1)!$

مثال : خمسة أشخاص يجلسون حول طاولة دائرية ، بكم طريقة يمكن التبديل بينهم ؟

Ⓐ 12 Ⓑ 24 Ⓒ 36 Ⓓ 48

الحـل : التبديل دائرى بدون نقطة مرجع ثابتة ...

$$(5-1)! = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

⑧ إذا كان $n! = 120$ فإن $(n-1)!$ يساوي ...

A	24	B	25
C	50	D	60

⑨ إذا كان $_8P_3 = x(_7P_2)$ فما قيمة x ؟

A	8	B	7
C	6	D	5

⑩ إذا كان $_nP_2 = 56$ فإن قيمة n^2 تساوي ...

A	8	B	16
C	49	D	64

⑪ كم عدد الصور التى يمكن التقاطها لـ 4 أشخاص من بين 6 أشخاص؟

A	4	B	6
C	24	D	360

⑫ إذا اشترى صالح حقيبة بها قفل رقمي يفتح باستعمال 3 أرقام من 0 إلى 9 ، غبكم طريقة يمكنه اختيار أرقام القفل بحيث يستعمل الرقم مرة واحدة فقط ؟

A	448	B	504
C	648	D	720

⑬ إذا تم اختيار تبديل عشوائي للأحرف "أ ، م ، ل ، م ، أ ، د" ، فما احتمال أن تكون كلمة "دمام" ؟

A	$\frac{1}{180}$	B	$\frac{1}{720}$
C	$\frac{1}{3}$	D	$\frac{2}{3}$

⑭ ستة أصدقاء يجلسون حول طاولة ، بكم طريقة يمكنهم الجلوس ؟

A	4	B	6
C	24	D	120

⑮ محل يملك 5 أنواع من أحمر الشفاة ، بكم طريقة يمكن ترتيبها بشكل دائرى؟

A	5	B	24
C	25	D	120

⑯ فريق مكون من خمسة لاعبين ، بكم طريقة يمكنهم الجلوس حول طاولة دائرية بشرط أن يكون الكابتن بجانب النافذه ؟

A	5	B	24
C	120	D	450

التـوافيــق

- قانون التوافيق : يستعمل لإيجاد عدد نواتج حادثة عددها r عنصر من عناصر عددها n عندما يكون الترتيب غير مهم ....

$$_nC_r = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

عدد العناصر ، عدد مرات التكرار

- طريقة لحساب التوافيق ذهنيا : نُوجد $_7C_3$ كالتالى :
في البسط نضرب 3 أعداد صحيحة متتالية مرتبة تنازليا بداية من العدد 7 ، وفي المقام نضرب العدد 3 في الأعداد السابقة له وصولا إلى العدد 1

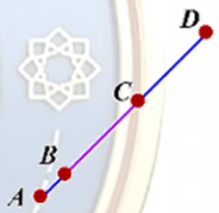
$$_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 35$$

  - مثـال توضيحي : لإيجاد عدد نواتج حادثة اختيار 3 فساتين من 5 فساتين .....

$$_5C_3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

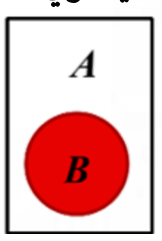
الاحتمـال الهنـدسـي

- الاحتمال والأطوال : إذا احتوت $\overline{AD}$ قطعة أخرى $\overline{BC}$ ، واخترنا نقطة على $\overline{AD}$ عشوائيًا ، فإن احتمال أن تقع النقطة على $\overline{BC}$ يساوى .....



$$\frac{\text{طول } \overline{BC}}{\text{طول } \overline{AD}}$$

- الاحتمال والمساحة : إذا احتوت المنطقة A منطقة أخرى B ، واخترنا نقطة من المنطقة A عشوائيًا فإن احتمال أن تقع النقطة في المنطقة B يساوي .....



$$\frac{\text{مساحة المنطقة } B(\text{الدائرة})}{\text{مساحة المنطقة } A(\text{مستطيل})}$$

الحـوادث المستقلة والغير مستقلة

- الحادثتان المستقلتان : وقوع إحداهما لا يؤثر على الأخرى ، مثل : إلقاء قطعة نقد ومكعب مرقم ، السحب مع الإرجاع.
- احتمال وقوع حادثتين مستقلتين معا : يساوي حاصل ضرب احتمالي الحادثتين .....

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

احتمال وقوع A ، احتمال وقوع B

---

⑰ يراد اختيار طالبين من بين 20 طالبًا ، ما احتمال أن يكونا عمر ومصعب ؟

A	$\frac{2}{190}$	B	$\frac{1}{10}$
C	$\frac{1}{380}$	D	$\frac{1}{190}$

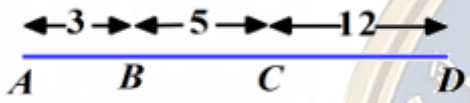
⑱ صندوق يحوي 6 كرات خضراء و 5 صفراء ، فإذا سحبت 4 كرات عشوائيًا ، فما احتمال أن تكون 3 كرات خضراء وكرة واحدة صفراء ؟

A	$\frac{4}{11}$	B	$\frac{11}{33}$
C	$\frac{10}{33}$	D	$\frac{4}{33}$

⑲ تصنع سارة يوميا 5 تنانير و 3 قمصان ، فإذا اخترنا 4 قطع عشوائيا مما تنتجه فى أحد الأيام ، فما احتمال اختيار تنورتين وقميصين ؟

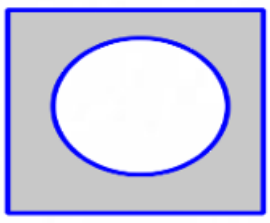
A	$\frac{1}{7}$	B	$\frac{3}{7}$
C	$\frac{4}{7}$	D	$\frac{6}{7}$

⑳ في أحد القصور 4 أعمدة كما في الشكل ، وأردنا وضع طاولة طعام ، ما احتمال أن تكون الطاولة بين العمودين B , D ؟



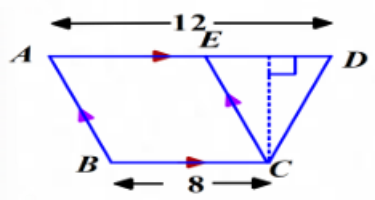
A	85 %	B	60 %
C	40 %	D	25 %

㉑ مربع مساحته $9\ cm^2$ بداخله دائرة مساحتها $3\ cm^2$ ، فإذا أختيرت نقطة عشوائيًا ، فما احتمال أن تقع بداخل الجزء المظلل ؟



A	$\frac{1}{9}$	B	$\frac{1}{3}$
C	$\frac{2}{3}$	D	1

㉒ في الشكل إذا اختيرت نقطة عشوائيًا داخل شبه منحرف ABCD ، فما احتمال أن تقع داخل متوازي الأضلاع ABCE ؟



A	20 %	B	40 %
C	60 %	D	80 %

㉓ في تجربة إلقاء مكعب مرقم من 1 إلى 6 وقطعة نقود معا ، ما احتمال ظهور عدد زوجي على المكعب وكتابة على قطعة النقود ؟

A	$\frac{1}{4}$	B	$\frac{1}{3}$
C	$\frac{1}{2}$	D	1

تتمة الحـوادث المستقلة والغير مستقلة

- الحادثتان غير المستقلتين : وقوع إحداهما يؤثر على الأخرى ، مثل : السحب دون إرجاع.
- احتمال وقوع حادثتين غير مستقلتين .....

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$$

احتمال وقوع B بشرط وقوع A أولًا

مثـال : صندوق به كرتين حمراوين و 3 زرقاء ، فإذا سحبت كرة زرقاء بدون إرجاع ، فما احتمال سحب كرة زرقاء ثانية؟

Ⓐ 0.3 Ⓑ 0.5

Ⓒ 0.7 Ⓓ 0.8

الحـل : السحب بدون إرجاع ، ومنه فإن عدد الكرات الكلية في المرة الثانية 4 كرات ، وعدد الكرات الزرقاء كرتين .

$$P(\text{سحب كرة زرقاء في المرة الثانية}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$$

- الاحتمال المشروط : يوضع به شرط يختزل فضاء العينة ، فلأي حادثتين A , B غير مستقلتين يكون احتمال وقوع الحادثة B بشرط وقوع A أولا يعطى من العلاقة ..

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \ , P(A) \neq 0$$

مثـال : عند رمي مكعبين متمايزين مرقمين في الوقت نفسه ، ما احتمال أن يظهر العدد 4 على أحدهما مع كون مجموع العددين على الوجهين الظاهرين 9 ؟

Ⓐ $\frac{1}{6}$ Ⓑ $\frac{1}{4}$

Ⓒ $\frac{1}{3}$ Ⓓ $\frac{1}{2}$

الحـل : فضاء العينة كون مجموع العددين الظاهرين 9 ..

فضاء العينة = $\{(3,6),(5,4),(4,5),(6,3)\}$

الاحتمال المطلوب = $\frac{\text{عدد أزواج ظهور العدد } 4}{\text{عدد أزواج فضاء العينة}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

الجـداول التوافقيـة

- تستخدم لتوضيح مفهوم الاحتمال المشروط ، فمثلا : احتمال وقوع العنصر في A شرط وقوعه في C أولا يساوى .....

C	D	
ω	β	A
Δ	$\propto$	B

$$P(A/C) = \frac{\omega}{\omega + \Delta}$$

㉔ صندوق يحوي 4 كرات صفراء و 5 حمراء ، وسحبت كرتان على التوالي دون إرجاع ، ما احتمال أن تكون الكرة الثانية صفراء إذا كانت الأولى حمراء؟

A	$\frac{1}{4}$	B	$\frac{4}{9}$
C	$\frac{1}{2}$	D	$\frac{5}{9}$

㉕ لدى شخص 5 أقلام زرقاء و 3 أقلام حمراء وقلمان خضراوان ، وسحب 3 أقلام على التوالي ، ما احتمال أن يظهر قلم أزرق أولا وأحمر ثانيا وأخضر ثالثًا ؟

A	$\frac{1}{24}$	B	$\frac{1}{10}$
C	$\frac{1}{3}$	D	0

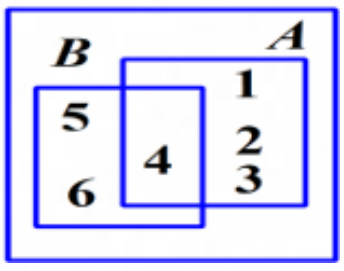
㉖ صندوق يحوي 10 تفاحات ، وكان 3 منها فاسدة ، فإذا سحبت تفاحة بدون إرجاع ، ثم سحبت أخرى ، فما احتمال أن تكون التفاحتان صالحتان ؟

A	$\frac{3}{23}$	B	$\frac{3}{10}$
C	$\frac{7}{15}$	D	$\frac{1}{2}$

㉗ إذا ألقي مكعب مرقم مرتين متتاليتين ، وبملاحظة الوجه العلوي في كل مرة ، فما احتمال ظهور العدد 5 على أحدهما إذا كان مجموع العددين 9 ؟

A	$\frac{1}{2}$	B	$\frac{1}{9}$
C	$\frac{4}{9}$	D	$\frac{5}{9}$

㉘ يبين الشكل نتيجة رمي مكعب مرقم من 1 إلى 6 ، ما قيمة $P(A \backslash B)$ ؟



A	1	B	$\frac{1}{2}$
C	$\frac{1}{3}$	D	$\frac{1}{4}$

㉙ يبين الجدول التالي عدد الطلاب المشاركين وغير المشاركين في مسابقة القرآن الكريم في المرحلة الابتدائية ، فإذا اختير طالب عشوائيا ، فما احتمال أن يكون مشاركًا ؟ علمًا بأنه في الصف الثالث

	الصف الثاني	الصف الثالث
مشارك	30	40
غير مشارك	50	80

A	$\frac{3}{5}$	B	$\frac{2}{5}$
C	$\frac{1}{3}$	D	$\frac{1}{5}$

الجـداول التوافقيـة

- الحادثتان المتنافيتان : حادثتان لا توجد عناصر مشتركة بينهما ، مثل : اختيار عشوائي من $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ والحصول على عدد زوجي أو عدد فردي .
- احتمال وقوع حادثتين متنافيتين A , B ....

$$P(A \text{ أو } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

- الحادثتان غير المتنافيتين : حادثتان توجد عناصر مشتركة بينهما ، مثل : ظهور عدد أكبر من 3 أو عدد فردي على الوجه الظاهر لمكعب مرقم .
- احتمال وقوع حادثتين غير متنافيتين A , B ....

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

احتمـال الحـادثة المتممة

- يوجد فرصتان لأى حادثة إما وقوعها أو عدمه ، وتسمى الفرصتان حادثتين متتامتين ومجموعهما 1 .

$$P(\text{وقوع الحادثة}) = 1 - P(\text{عدم وقوع حادثة})$$

احتمـال الحـادثة المتممة

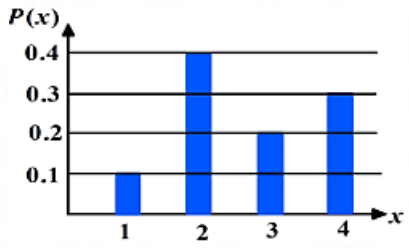
الدراسة التجريبية	إجراء تعديل متعمد على عينة وملاحظة استجاباتها
الدراسة بالملاحظة	ملاحظة العينة دون أي محاولة للتأثير في النتائج
الدراسة المسحية	جمع بيانات أو استفتاء عن العينة دون تعديل فيها

- هامش الخطأ : عند سحب عينة حجمها n من مجتمع كاي فإن .....

$$\text{هامش الخطأ} = \pm \frac{1}{\sqrt{n}}$$

---

(٣٠) يبين التظليل بالأعمدة في الشكل عدد الأيام الممطرة X في السنة في مدينة ما ، ما احتمال أن يكون عدد الأيام الممطرة 4 أيام أو 3 أيام ؟



A	0.3	B	0.5
C	0.7	D	0.8

(٣١) إذا رُمي نردان متمايزان مرة واحدة ، فما احتمال ظهور عددان زوجيان أو عددان مجموعهما 3 ؟

A	$\frac{11}{36}$	B	$\frac{1}{72}$
C	$\frac{7}{36}$	D	$\frac{18}{36}$

(٣٢) رمي مكعب مرقم من 1 إلى 6 ، ما احتمال ظهور عدد أقل من 3رأو عدد فردي على الوجه الظاهر ؟

A	$\frac{1}{3}$	B	$\frac{5}{6}$
C	$\frac{1}{2}$	D	$\frac{2}{3}$

(٣٣) إذا كان احتمال هطول المطر 75 % فإن احتمال عدم هطوله .....

A	10 %	B	25 %
C	60 %	D	80 %

(٣٤) ما الدراسة المستخدمة في معرفة ما إذا كان التدخين لمدة 10 سنين يؤثر في سعة الرئة أم لا ؟

A	دراسة تجريبية	B	دراسة مسحية
C	دراسة بالملاحظة	D	ارتباط

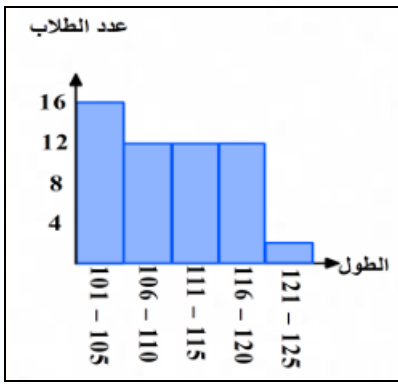
(٣٥) إذا أجريت دراسة مسحية على 10000 شخص ، وقال 47 % منهم إن الكبسة أكلتهم المفضلة ، فما هامش الخطأ ؟

A	± 0.2	B	± 0.002
C	± 0.01	D	± 0.0001

(٣٦) إذا أجريت دراسة مسحية على 625 شخصا ، وقال 47 % منهم إن القراءة مفيدة ، فإن نسبة أفراد المجتمع الذين قالوا إن القراءة مفيدة تتراوح .....

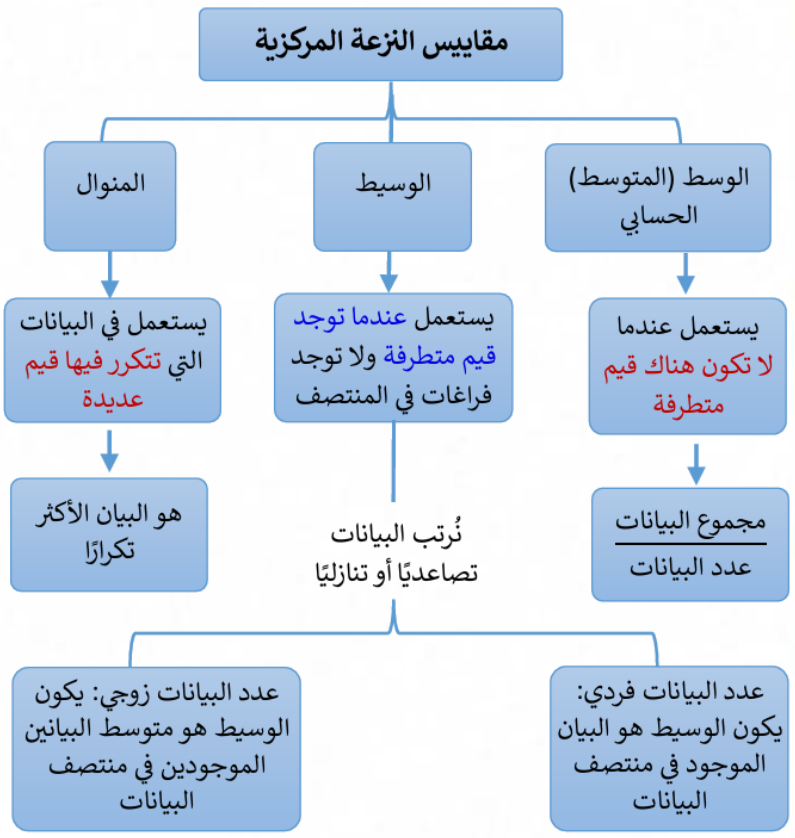
A	بين 43 % و 51 %	B	بين 44 % و 50 %
C	بين 40 % و 50 %	D	بين 45 % و 49 %

(٣٧) المدرج التكراري يمثل أطوال طلاب الصف الرابع فى إحدى المدارس ، ما النسبة المئوية لعدد الطلاب الذين تصل أطوالهم إلى 115 على الأكثر؟



A	22 %	B	48 %
C	52 %	D	74 %

احتمـال الحـادثة المتممـة



مقـاييـس التشتـت

- يقيس مدى تباعد مجموعـة البيانات من الوسط أو تقاربهـا ، ومنهـا .....
- التباين σ^2 .....

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-\mu)^2}{n}$$

الوسط للمجتمع و يُقرأ "ميو" ، عدد قيم المجتمع

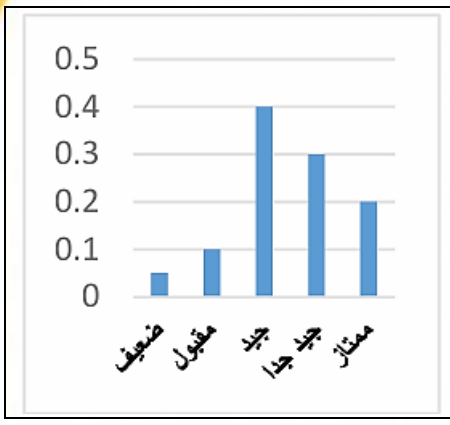
- الانحراف المعياري σ ...

$$\sigma^2 = \sqrt{\sigma^2} = \frac{\sum_{k=1}^{n}(x_k-\mu)^2}{n}$$

  - المدى : الفرق بين أكبر قيمة و أصغر قيمة .
- فائدة : يزيد الانحراف المعياري كلما زاد التباعد بين القيم ، و أيضا كلما زاد المدى والعكس صحيح .

---

(٣٨) التمثيل البياني يوضح التوزيع الاحتمالي لتقديرات طلاب الصف الثالث الثانوي في اختبار مادة الفيزياء ، فإذا اختير طالب عشوائيا ، فما احتمال ألا يزيد تقديره عن جيد ؟



A	0.40	B	0.45
C	0.55	D	0.85

(٣٩) أي التالي ليس من مقاييس النزعة المركزية ؟

A	الوسط الحسابي	B	الوسيط
C	المنوال	D	الانحراف المعياري

(٤٠) أي مقاييس النزعة المركزية يناسب البيانات التالية بشكل أفضل
45 , 53 , 42 , 75 , 47 , 52 , 46 , 15

A	الوسط الحسابي	B	الوسيط
C	التباين	D	المنوال

(٤١) أي مقاييس النزعة المركزية يناسب بيانات الجدول ؟

28	26	28	27	26	27
29	26	26	25	25	19
25	27	26	22	42	26
25	27	40	27	30	27

A	الانحراف المعياري	B	الوسيط
C	المتوسط	D	المنوال

(٤٢) إذا رصدت درجات الحرارة في فصل الشتاء بمنطقة خلال أسبوع فكانت على النحو التالي : 12 , 11 , 13 , 13 , 15 , 19 , 15 ، فما متوسط درجات الحرارة خلال الأسبوع؟

A	13	B	14
C	15	D	16

(٤٣) إذا كانت 100 , 61 , 57 , 82 , 93 , 68 درجات 6 طلاب في مادة الرياضيات ، فما وسيطها ؟

A	59	B	61
C	75	D	77

(٤٤) أي التالي ليس من مقاييس التشتت ؟

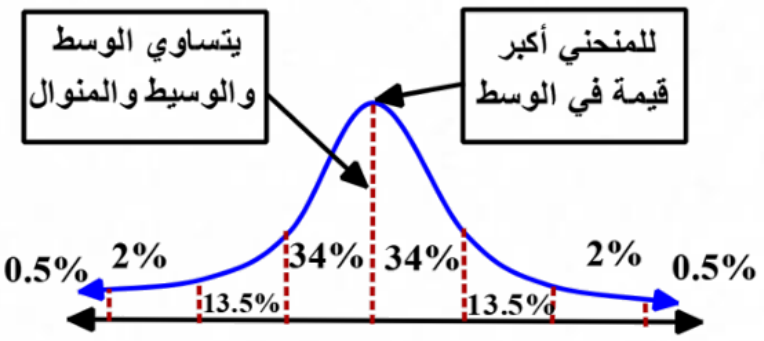
A	الوسط الحسابي	B	التباين
C	المدى	D	الانحراف المعياري

(٤٥) أي البيانات التالية له أكبر انحراف معياري؟

A	14 , 10 , 12 , 11 , 13 , 13	B	14 , 10 , 15 , 11 , 13 , 13
C	11 , 10 , 20 , 11 , 13 , 13	D	14 , 10 , 30 , 11 , 13 , 13

التـوزيـع الطبيعـي و التـوزيـع الملتـوي

- منحنى التوزيع الطبيعي يشبه الجرس ، والمساحة تحت المنحنى تساوي 1 .
- إذا كان لدينا توزيع طبيعي وسطه μ وانحرافه المعياري σ فإن بياناته ستتوزع كالتالي :



μ

$\mu \pm \sigma$

$\mu \pm 2\sigma$

$\mu \pm 3\sigma$

- يمكن للتوزيعات أن تظهر بأشكال أخرى تسمى "توزيعات ملتوية" ...

التواء سالب	التواء موجب
"ملتو إلى اليسار"  التوزيع مكثف في اليمين والذيل إلى اليسار	"ملتو إلى اليمين"  التوزيع مكثف في اليسار والذيل إلى اليمين

التـوزيـعات ذات الحــدين

- تجربة ذات الحدين : لها ناتجان فقط إما نجاح أو فشل.
- فائدة .....

$$p + q = 1$$

الوسط	$\mu = np$
التباين	$\sigma^2 = npq$
الانحرتف المعياري	$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{npq}$

٤٦	يتوزع عمر 10000 بطارية توزيعًا طبيعيًا بوسط 300 يوم ، وانحراف معياري 40 يوما ، كم بطارية يقع عمرها بين 340 و 260 يوما ؟		
A	6800	B	5000
C	3400	D	2500

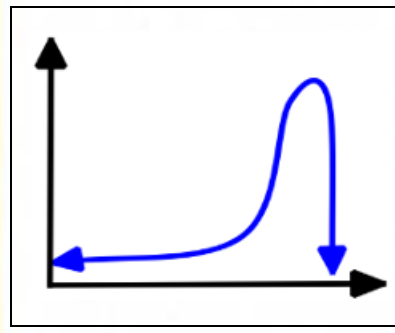
٤٧	مجموعة بيانات تتوزع توزيعًا طبيعيًا ، فإذا كان وسطها الحسابي 2 وانحرافها المعياري 1 ، فما نسبة أن يكون x أكبر من 3 ؟		
A	84 %	B	97 %
C	16 %	D	25 %

٤٨	مجموعة بيانات تتوزع توزيعًا طبيعيًا ، فإذا كان وسطها الحسابي 25 وانحرافها المعياري 2 ، فكم احتمال أن تكون قيمة تم اختيارها عشوائيا أقل من 27 ؟		
A	84 %	B	97 %
C	16 %	D	25 %

٤٩	مجموعة بيانات تتوزع توزيعا طبيعيا ، فإذا كان وسطها الحسابي 12 وانحرافها المعياري 2 ، فما قيمة $P(10 < x < 16)$ ؟		
A	81.5 %	B	68 %
C	47,5 %	D	40 %

٥٠	في توزيع طبيعي لمجموعة طلاب ، إذا كانت درجات 99 % منهم تتراوح بين 13 و 49 ، فما قيمة الانحراف المعياري؟		
A	6	B	10
C	18	D	31

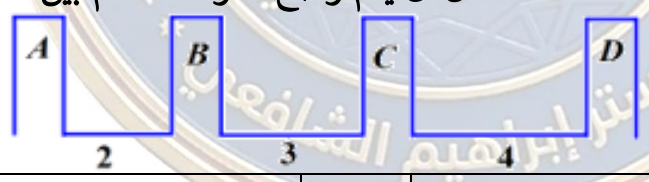
٥١	إذا أجريت إحصائية لطالبات مدرسة ، وكان 95 % من الطالبات تتراوح أوزانهن بين 52 kg و 68 kg ، فما قيمة الوسط الحسابي ؟		
A	59	B	60
C	61	D	65

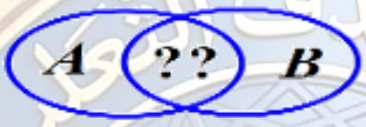
٥٢	ما الوصف للتمثيل البياني ؟ 		
A	ذو التواء موجب	B	ذو التواء سالب
C	يمثل توزيعا طبيعيا	D	يمثل توزيعا متماثلا

٥٣	في تجربة ذات حدين كان احتمال النجاح 35 % ، وعدد المحاولات 4 ، إن الوسط يساوي		
A	1.3	B	1.4
C	1.5	D	1.6

٥٤	في حادثة ذات حدين كان عدد المحاولات 20 ، وكان الوسط 12 ، ما قيمة الانحراف المعياري ؟		
A	$\sqrt{4.8}$	B	1.2
C	$\sqrt{1.2}$	D	4.8

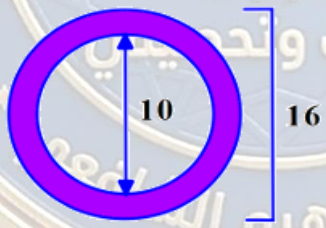
تجميعات إضافية على الدرس التـــاســـع

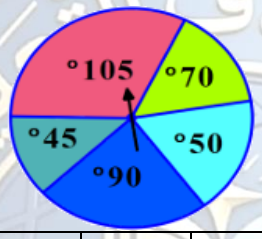
٥٥	أراد أحمد أن يشترى ثوب فكانت الخيارات لديه أن يشترى ثوب بـ 3 ألوان أو 4 أشكال أو طولين ، كم خيار لدى أحمد؟						
(A)	90	(B)	50	(C)	24	(D)	9
٥٦	ذهبت إلى متجر وكانت عدد الأحذية 3 والساعات 4 والشنط 5 فأوجد الاحتمالات الممكنة لشراء طقم حذاء وشنطة وساعة ؟						
(A)	12	(B)	54	(C)	60	(D)	40
٥٧	مكتبة يوجد بها 11 قلم 5 أقلام جافة و 6 سائلة ، فما عدد البدائل الممكنة لأخذ قلم جاف وقلمين سائل ؟						
(A)	60	(B)	75	(C)	120	(D)	150
٥٨	إذا تم اختيار تبديل عشوائيًا من بين 10 أشخاص ، فما احتمال اختيار طارق أولا ثم سليم ثانيًا؟						
(A)	$\frac{2}{25}$	(B)	$\frac{1}{42}$	(C)	$\frac{1}{45}$	(D)	$\frac{1}{90}$
٥٩	في الشكل الآتى احتمال وقوع نقطة على المستقيم BC ؟ 						
(A)	$\frac{1}{3}$	(B)	$\frac{2}{9}$	(C)	$\frac{1}{5}$	(D)	$\frac{1}{6}$
٦٠	في أحد القصور أردت وضع طاولة طعام بين الأعمدة ، ما احتمال أن يتم وضع طاولة الطعام بين العمودين D و B ؟ 						
(A)	60 %	(B)	45 %	(C)	85 %	(D)	75 %
٦١	مثلث محيطه 9 سم ، ما احتمال أن يكون متطابق الأضلاع بشرط أن تكون الأضلاع أطوالها أرقام صحيحة ؟						
(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{1}{4}$	(C)	$\frac{1}{3}$	(D)	$\frac{1}{9}$
٦٢	ما احتمال أن تنجب عائلة صبي في 3 مرات ولادة متتالية ؟						
(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{1}{6}$	(C)	$\frac{1}{8}$	(D)	$\frac{1}{12}$
٦٣	رجل عنده 6 ذكور ، فما احتمال أن ينجب ذكر أخر ؟						
(A)	50 %	(B)	100 %	(C)	25 %	(D)	40 %

٦٤	صندوق به كرتان حمراء وثلاث كرات زرقاء سحبت كرة زرقاء بدون إرجاع ، ما احتمال سحب كرة ثانية زرقاء ؟						
(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{2}{5}$	(C)	$\frac{2}{6}$	(D)	1
٦٥	حقيبة تحوى 3 أقلام حمراء و 4 أقلام زرقاء ، سحب منها قلمان عشوائيًا ، ما احتمال أن يكون القلمان مختلفان في اللون ؟						
(A)	$\frac{4}{7}$	(B)	$\frac{7}{12}$	(C)	$\frac{2}{7}$	(D)	$\frac{1}{12}$
٦٦	صندوق يحتوى 12 كرات بيضاء و 8 كرات زرقاء و 4 كرات صفراء فإذا سحبت كرة واحدة عشوائيًا ، فما احتمال أن تكون صفراء ؟ علما بأنها ليست زرقاء						
(A)	$\frac{2}{3}$	(B)	$\frac{1}{2}$	(C)	$\frac{1}{4}$	(D)	$\frac{1}{6}$
٦٧	يوجد في كيس 35 كرة منها 5 صفراء و 8 زرقاء ، كم احتمالية سحب كرة صفراء ، علماأن الكرة التى سحبت ليست زرقاء؟						
(A)	$\frac{5}{35}$	(B)	$\frac{8}{27}$	(C)	$\frac{5}{27}$	(D)	1
٦٨	ماذا تمثل إشارة الاستفهام؟ 						
(A)	$A \cap B$	(B)	$A \cup B$	(C)	A	(D)	B
٦٩	إذا كان B و A حادثان مستقلان : $A = 0.5 \ , \ B = \frac{2}{3}$ $(A \cap B) = ?$						
(A)	$\frac{1}{6}$	(B)	$\frac{1}{5}$	(C)	$\frac{1}{3}$	(D)	$\frac{1}{25}$
٧٠	إذا كانت $A \ , B$ حادثتين مستقلتين بحيث أن : $P(A)\frac{1}{5} \ , P(B) = \frac{1}{5}$ فإن $P(A \cap B)$ يساوي						
(A)	$\frac{1}{5}$	(B)	$\frac{2}{5}$	(C)	$\frac{1}{25}$	(D)	$\frac{2}{25}$
٧١	ما احتمال الذين تدربوا وربحوا ؟						

	تدرب	لم يتدرب
ربح	12	8
خسر	3	9

(A)	$\frac{4}{8}$	(B)	$\frac{2}{5}$	(C)	$\frac{2}{6}$	(D)	$\frac{3}{8}$
٧٢	ما احتمال ظهور عدد زوجي على المكعب وكتابة على قطعة النقود؟						
(A)	$\frac{1}{4}$	(B)	$\frac{1}{3}$	(C)	$\frac{1}{2}$	(D)	1

٧٣	عند رمي مكعبي أرقام مرقمين 1 – 6 ما احتمال ظهور الرقم 5 إذا كان مجموع الوجهين الظاهرين 9 ؟						
(A)	1	(B)	$\frac{1}{4}$	(C)	$\frac{1}{2}$	(D)	$\frac{2}{5}$
٧٤	عند رمي مكعب وقطعة نقود فإن احتمال ظهور عدد أكبر من 4 وظهور الشعار هو ؟						
(A)	$\frac{1}{4}$	(B)	$\frac{1}{6}$	(C)	$\frac{1}{8}$	(D)	$\frac{2}{6}$
٧٥	مكعب مرقم من 1 إلى 6 ، رمي أول تسع مرات كانت كل الحوادث ظهور عدد زوجي ، ما احتمال بالمرة العاشرة ظهور عدد فردي؟						
(A)	$\frac{1}{9}$	(B)	$\frac{1}{3}$	(C)	$\frac{1}{18}$	(D)	$\frac{1}{2}$
٧٦	مكعبان متمايزان رميا مرة مرة واحدة ، ما عدد إحتمالات ظهور عددين مجموعهما 3 ؟						
(A)	$\frac{7}{36}$	(B)	$\frac{18}{36}$	(C)	$\frac{2}{36}$	(D)	$\frac{3}{36}$
٧٧	في دراسة مسحية شملت 10000 شخص أفاد 20 % منهم أن الكبسة هي أكلتهم المفضلة ، ما هامش خطأ المعاينة ؟						
(A)	± 0.2	(B)	± 0.002	(C)	± 0.0001	(D)	± 0.01
٧٨	إذا كان احتمال إصابة الهدف $\frac{2}{7}$ فإن احتمال عدم إصابته يكون :						
(A)	$\frac{5}{7}$	(B)	$\frac{2}{7}$	(C)	$\frac{7}{2}$	(D)	1
٧٩	ما احتمال أن تقع نقطة بالجزء المظلل؟ 						
(A)	$\frac{39\pi}{64\pi}$	(B)	$\frac{64\pi}{39\pi}$	(C)	$\frac{1\pi}{4\pi}$	(D)	$\frac{1\pi}{3\pi}$
٨٠	أوجد الوسيط لطلاب معدلاتهم : 51 , 100 , 68 , 93 , 61 , 82						
(A)	75	(B)	100	(C)	150	(D)	50
٨١	عندما يوجد بالبيانات قيم متطرفة فإن القياس الأفضل هو :						
(A)	الوسط	(B)	الوسيط	(C)	المنوال	(D)	الانحراف المعياري
٨٢	احسب المتوسط الحسابي لخمسة أعداد وسيطهم 12 والمنوال 14.5						
(A)	10	(B)	12	(C)	8	(D)	5

٨٣	أي مقاييس النزعة المركزية يستعمل عندما لا تكون هناك قيم متطرفة .						
(A)	الوسيط	(B)	المتوسط الحسابي	(C)	المنوال	(D)	المدى
٨٤	صندوق به كرتان حمراء وثلاث كرات زرقاء سحبت كرة زرقاء بدون إرجاع ، ما احتمال سحب كرة ثانية ؟						
(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{2}{5}$	(C)	$\frac{2}{6}$	(D)	1
٨٥	ثلاث عدائين A و B و C يتسابقون في مضمار ، إذا كانت احتمالية فوز المتسابق A نصف احتمالية فوز المتسابق B و احتمالية فوز المتسابق B مثلي احتمالية فوز المتسابق C ، فما احتمالية فوز B ؟						
(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{1}{4}$	(C)	$\frac{4}{7}$	(D)	$\frac{2}{7}$
٨٦	في القرص ذي المؤشر الدوار المقسم إلى 16 قطاعا متطابقا ، ومرقمة بالأعداد $16 - 1$ ، ما احتمال استقرار المؤشر على عدد فردي ، إذا علم أنه استقر على عدد أكبر من 3 ؟						
(A)	$\frac{13}{16}$	(B)	$\frac{8}{16}$	(C)	$\frac{6}{13}$	(D)	$\frac{6}{16}$
٨٧	ما احتمال استقرار المؤشر في الشكل على اللون الأزرق ؟ 						
(A)	$\frac{1}{4}$	(B)	$\frac{3}{4}$	(C)	$\frac{1}{2}$	(D)	$\frac{1}{3}$
٨٨	يتوزع عمر 6000 بطارية توزيعاطبيعيا بوسط 120 يوم فإذا كان الانحراف المعياري 30 يوما ، فكم بطارية يقع عمرها بين $90 - 150$ يوما ؟						
(A)	3008	(B)	3580	(C)	4000	(D)	4080
٨٩	في اختبار مادة الرياضيات للشعبتين A , B كان المتوسط الحسابي لدرجات الطلاب 80 درجة و الانحراف المعياري لشعبة A هو 25.7 ، الانحراف المعياري لشعبة B هو 4.6 ، أي مما يلي يعتبر التحليل الاحصائي الصحيح للمعلومات في المسابقة ؟						
(A)	قدرات الطلاب في شعبة B أكثر تجانسا وقريبة من بعضها	(B)	شعبة B تضم طلابا متفوقين جدا وطلابا دون المتوسط بكثرة				
(C)	شعبة A تضم طلابا متوسطي القدرات بكثرة	(D)	قدرات الطلاب في شعبة A أكثر تجانسا وقريبة من بعضها				
٩٠	إذا أردنا إجراء دراسة عن مدى وعي الناس بأهمية التطوع ، على من نجري الدراسة؟						
(A)	طلاب وطالبات الجامعة	(B)	طلاب الدراسات الأدبية				
(C)	طلاب مجال الثقيف الصحي	(D)	رجال الأعمال المتطوعين				
٩١	أستاذ رياضيات يريد أن يقوم بعمل مجموعة للرياضيات ، فما هو السؤال الذي يسأله للطلاب بدون ما يحدث تحيز؟						
(A)	ما المادة التى تريدون المشاركة فيها	(B)	من يريد أن يدخل مجموعة الرياضيات				
(C)	ما هي مادتكم المفضلة رياضيات أم علوم	(D)	هل تحب مادة الرياضيات؟				

①	D	⑪	D	㉑	D	㉛	C	㊶	A	㊻	C	㊵	B	㊺	C	㊿	B	⑥①	C	⑨①	A
②	D	⑫	D	㉒	D	㉜	D	㊷	D	㊼	D	㊶	B	㊻	D	㊿①	C	⑥②	A	⑨②	A
③	D	⑬	A	㉓	A	㉝	A	㊸	B	㊽	B	㊷	B	㊼	A	㊿②	C	⑥③	A	⑨③	C
④	D	⑭	D	㉔	D	㉞	C	㊹	C	㊾	A	㊸	A	㊽	C	㊿③	B	⑥④	A	⑨④	A
⑤	C	⑮	B	㉕	A	㉟	C	㊺	A	㊿	D	㊹	C	㊾	C	㊿④	D	⑥⑤	A	⑨⑤	A
⑥	B	⑯	B	㉖	C	㊱	A	㊻	A	㊿①	C	㊺	A	㊿	C	㊿⑤	D	⑥⑥	A	⑨⑥	C
⑦	C	⑰	D	㉗	A	㊲	D	㊼	D	㊿②	C	㊻	A	㊿①	C	㊿⑥	D	⑥⑦	C	⑨⑦	A
⑧	A	⑱	C	㉘	C	㊳	C	㊽	C	㊿③	A	㊼	A	㊿②	D	㊿⑦	A	⑥⑧	A	⑨⑧	D
⑨	A	⑲	B	㉙	C	㊴	D	㊾	D	㊿④	A	㊽	A	㊿③	A	㊿⑧	A	⑥⑨	A	⑨⑨	A
⑩	D	⑳	A	㉚	B	㊵	B	㊿	B	㊿⑤	A	㊾	C	㊿④	A	㊿⑨	A	⑦⑩	A	⑨⑩	A

10) حساب المثلثات

القياس الستيني والدائري للزوايا

$\frac{180°}{\pi}\times$ (قياس ستيني ⇄ قياس دائري) $\times\frac{\pi}{180°}$

- القياس الستيني وحدته الدرجة ، القياس الدائري وحدته الراديان .
- تحويل زواياه مشهورة .....

القياس الستيني	90°	180°	360°
القياس الدائري	$\frac{\pi}{2}$	π	2π

- فائدة : دورة الأرض دورة كاملة "كل 24 ساعة" تعادل $360°$ أي ما يعادل $15°$ كل ساعة .

الدوال المثلثية في المثلث قائم الزاوية



sin تعني جيب cos تعني جيب تمام tan تعني ظل

$\csc\theta=\frac{1}{\sin\theta}=\frac{\text{الوتر}}{\text{المقابل}}$	$\sin\theta=\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$
$\sec\theta=\frac{1}{\cos\theta}=\frac{\text{الوتر}}{\text{المجاور}}$	$\cos\theta=\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$
$\cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}=\frac{\text{المجاور}}{\text{المقابل}}$	$\tan\theta=\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

الدوال المثلثية للزوايا الخاصة

	0	$\frac{\pi}{5}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
	0°	30°	45°	60°	90°	180°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan\theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	غير معرف	0

① الزاوية $3\pi\ rad$ بالقياس الستيني تساوي .....

A	$720°$	B	$540°$
C	$360°$	D	$180°$

② دارت الأرض حول نفسها لمدة 6 ساعات ، فما قياس زاوية الدوران بالراديان ؟

A	2π	B	$\frac{\pi}{2}$
C	$\frac{\pi}{4}$	D	$\frac{\pi}{8}$

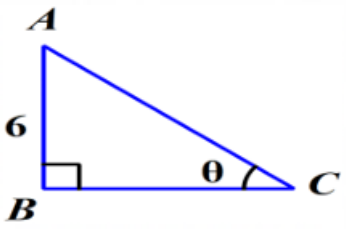
③ إذا كانت $\cos\theta=\frac{4}{5}$ حيث $0°<\theta<90°$ ، فإن قيمة $\sec\theta$ تساوي .....

A	$\frac{3}{4}$	B	$\frac{3}{5}$
C	$\frac{5}{3}$	D	$\frac{5}{4}$

④ إذا كانت $\sec\theta=\frac{13}{12}$ ، فما قيمة $\sec\theta$ ؟

A	$\frac{5}{13}$	B	$\frac{5}{12}$
C	$\frac{12}{5}$	D	$\frac{13}{5}$

⑤ إذا كانت مساحة المثلث في الشكل تساوي $27\ cm^2$ و $AB=6\ cm$ ، فما قيمة $\tan\theta$ ؟



A	$\frac{2}{3}$	B	$\frac{3}{4}$
C	$\frac{4}{3}$	D	$\frac{3}{2}$

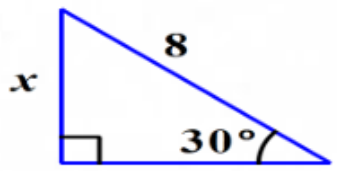
⑥ ما قيمة x التي تجعل $\cot x$ غير معرفة ؟

A	$0°$	B	$60°$
C	$90°$	D	$135°$

⑦ أي التالي يعد مثالا مضادا للعلاقة $\sin\theta+\cos\theta=1$ ؟

A	$0°$	B	$90°$
C	$180°$	D	$360°$

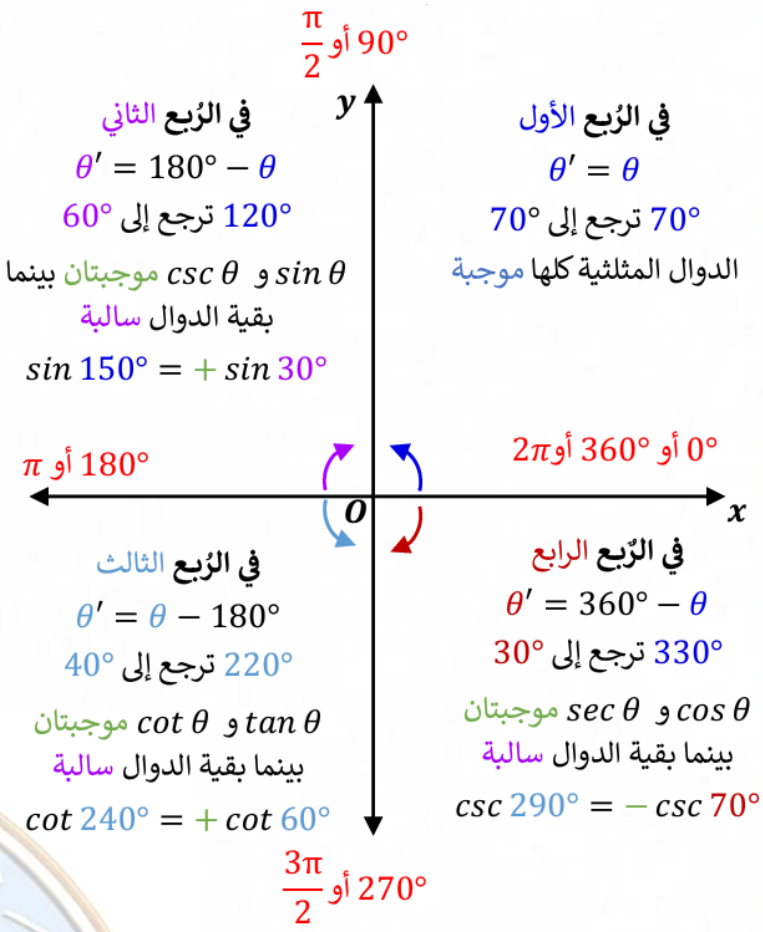
⑧ ما قيمة x في الشكل ؟



A	2	B	4
C	8	D	16

الـزاويــة المــرجعيــة

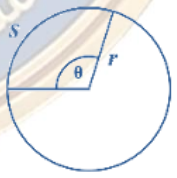
- الزاوية المرجعية $\grave{\theta}$ وإشارات الـدوال المثلثية.



- النسب المثلثية لزاوية θ تساوي النسب المثلثية لزاويتها المرجعية $\grave{\theta}$ بإشارة الربع الذي تقع فيه θ
- تنبيه .....

$$\cos(360° + \theta) = \cos\theta$$
$$\cos(2\pi + \theta) = \cos\theta$$

الـزاويــة المــرجعيــة



θ بالدرجات	θ بالراديان
$s = \frac{\theta}{360°} \cdot 2\pi r$	$s = r \times \theta$

طول القوس، نصف القطر

مــسـاحــة المثـلـث

- مساحة المثلث تساوي نصف حاصل ضرب طولي ضلعين في جيب الزاوية المحصورة بينهما .
- مثال توضيحي : نوجد مساحة المثلث كالتالي:



$$A = \frac{1}{2}(4)(6)\sin 45° = \frac{1}{2}(4)(6)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 6\sqrt{2}$$

---

⑨ أي الزوايا التالية يكون الجيب والظل له سالبين ؟

A	$65°$	B	$310°$
C	$120°$	D	$256°$

⑩ المقدار $\frac{\sin\theta}{\tan\theta}$ موجبا في الربعين .....

A	الأول والثاني	B	الثاني والثالث
C	الثالث والرابع	D	الأول والرابع

⑪ القيمة الدقيقة للدالة المثلثية $\sin 240°$ تساوي .....

A	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	B	$-\frac{1}{2}$
C	$\frac{1}{2}$	D	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

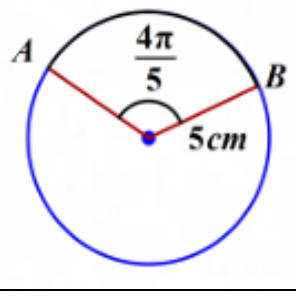
⑫ ما القيمة الدقيقة لـ $\cos 240°$ ؟

A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	B	$\frac{1}{2}$
C	$-\frac{1}{2}$	D	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

⑬ ما قيمة $\sin(-300°)$

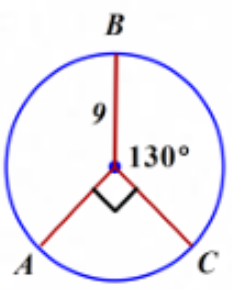
A	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	B	$\frac{1}{2}$
C	$-\frac{1}{2}$	D	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

⑭ ما طول $\overset{\frown}{AB}$ في الشكل ؟



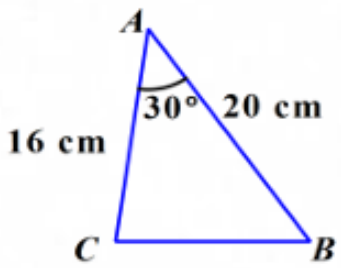
A	2π	B	3π
C	4π	D	5π

⑮ ما طول $\overset{\frown}{AB}$ في الشكل ؟



A	7π	B	9π
C	12π	D	13π

⑯ من الشكل ما مساحة المثلث ABC ؟

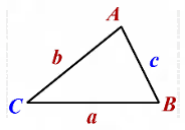


A	40	B	89
C	160	D	360

منصة الهدف التعليمية

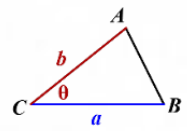
قـانـون الجيـوب و قـانـون جيوب التمام

- قانون الجيوب : $\frac{a}{\sin(A)} = \frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$



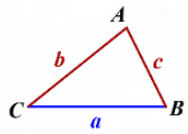
  - نستخدمه عند معرفة قياس زاويتين وطول ضلع في المثلث ، أو معرفة طولى ضلعين وقياس الزاوية المقابلة لأحدهما.
- قانـون جيـوب الـتمـام ...
  - بمعلومية طولي ضلعين وقياس الزاوية بينهما ....

$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ba\cos C$$



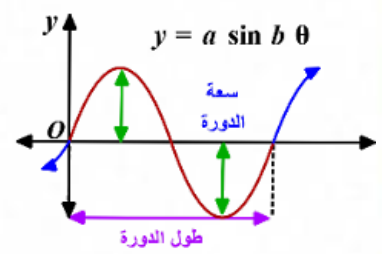
  - بمعلومية أطوال الأضلاع الثلاثة .....

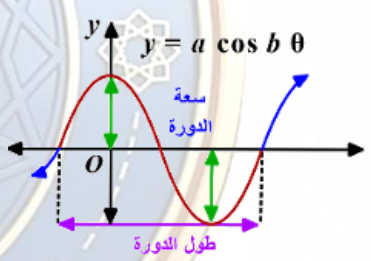
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2ab}$$



طـول الـدورة والسعـة للـدوال

- الدالة الدورية : يتم تمثيلها بمنحنى على شكل نمط يتكرر بانتظام.





الدالة	$a\sin b\,\theta$	$a\cos b\,\theta$	$a\tan b\,\theta$
طول دورتها	$\frac{360°}{\lvert b\rvert}$	$\frac{360°}{\lvert b\rvert}$	$\frac{180°}{\lvert b\rvert}$
سعتها	$\lvert a\rvert$	$\lvert a\rvert$	غير معرفة

طـول الـدورة والسعـة للـدوال

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \qquad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

مثـال : العبارة $\tan^2\theta\sin^2\theta$ تكافئ .....

Ⓐ $\sin^2\theta$ Ⓑ $\cos^2\theta$

Ⓒ $\tan^2\theta$ Ⓓ $\frac{\sin^4\theta}{\cos^2\theta}$

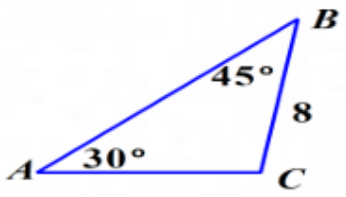
الحـل :

$$\tan^2\theta\sin^2\theta = \left(\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)^2 \times \sin^2\theta$$

$$= \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \times \frac{\sin^2\theta}{1} = \frac{\sin^2\theta \times \sin^2\theta}{\cos^2\theta \times 1} = \frac{\sin^4\theta}{\cos^2\theta}$$

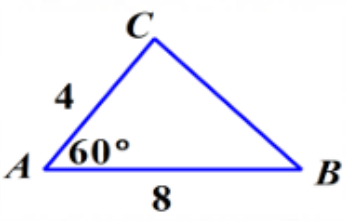
---

⑰ ما طول $\overline{AB}$ في الشكل ؟



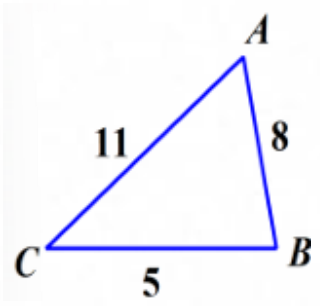
A	4	B	8
C	9	D	$8\sqrt{2}$

⑱ ما طول $\overline{BC}$ في الشكل ؟



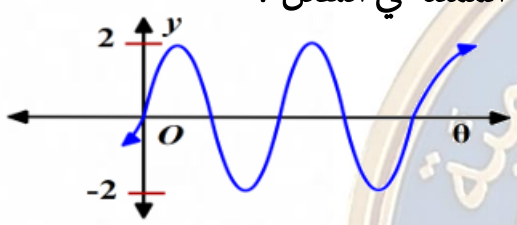
A	$\sqrt{7}$	B	$\sqrt{48}$
C	7	D	48

⑲ قيمة $\cos B$ من الشكل تساوي .....



A	$-\frac{3}{80}$	B	$-\frac{22}{80}$
C	$-\frac{32}{80}$	D	$-\frac{32}{80}$

⑳ أي التالي يعبر عن الدالة الممثلة في الشكل ؟



A	$y = 4\cos\theta$	B	$y = 4\sin\theta$
C	$y = 2\sin\theta$	D	$y = 2\cos\theta$

㉑ أوجد السعة وطول الدورة على الترتيب للدالة $y = 4\sin 5\theta$

A	$5\,,180°$	B	$4\,,50°$
C	$4\,,72°$	D	$5\,,90°$

㉒ أي الدوال المثلثية التالية سعته 3 وطول دورته $72°$ ؟

A	$y = 5\cos 3\theta$	B	$y = 5\sin 3\theta$
C	$y = 3\cos 5\theta$	D	$y = 3\tan 5\theta$

㉓ إذا كان طول دورة الدالة $f(x) = k\cos kx$ يساوي $\frac{\pi}{2}$ ، فإن سعتها تساوي ....

A	1	B	2
C	4	D	8

㉔ العبارة $\frac{\cos\theta}{\tan\theta \times \csc\theta}$ تكافئ .....

A	$\cos\theta$	B	$\sin\theta$
C	$\cos^2\theta$	D	$\sin^2\theta$

متطابقات فيثاغورث

$cos^2\theta + sin^2\theta = 1$

$1 + tan^2\theta = sec^2\theta$ ÷ $cos^2\theta$

$cot^2\theta + 1 = csc^2\theta$ ÷ $sin^2\theta$

- مثال 1 :

إذا كانت $270° < \theta < 360°$, $\cos\theta = \frac{1}{2}$ ،
فأوجد $\sin\theta$

Ⓐ $\frac{1}{2}$ Ⓑ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

Ⓒ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ Ⓓ $-\frac{1}{2}$

الحـل : بما أن $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ فإن ..

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \sin^2\theta = 1 \implies \frac{1}{4} + \sin^2\theta = 1$$

$$\sin^2\theta = 1 - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

بما أن $270° < \theta < 360°$ فإن $\sin\theta$ سالبة ،
ومنه فإن .....

$$\sin\theta = -\sqrt{\frac{3}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

- مثال 2 :

العبارة $\sec\theta\csc\theta\,(1 - \sin^2\theta)$ ، تكافئ....

Ⓐ $\tan\theta$ Ⓑ $\cot\theta$

Ⓒ $\cos\theta$ Ⓓ $\sin\theta$

الحـل : بما أن $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$ فإن ..

$$\sec\theta\csc\theta\,(1 - \sin^2\theta)$$
$$= \sec\theta\csc\theta\cos^2\theta$$
$$= \frac{1}{\cos\theta} \times \frac{1}{\sin\theta} \times \cos^2\theta$$
$$= \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \cot\theta$$

متطابقات فيثاغورث

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$$
$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$$
$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cot\theta$$

A

متطابقات الدوال الزوجية والفردية

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta$$
$$\cos(-\theta) = -\cos\theta$$
$$\tan(-\theta) = -\tan(\theta)$$

㉕ إذا كان $\sin\theta = -\frac{1}{3}$, $270° < \theta < 360°$ ، فما قيمة الدقيقة لـ $\cos\theta$ ؟			
A	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	B	$\frac{8}{9}$
C	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$	D	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

㉖ إذا كان $\sin\theta = -\frac{2}{3}$, $180° < \theta < 270°$ ، فما قيمة $\cos\theta$ ؟			
A	$-\frac{\sqrt{5}}{3}$	B	$\frac{-1}{3}$
C	$\frac{1}{3}$	D	$\frac{\sqrt{5}}{3}$

㉗ العبارة $(1 - \sin^2\theta)\cos^2\theta$ تكافئ			
A	$\sin^4\theta$	B	$\cos^4\theta$
C	$\tan^2\theta$	D	$\cot^2\theta$

㉘ ما قيمة $[\sin^2(\cot 75°)] + [\cos^2(\cot 75°)]$ ؟			
A	1	B	45
C	60	D	75

㉙ العبارة $(\sin\theta + \cos\theta)^2$ تكافئ			
A	$\cos^2\theta + \sin^2\theta$	B	$1 - \sin^2\theta$
C	$1 - \cos^2\theta$	D	$\sin^2\theta - \cos^2\theta$

㉚ العبارة $\csc^2\theta - \cot^2\theta$ تكافئ			
A	$\cos^2\theta + \sin^2\theta$	B	$1 - \sin^2\theta$
C	$1 - \cos^2\theta$	D	$\sin^2\theta - \cos^2\theta$

㉛ العبارة $\cot^2\theta\,(\tan^2\theta + \sin^2\theta)$ تكافئ			
A	$1 - \sin^2\theta$	B	$1 + \cos^2\theta$
C	$\cos^2\theta$	D	$\sin^2\theta$

㉜ العبارة $(1 - \cot^2\theta)\sin^2\theta$ تكافئ			
A	$\sin^2\theta - \cos^2\theta$	B	$\sin^2\theta\cos^2\theta$
C	$\tan^2\theta$	D	$\sec\theta$

㉝ العبارة $\tan\theta\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$			
A	$\sin\theta$	B	$\tan\theta$
C	$\cos\theta$	D	$\cot\theta$

متطـابـقـات فيثاغـورث

$$sin(A \pm B) = sin\,A\,cos\,B \pm cos\,A\,sin\,B$$
$$cos(A \pm B) = cos\,A\,cos\,B \pm sin\,A\,sin\,B$$
$$tan(A \pm B) = \frac{tan\,A \pm tan\,A}{1 \pm tan\,A\,tan\,B}$$

المتطـابـقـات المثلثية لضعف زاوية

$$sin\,2\theta = 2\,sin\,\theta\,cos\,\theta$$
$$cos\,2\theta = cos^2\,\theta - sin^2\,\theta$$
$$= 2\,cos^2\,\theta - 1$$
$$= 1 - 2\,sin^2\,\theta$$
$$tan\,2\theta = \frac{2\,tan\,\theta}{1 - tan^2\,\theta}$$

المتطـابـقـات المثلثية لنصف زاوية

$$sin\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-cos\,\theta}{2}}$$
$$cos\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+cos\,\theta}{2}}$$
$$tan\frac{\theta}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-cos\,\theta}{1+cos\,\theta}}$$

المتطـابـقـات المثلثية لنصف زاوية

- دالة الجيب العكسية $(Arc\ sin\,x = sin^{-1}\,x)$ تستخدم لإيجاد الزاوية بمعلومية جيبها ، وكذلك مع بقية الدوال المثلثية .
- مثال توضيحي ...

$$sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 30° \ , \ tan^{-1}\left(\sqrt{3}\right) = 60°$$

- تنبية $sin^{-1}(sin\,x) = x$ ، حيث $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$

㉞ ما قيمة $sin(60° + \theta)\,cos\,\theta - cos(60° + \theta)\,sin\,\theta$

A	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	B	$\frac{1}{2}$
C	$\sqrt{3}$	D	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

㉟ القيمة الدقيقة لـ $cos\ 105°$ تساوي .....

A	$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$	B	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$
C	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	D	$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

㊱ ما قيمة $cos\,105°\,cos\,45° - sin\,105°\,sin\,45°$

A	$cos\,30°$	B	$cos\,60°$
C	$cos\,120°$	D	$cos\,150°$

㊲ العبارة $cos^4\,\theta - sin^4\,\theta$

A	$cos\,4\theta$	B	$sin\,4\theta$
C	$cos\,2\theta$	D	$sin\,2\theta$

㊳ إذا كان $tan\,\theta = \frac{1}{2}$ فإن $tan\,2\theta$ تساوي .....

A	$\frac{4}{3}$	B	1
C	$\frac{3}{4}$	D	$\frac{1}{4}$

㊴ إذا كانت $sin\,\theta = \frac{12}{13}$ ، فما قيمة $sin\,2\theta$ ؟

A	$\frac{120}{169}$	B	$\frac{12}{13}$
C	$\frac{13}{12}$	D	$\frac{24}{13}$

㊵ إذا كان $0° < \theta < 90°$ و $cos\,\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، فما قيمة $cos\frac{\theta}{2}$ ؟

A	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	B	$\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$
C	$\frac{1}{4}$	D	$\frac{3}{4}$

㊶ قياس الزاوية $sin^{-1}\left(\frac{5\sqrt{3}}{10}\right)$ يساوي ...

A	$20°$	B	$45°$
C	$60°$	D	$90°$

حـل المعـادلات المثلثية

مثـال : أوجد حل المعادلة $\tan\theta = 1$ حيث $0° \le \theta \le 360°$.

الحـــل :

$$\tan^{-1}(\tan\theta) = \tan^{-1}(1) \implies \theta = 45°$$

وبما أن $\tan\theta = 1$ موجبة فإنها تقع في الربع الأول أو الثالث

$\theta = 45°$ أو $\theta = 180° + 45° = 225°$

٤٢	إذا كانت $\tan\theta - 1 = 0$, $0° \le \theta \le 360°$ فما قيمة θ ؟		
A	$30°$	B	$45°$
C	$60°$	D	$90°$

٤٣	حل المعادلة $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $0° \le \theta \le 360°$ هو		
A	$30°$ أو $120°$	B	$30°$ أو $150°$
C	$30°$ أو $300°$	D	$30°$ أو $330°$

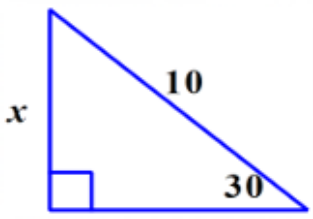
٤٤	حل المعادلة $2\sin^2\theta + \sin\theta = 1$ هو		
A	$15°$	B	$30°$
C	$45°$	D	$60°$

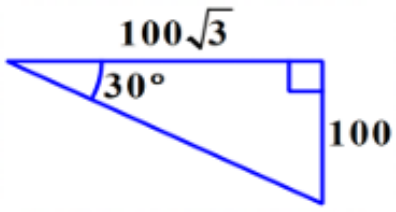
تجميعات إضافية على الدرس العاشر

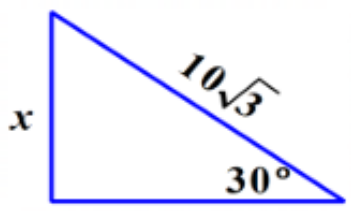
٤٥	الدورة الكاملة تعادل بالرديان ؟						
(A)	π	(B)	2π	(C)	400π	(D)	180π

٤٦	$sin\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، فما قيمة $sec\,t$ (علمًا بأن $\frac{\pi}{2} < t < \pi$) ؟						
(A)	-2	(B)	2	(C)	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	(D)	$-2\sqrt{3}$

٤٧	ما المثال المضاد للدالة التالية : $sin\,\theta - cos\,\theta = 1$						
(A)	$0°$	(B)	$180°$	(C)	$90°$	(D)	$-270°$

٤٨	ما قيمة x ؟			
(A)	8	(B)	6	
(C)	5	(D)	10	

٤٩	احسب قيمة الوتر في الشكل المجاور ؟			
(A)	150	(B)	170	
(C)	180	(D)	200	

٥٠	في الشكل أدناه ما قيمة x ؟			
(A)	$5\sqrt{3}$	(B)	10	
(C)	2	(D)	5	

٥١	في أي ربع تكون قيمة $sin\,\theta$ و $cos\,\theta$ سالبتين ؟						
(A)	الأول	(B)	الثاني	(C)	الثالث	(D)	الرابع

٥٢	المقدار $\frac{sin\,\theta}{cos\,\theta}$ يكون سالبا في الربعين						
(A)	الأول والثاني	(B)	الثاني و الثالث	(C)	الثالث والرابع	(D)	الرابع والأول

٥٣	$cos\,120°$ تساوي :						
(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$-\frac{1}{2}$	(C)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	(D)	$-\sqrt{2}$

منصة الهدف التعليمية

٥٤	$\cos 135°$ تساوي :						
(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$-\frac{1}{2}$	(C)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	(D)	$-\sqrt{2}$

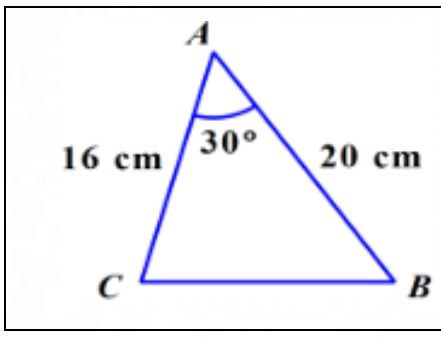
٥٥	$\sin(-300) =$						
(A)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	(B)	$\frac{1}{2}$	(C)	1	(D)	0

٥٦	$\sin 480$ يساوي :						
(A)	$\frac{-\sqrt{3}}{2}$	(B)	$\frac{1}{2}$	(C)	$\frac{-1}{2}$	(D)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

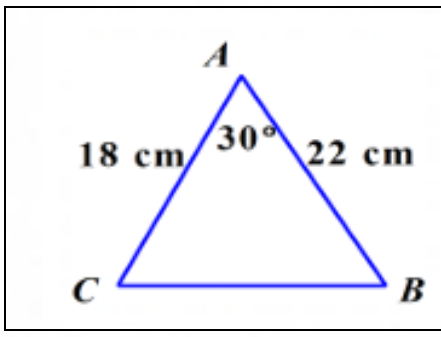
٥٧	ما هي قيمة $\cos 480°$						
(A)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	(B)	$\frac{1}{2}$	(C)	$-\frac{1}{2}$	(D)	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

٥٨	ما هي قيمة $\sin 135°$						
(A)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	(B)	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	(C)	$\frac{1}{2}$	(D)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

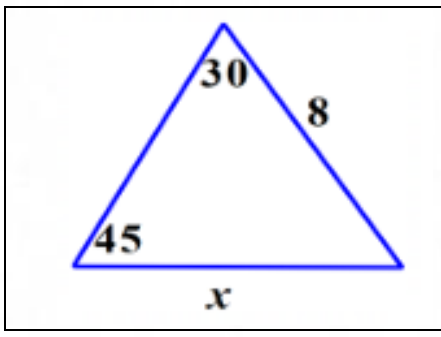
٥٩	أي زاويتين تكون قيمة $\sin\theta$ و $\cos\theta$ تساوي صفر ؟						
(A)	$90°, 180°$	(B)	$90°, 270°$	(C)	$360°, 270°$	(D)	$360°, 180°$



٦٠	من الشكل ، ما مساحة المثلث ABC ؟			
(A)	40	(B)	80	
(C)	160	(D)	320	



٦١	كم مساحة المثلث ABC ؟			
(A)	99	(B)	270	
(C)	198	(D)	396	



٦٢	أوجد قيمة x ؟			
(A)	4	(B)	$4\sqrt{2}$	
(C)	$8\sqrt{2}$	(D)	8	

٦٣ مقلوب $sec(x) = \frac{5}{4}$ هو ؟							
(A)	$cos(x) = \frac{4}{5}$	(B)	$sec(x) = \frac{5}{4}$	(C)	$cos(x) = \frac{5}{4}$	(D)	$sec(x) = \frac{4}{5}$

٦٤ $cos(x) = \frac{4}{3}$ ، ما قيمة sec في الربع الأول ؟							
(A)	$\frac{3}{4}$	(B)	$-\frac{4}{3}$	(C)	4	(D)	$-\frac{3}{4}$

٦٥ $= sin\,\theta \cdot cot\,\theta$							
(A)	$sin\,\theta$	(B)	$cos\,\theta$	(C)	$cos\,\theta$	(D)	$csc\,\theta$

٦٦ $\frac{\frac{cos\,\theta}{sin\,\theta} \times tan\,\theta}{cot\,\theta}$							
(A)	$tan\,\theta$	(B)	$cot\,\theta$	(C)	$cos\,\theta$	(D)	$sin\,\theta \times cos\,\theta$

٦٧ ما قيمة $sin^2\,\theta \times cos^2\,\theta$							
(A)	-1	(B)	0	(C)	1	(D)	$cos\,20$

٦٨ ما هي قيمة $sin\,90°$ ؟							
(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	(C)	0	(D)	1

٦٩ العبارة $sin^2\,x\,(1 - cos^2\,x)$ تكافئ :							
(A)	$sin^4\,x$	(B)	$sin^2\,x^2$	(C)	$sin^4\,x^2$	(D)	$2\,sin^2\,x$

٧٠ العبارة $cos^2\,\theta\,(1 - sin^2\,\theta)$ تكافئ							
(A)	$sin^4\,\theta$	(B)	$cos^4\,\theta$	(C)	$tan^2\,\theta$	(D)	$cot^2\,\theta$

٧١ حل المعادلة $tan\,\theta - sec\,\theta = 0$ هو							
(A)	DNE (مستحيل)	(B)	$\frac{\pi}{3}$	(C)	$\frac{\pi}{6}$	(D)	$\frac{\pi}{4}$

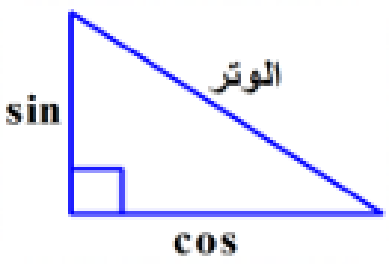
٧٢ إذا كانت $sin\,\theta = -\frac{1}{2}$ و $180° \leq \theta \leq 270°$ ، أوجد $sec\,\theta$							
(A)	$\frac{-2\sqrt{3}}{3}$	(B)	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	(C)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	(D)	$\sqrt{3}$

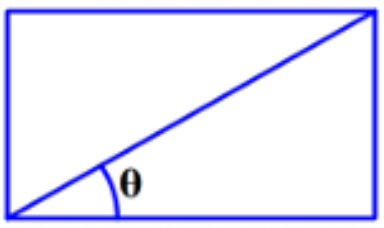
٧٣	إذا كانت $\cos\theta = \frac{1}{2}$ ، $0 \le \theta \le 180$ ، فكم ستكون قياس θ						
(A)	30	(B)	60	(C)	90	(D)	180
٧٤	إذا كانت $\sin\theta = 0.21$ ، فإن $\sin(\pi - \theta)$ تساوي :						
(A)	-0.21	(B)	0	(C)	0.21	(D)	0,79
٧٥	أوجد قيمة .... $= \sec^2\theta - \tan^2\theta$:						
(A)	0	(B)	0.5	(C)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	(D)	1
٧٦	$(1 - \cot\theta)\sin\theta$:						
(A)	$\sin\theta - \cos\theta$	(B)	$\cos\theta \sin\theta$	(C)	$\cos^2\theta$	(D)	$\sec\theta$
٧٧	القيمة الدقيقة لـ $\cos 75°$ تساوي :						
(A)	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	(B)	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	(C)	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$	(D)	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{8}$
٧٨	القيمة الدقيقة لـ $\sin 15°$ تساوي :						
(A)	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	(B)	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	(C)	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$	(D)	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{8}$
٧٩	ما القيمة الدقيقة لـ $\cos(30-\theta)\cos\theta - \sin(30-\theta)\sin\theta$ ؟						
(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	(C)	$-\frac{1}{2}$	(D)	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
٨٠	ما قيمة $\cos 105° \cos 45° + \sin 105° \sin 45°$						
(A)	$\cos 30°$	(B)	$\cos 60°$	(C)	$\cos 120°$	(D)	$\cos 150°$
٨١	إذا كان $\sin A = \frac{5\sqrt{3}}{10}$ ، فإن .... $= A$						
(A)	60 °	(B)	20 °	(C)	45 °	(D)	90 °
٨٢	إذا كان $\sin^{-1}(\cos x) = \frac{\pi}{6}$ ، فما قيمة x ؟						
(A)	$\frac{\pi}{6}$	(B)	$\frac{1}{2}$	(C)	$\frac{\pi}{3}$	(D)	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

٨٣	إذا كانت $270 < \theta < 360$ و $\cos\theta = \frac{1}{2}$ أوجد $\sin\theta$ ؟						
(A)	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	(B)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	(C)	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	(D)	$\frac{1}{2}$
٨٤	إذا كان $\cos\theta + 1 = 0$ حيث $0 \le \theta \le 2\pi$ ، فما قيمة θ						
(A)	$0°$	(B)	$90°$	(C)	$180°$	(D)	$270°$
٨٥	إذا كان $\sec\theta = -\frac{13}{12}$ حيث $\theta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ ، فإن $\cot\theta$ تساوى :						
(A)	$\frac{5}{12}$	(B)	$\frac{12}{5}$	(C)	$\frac{12}{13}$	(D)	$\frac{5}{13}$
٨٦	أوجد $\tan^{-1} x = 1$ ؟						
(A)	$45°$	(B)	$30°$	(C)	$90°$	(D)	$60°$
٨٧	يطير صقر على ارتفاع 100 متر فرصد أرنب على الأرض بزاوية انخفاض $30°$ ،أوجد بعد الصقر عن الأرنب ؟						
(A)	$120\ m$	(B)	$200\ m$	(C)	$180\ m$	(D)	$100\ m$
٨٨	ما الدالة الزوجية من الدوال التالية ؟						
(A)	$f(x) = \cos x$	(B)	$f(x) = \sin x$	(C)	$f(x) = \tan x$	(D)	$f(x) = \csc x$
٨٩	إذا كانت $f(\theta) = \cos\theta$ والمشتقة الأولى لها هي : $\dot{f} = -\sin\theta$ وكانت $\sin\theta = 0.21$ فإن $\sin(\pi - \theta)$ تساوي :						
(A)	0.21	(B)	0	(C)	-0.21	(D)	0.79
٩٠	إذا كانت قيمة $\tan = \frac{3}{4}$ فما قيمة $\sin$ في الربع الأول						
(A)	$\frac{3}{5}$	(B)	$\frac{5}{3}$	(C)	$\frac{3}{4}$	(D)	$\frac{4}{3}$
٩١	إذا كانت $\sec\theta + 2 = 0$ حيث $\theta \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ فإن θ تساوي :						
(A)	$50°$	(B)	$120°$	(C)	$90°$	(D)	$135°$
٩٢	إذا كانت قيمة $\tan\theta = \frac{12}{8}$ فما قيمة $\sin\theta$ في الربع الأول :						
(A)	$\frac{12}{15}$	(B)	$\frac{3\sqrt{13}}{13}$	(C)	$\frac{1}{\sqrt{13}}$	(D)	$\frac{15}{12}$

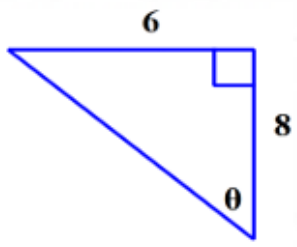
(٩٣) إذا كانت قيمة $sin\,x$ و $270° < x < 360°$ ، فما القيمة الدقيقة لـ $cos\,x$:							
(A)	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	(B)	$\frac{8}{9}$	(C)	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$	(D)	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$
(٩٤) إذا كان $csc\,\theta = 2$ ، فإن $tan\,\theta$							
(A)	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	(B)	$\sqrt{5}$	(C)	2	(D)	$\frac{1}{2}$
(٩٥) إذا كانت $sin\,\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، فإن $csc\,\theta$ تساوي ...							
(A)	$\sqrt{1}$	(B)	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	(C)	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	(D)	$\frac{2}{\sqrt{3}}$
(٩٦) تبسيط العبارة : $\frac{cot(x)+1}{csc(x)}$							
(A)	$cos(x) + sin(x)$	(B)		(C)		(D)	
(٩٧) ما القيمة الدقيقة للعبارة : $tan(45)\,(1 - tan\,\theta) + tan(45)\,(1 + tan\,\theta)$							
(A)	-2	(B)	-1	(C)	1	(D)	2
(٩٨) إذا كانت قيمة $sin\,x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، فكم تكون قيمة $csc(x)$ ؟							
(A)	$\sqrt{3}$	(B)	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	(C)	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	(D)	$\frac{2}{\sqrt{3}}$
(٩٩) $\frac{csc(\theta)}{cos(\theta)} - \tan(\theta)$ تساوي							
(A)	$cos^2(\theta)$	(B)	0	(C)	$cot(\theta)$	(D)	
(١٠٠) $sin^2(x)\,(sec(x)) + cos\,(x)$ تساوي :							
(A)	$cos\,(x)$	(B)	$sin\,(x)$	(C)	$csc\,(x)$	(D)	$sec\,(x)$
(١٠١) ناتج تبسيط : $sin\,(\theta)^2\,sec\,(\theta) + cos\,(\theta)$							
(A)	$sin\,(\theta)$	(B)	$cos\,(\theta)$	(C)	$sec\,(\theta)$	(D)	
(١٠٢) ناتج تبسيط : $cos\,(\theta) + sin\,(\theta) \cdot tan(\theta)$							
(A)	$sin\,(\theta)$	(B)	$sec\,(\theta)$	(C)	$csc\,(\theta)$	(D)	

103	تبسيط العبارة التالية : $\frac{sin^2(\theta)+cos^2(\theta)}{tan(\theta)}$						
(A)	$cot(\theta)$	(B)	$cos\,(\theta)$	(C)	$sin\,(\theta)$	(D)	
104	أوجد قيمة x $cot^2 = \frac{x}{tan^2 - sin^2}$						
(A)	cot^2	(B)	cos^2	(C)	sin^2	(D)	
105	$tan^2\theta\, cos\ \theta + cot\,\theta\, sin\ \theta$						
(A)	$sec\ \theta$	(B)	$csc\ \theta$	(C)	$sin\ \theta$	(D)	$tan\,\theta$
106	$cos\ 195$						
(A)	$\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	(B)	$\frac{-\sqrt{4}-\sqrt{2}}{5}$	(C)		(D)	
107	$\frac{cot\,\theta\ \cdot tan\,\theta}{sin\ \theta\ \cdot sec\ \theta}$						
(A)	$cot\,\theta$	(B)	$csc\ \theta$	(C)	$sin\ \theta$	(D)	$tan\,\theta$
108	$4sin^2\frac{\theta}{2} \times cos^2\frac{\theta}{2}$						
(A)	$sin^2\theta$	(B)		(C)		(D)	
109	إذا كان $cos\ \theta + 1 = 0$ حيث أن $0 \le \theta \le 360$ فما قيمة θ ؟						
(A)	0	(B)	180	(C)	270	(D)	90

	110 احسب طول الوتر ؟			
	(A) cos	(B) sin		
	(C) tan	(D) 1		

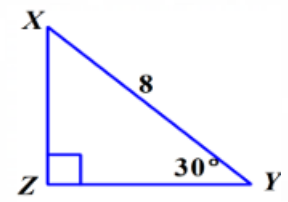
	111 في الشكل ، أوجد مساحة المستطيل إذا علمت أن $sin\ \theta = \frac{3}{5}$			
	(A) 12	(B) 6		
	(C) 20	(D) 18		

112	في الشكل التالي ، ما قيمة $sin\ 2\theta$؟			
(A)	$\frac{14}{100}$	(B)	$\frac{12}{20}$	
(C)	$\frac{24}{25}$	(D)	$\frac{49}{50}$	



الرسم ليس علي القياس

113	في الشكل التالي ، XZ تساوي :			
(A)	4	(B)	5	
(C)	6	(D)	7	



الرسم ليس علي القياس

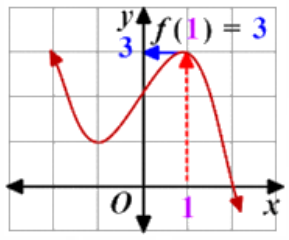
A	111	C	101	B	٩١	A	٨١	A	٧١	A	٦١	C	٥١	C	٤١	B	٣١	C	٢١	A	١١	B	١
C	112	B	102	B	٩٢	C	٨٢	A	٧٢	B	٦٢	B	٥٢	B	٤٢	A	٣٢	C	٢٢	B	١٢	B	٢
A	113	A	103	A	٩٣	A	٨٣	B	٧٣	A	٦٣	B	٥٣	D	٤٣	A	٣٣	C	٢٣	A	١٣	D	٣
		C	104	A	٩٤	C	٨٤	C	٧٤	A	٦٤	B	٥٤	B	٤٤	D	٣٤	C	٢٤	C	١٤	A	٤
		A	105	D	٩٥	B	٨٥	D	٧٥	C	٦٥	A	٥٥	B	٤٥	D	٣٥	A	٢٥	A	١٥	A	٥
		A	106	A	٩٦	A	٨٦	A	٧٦	A	٦٦	D	٥٦	A	٤٦	D	٣٦	A	٢٦	B	١٦	A	٦
		A	107	D	٩٧	B	٨٧	A	٧٧	C	٦٧	C	٥٧	A	٤٧	C	٣٧	B	٢٧	D	١٧	C	٧
		A	108	D	٩٨	A	٨٨	A	٧٨	D	٦٨	A	٥٨	C	٤٨	A	٣٨	A	٢٨	B	١٨	B	٨
		B	109	D	٩٩	A	٨٩	B	٧٩	A	٦٩	D	٥٩	D	٤٩	A	٣٩	C	٢٩	C	١٩	B	٩
		D	110	D	١٠٠	A	٩٠	B	٨٠	B	٧٠	B	٦٠	A	٥٠	B	٤٠	A	٣٠	C	٢٠	D	١٠

11) تحليـل الـدوال والتحـويـلات الهنـدسيـة

تليل التمثيل البياني للدالة

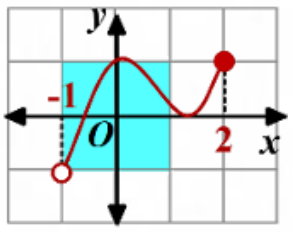
- قيمة الدالة عند نقطة :

الإحداثي y الناتج من رسم خط رأسي من النقطة إلى منحنى الدالة .



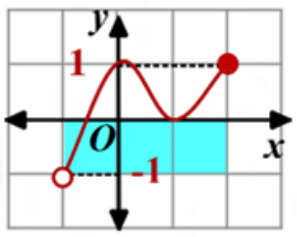
المجال : نستعمل القيم على محور x لتحديده ، فمثلًا :

في الشكل المجال $[2\ ,\ -1)$

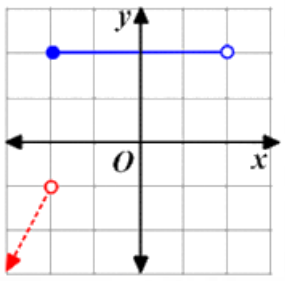


- المدى : نستعمل القيم على محور y لتحديده ، فمثلا :

في الشكل المدى $[1\ ,\ -1)$



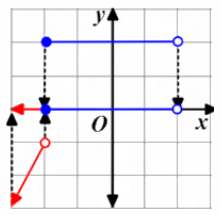
مثـال : ما مجال الدالة $y = f(x)$ ؟



Ⓐ $(-\infty\ ,\ 2]$ Ⓑ $(-\infty\ ,\ 2] - \{-2\}$

Ⓒ $(-\infty\ ,\ 2)$ Ⓓ $[-3\ ,\ 2] - \{-2\}$

الحل : لإيجاد المجال نستعمل قيم المحور x ....



مجال الجزء الأيسر .... $(-\infty\ ,\ -2)$

مجال الجزء الأيسر .... $[-2\ ,\ 2)$

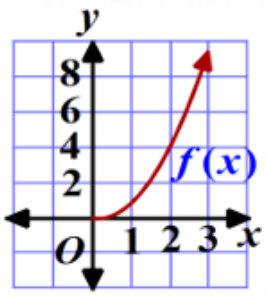
مجال $f(x)$ يساوي اتحاد مجالي الجزئين الأيسر والأيمن

مجال $f(x) = (-\infty\ ,\ -2) \cup [-2\ ,\ 2) =$

$(-\infty\ ,\ 2)$

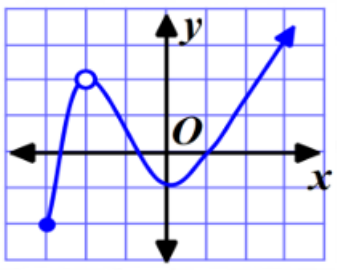
---

① إذا كان الشكل يمثل منحنى الدالة $f(x)$ فإن قيمة $f(2)$ تساوي ...



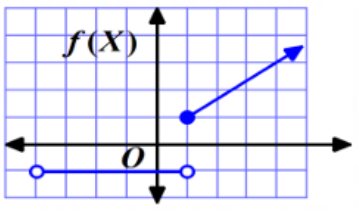
A	1	B	2
C	4	D	10

② ما مجال الدالة $y = f(x)$ في الشكل ؟



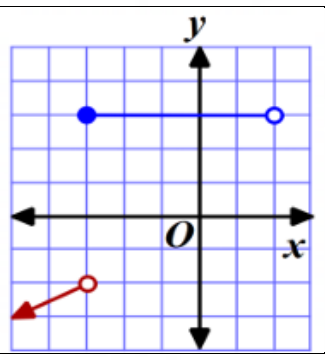
A	$[-3\ ,-2) \cup (-2\ ,\infty)$
B	$(-\infty\ ,-3) \cup (-3\ ,\infty)$
C	$[-3\ ,-1) \cup (-1\ ,\infty)$
D	$(-\infty\ ,-2) \cup (-2\ ,\infty)$

③ ما مجال الدالة $y = f(x)$ في الشكل ؟



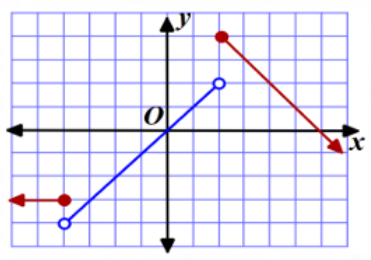
A	$(-4\ ,1]$	B	$(-4\ ,\infty)$
C	$(-\infty\ ,4]$	D	$(-\infty\ ,\infty)$

④ ما مدى الدالة $f(x)$ في الشكل ؟



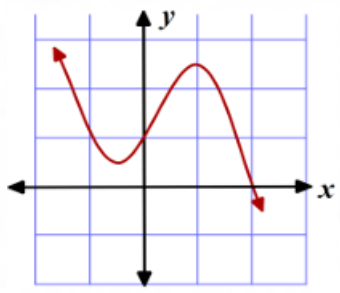
A	$(-\infty, 3]$	B	$(-\infty\ ,-2) \cup \{3\}$
C	$(-\infty\ ,3)$	D	$(-\infty\ ,-2) \cup \{3\}$

⑤ ما مدى الدالة $f(x)$ في الشكل ؟



A	$4 \geq y > -4$	B	$y \leq 4$
C	$y \geq 4$	D	$y \geq -4$

⑥ عند أي نقطة يقطع منحنى الدالة محور y ؟

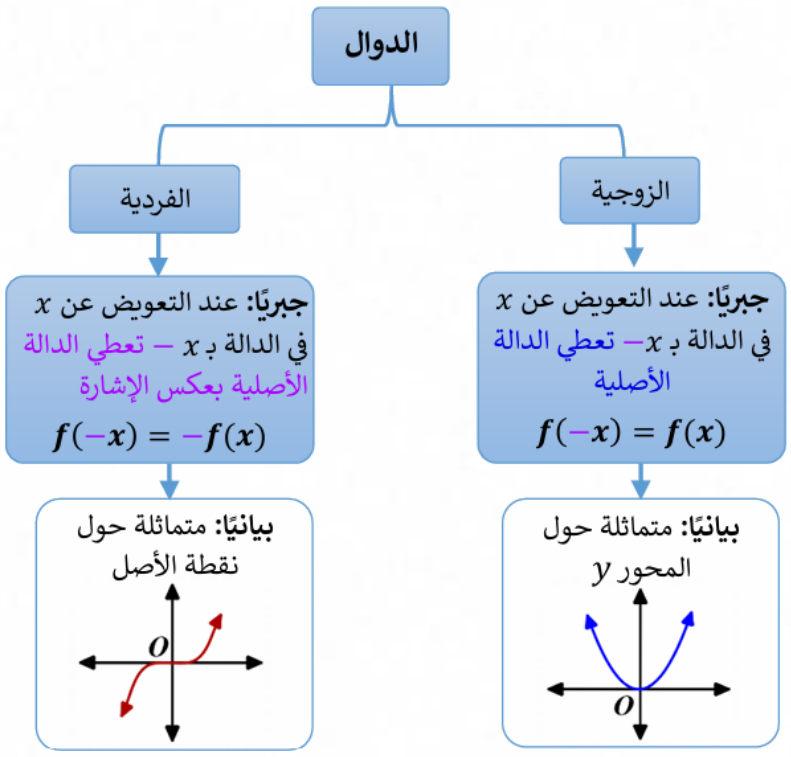


A	$(0\ ,2)$	B	$(0\ .1)$
C	$(2\ ,0)$	D	$(1, 0)$

⑦ عند ي نقطة يقطع منحنى الدالة $f(x) = 2x^2 + 5x + 3$ المحور y ؟

A	$(0, 3)$	B	$(3\ ,0)$
C	$(0\ ,2)$	D	$(0\ ,-3)$

الـدوال الزوجيـة والـدوال الفـردية

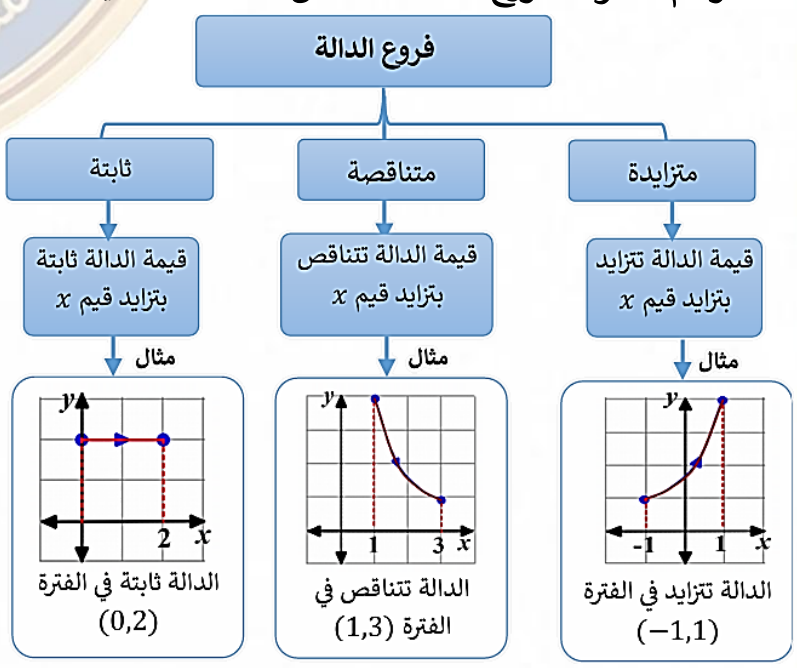


- تحديد نوع دالة ذهنيًا ....

زوجية	إذا كانت جميع أسس x زوجية
فردية	إذا كانت جميع أسس x فردية
ليست فردية وليست زوجية	إذا كانت أسس x بعضها زوجي والبعض الآخر فردي

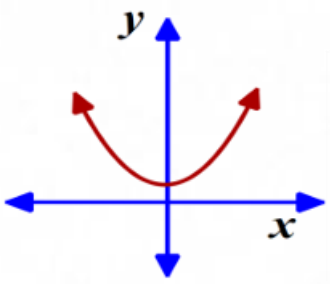
الـدوال الزوجيـة والـدوال الفـردية

- لتعيين فترات تزايد وتناقصوثبوت الدالة بيانيًا نلاحظ الرسم فتكون لفروع الدالة حالة من الحالات التالية :



- فائدة : تحدد الفترة من محور x وتكون أطرافها مفتوحة

⑧ الدالة الممثلة بالشكل .....



A	فردية	B	زوجية
C	ليست فردية وليست زوجية	D	متماثلة حول محور x

⑨ الدالة $f(x) = x^5 - 3x^3 + x$ دالة .....

A	فردية و زوجية معًا	B	ليست فردية وليست زوجية
C	زوجية	D	فردية

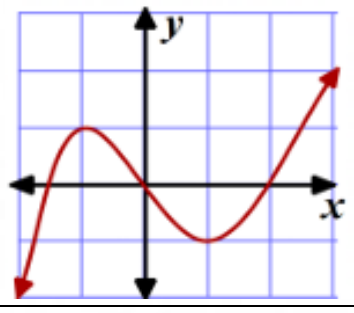
⑩ الدالة $f(x) = x^3 + 5x^2 - x$ دالة زوجية.....

A	فردية و زوجية معًا	B	ليست فردية وليست زوجية
C	زوجية	D	فردية

⑪ أي الدوال التالية دالة زوجية ؟

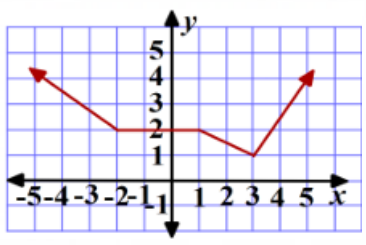
A	$f(x) = \frac{1}{x}$	B	$f(x) = x^3$
C	$f(x) = x^2 + \lvert x \rvert$	D	$f(x) = x^2 + x$

⑫ ما الفترة التى تتناقص فيها الدالة $f(x)$ في الشكل ؟



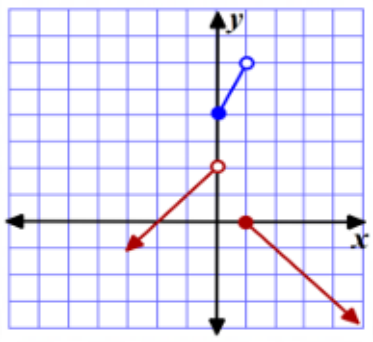
A	$(-\infty, -1)$	B	$(-1, 1)$
C	$(-\infty, 1)$	D	$(1, \infty)$

⑬ ما الفترة التى تتزايد فيها الدالة $f(x)$ في الشكل ؟



A	$(1, \infty)$	B	$(1, 3)$
C	$(-\infty, -2)$	D	$(3, \infty)$

⑭ في الشكل البياني إذا كانت الدالة $f(x)$ متعددة التعريف ، فأي التالي يكون تعريفها في الفترة $[2, 6]$ ؟



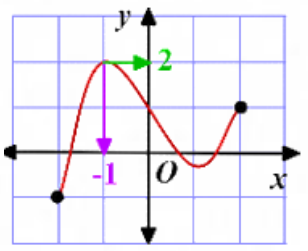
A	$-x + 1$	B	$x + 2$
C	$x - 3$	D	$2x + 5$

القيـم العظمى والقيـم الصغـرى للـدالة

- في المنحنى القمة الأعلى تسمى عظمى مطلقة ، بينما بقية القمم تسمى عظمى محلية ، وكذلك القاع الأدنى يسمى صغرى مطلقة ، بينما بقية القيعان تسمى صغرى محلية .



- مثـال توضيحي ....
للدالة قيمة عظمى مطلقة عند $x = -1$ ومقدارها يحدد من محور y رويساوي 2.



متـوسـط معـدل التغيـر للـدالة

- متوسط معدل تغير الدالة $f(x)$ في الفترة $[x_1 , x_2]$

$$m_{sec} = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$$

مثــال : متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = x^2 - 4x + 6$ على الفترة $[0, 6]$ يساوي .....

Ⓐ 2 Ⓑ 6 Ⓒ 10 Ⓓ 24

الحـل : متوسط معدل التغير يساوي .....

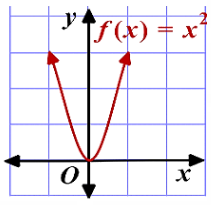
$$\frac{f(6)-f(0)}{6-0} = \frac{[6^2-4(6)+6]-(0)^2-4(0)+6}{6-0}$$

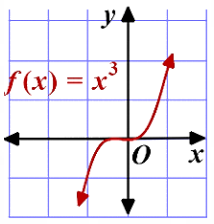
$$= \frac{[36-24+6]-[0-0+6]}{6}$$

$$= \frac{[18]-[6]}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

الـدوال الرئيسية "الأم" لبعض الدوال

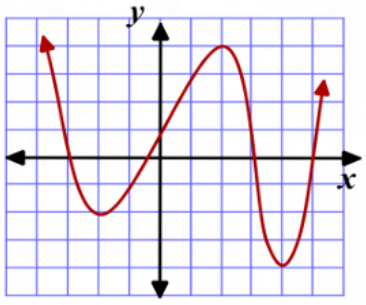
الدالة التربيعية	$f(x) = x^2$
من صورها	$g(x) = a(x-h)^2 + k$
الدالة التكعيبية	$f(x) = x^3$
من صورها	$g(x) = a(x-h)^3 + k$





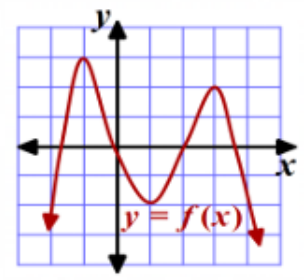
---

⑮ في التمثيل البياني للدالة $f(x)$ ، عند أي نقطة يكون للدالة قيمة صغرى مطلقة ؟



A	$(-2 , -2)$	B	$(0, 0)$
C	$(4 , -4)$	D	$(3 , 4)$

⑯ في التمثيل البياني للدالة $f(x)$ قيمة صغرى محلية عند x تساوي .....



A	5	B	1
C	0	D	-1

⑰ إذا كانت $f(x)$ متصلة في الفترة $[-2 , 10]$ ، ومتناقصة في الفترة $(3 , 7)$ ، ومتزايدة في الفترة $(7 , 10) \cup (-2 , 3)$ ، فإن لها قيمة عظمى محلية عند .....

A	-2	B	3
C	5	D	7

⑱ لتكن $f(x)$ دالة متصلة على R ، ولها قيمة صغرى محلية وحيدة عند $x = 3$ ، وقيمة عظمى محلية وحيدة عند $x = -2$ ، أي التالي صحيح ؟

A	القيمة العظمى المحلية < القيمة الصغرى المحلية	B	للدالة صفر في الفترة $[-2 , 3]$
C	$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$	D	الدالة الزوجية

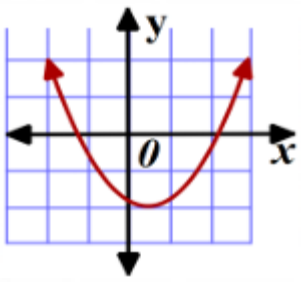
⑲ ما متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = 2x^2 + 3x - 4$ على الفترة $[3 , 5]$؟

A	$\frac{17}{2}$	B	19
C	$\frac{84}{8}$	D	35

⑳ ما متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = \sqrt{x+2}$ علي الفترة $[2 , 7]$ ؟

A	$\frac{1}{5}$	B	$\frac{2}{7}$
C	$\frac{7}{2}$	D	35

㉑ الدالة الرئيسية "الأم" للدالة في الشكل ....



A	$f(x) = x^2$	B	$f(x) = x^3$
C	$f(x) = \sqrt{x}$	D	$f(x) = \frac{1}{x}$

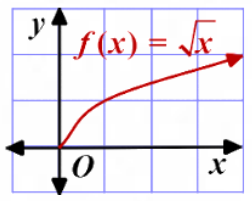
㉒ الدالة الرئيسية "الأم" للدالة $h(x) = (x+2)^3 + 4$ هي .....

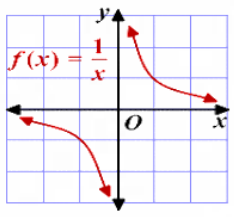
A	$f(x) = x^2$	B	$f(x) = x^3$
C	$f(x) = \sqrt{x}$	D	$f(x) = \frac{1}{x}$

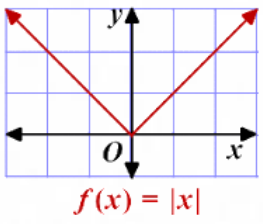
منصة الهدف التعليمية

القيم العظمى والقيم الصغرى للدالة

دالة الجذر التربيعي	$f(x)=\sqrt{x}$
من صورها	$g(x)=a\sqrt{x-h}+k$
دالة المقلوب	$f(x)=\frac{1}{x}$
من صورها	$k=\frac{a}{x-h}+k$
دالة القيمة المطلقة	$f(x)=\lvert x\rvert$
من صورها	$g(x)=a\lvert x-h\rvert+k$







التحويلات الهندسية للدوال

- الانسحاب "الإزاحة" للدالة الأم $f(x)$: تعوض x في الدالة الأم بـ $(x-h)$ ونضيف k ، حيث h إزاحة أفقية ، k إزاحة رأسية .....

$$g(x)=f(x-h)+k$$

رأسي	الإزاحة لأعلى عندما تكون k موجبة الإزاحة لأسفل عندما تكون k سالبة	ومقدار الإزاحة $\lvert k\rvert$
أفقي	الإزاحة لليمين عندما تكون h موجبة الإزاحة لأسفل عندما تكون h سالبة	ومقدار الإزاحة $\lvert h\rvert$

- الانعكاس للدالة الأم $f(x)$ .....

حول المحور x	حول المحور y
تتغير إشارة الدالة الأم $g(x)=-f(x)$	تتغير إشارة x في الدالة الأم $g(x)=f(-x)$

مثال : ما معادلة الدالة $g(x)$ الناتجة من إزاحة الدالة $f(x)=\lvert x\rvert$ بمقدار 3 وحدات إلى الأعلى و 4 وحدات إلى اليمين ؟

Ⓐ $\lvert x-4\rvert+3$ Ⓑ $\lvert x+4\rvert+3$ 6

Ⓒ $\lvert x-4\rvert-3$ Ⓓ $\lvert x+4\rvert-3$ 24

الحل : من الصورة القياسية للدالة

$f(x)=\lvert x-h\rvert+k$ .....

الدالة $f(x)=\lvert x\rvert$ بالإزاحة أفقيًا بمقدار 4 وحدات إلى اليمين ، وبالإزاحة رأسيًا 3 وحدات إلى أعلى تصبح .....

$$f(x)=\lvert x-4\rvert+3$$

---

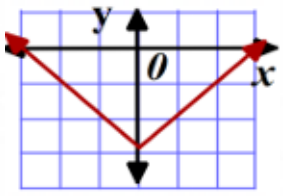
(٢٣) الدالة الرئيسية "الأم" للدالة $g(x)=\sqrt{x-3}+4$ هي .....

A	$f(x)=x^2$	B	$f(x)=x^3$
C	$f(x)=\sqrt{x}$	D	$f(x)=\frac{1}{x}$

(٢٤) الدالة الرئيسية "الأم" للدالة $g(x)=\frac{1}{x-1}+2$ هي .....

A	$f(x)=x^2$	B	$f(x)=x^3$
C	$f(x)=\sqrt{x}$	D	$f(x)=\frac{1}{x}$

(٢٥) الدالة الرئيسية "الأم" للدالة في الشكل .....

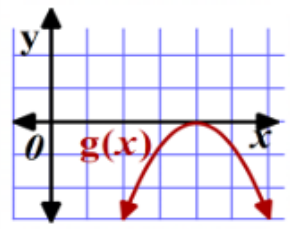


A	$\lvert x\rvert$	B	$\lvert x-3\rvert$
C	$\lvert x\rvert-3$	D	$\lvert x\rvert+3$

(٢٦) أي القيم التالية يمثل مقدار الإزاحة الرأسية للدالة $f(x)=\sqrt{x-2}+5$ ؟

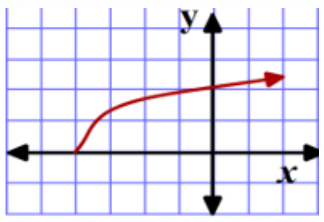
A	$y=-5$	B	$y=-2$
C	$y=2$	D	$y=5$

(٢٧) إذا كانت $f(x)=x^2$ هي الدالة الرئيسية "الأم" للدالة $g(x)$ ، فأي التالي يمثل معادلة $g(x)$ ؟



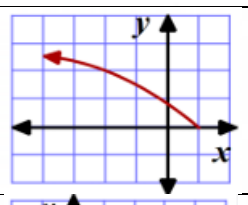
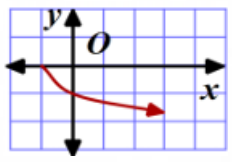
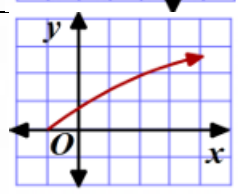
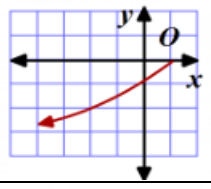
A	$(x+4)^2$	B	$-(x+4)^2$
C	$(x-4)^2$	D	$-(x-4)^2$

(٢٨) التمثيل البياني للدالة $f(x)=\sqrt{x}$ ، تم إجراء إزاحة لها مقدار .....



A	5 وحدات إلى الأعلى	B	5 وحدات إلى اليمين
C	2.5 وحدات إلى الأسفل	D	4 وحدات إلى اليسار

(٢٩) أي التالي يمثل منحنى الدالة $f(x)=\lvert\sqrt{x+1}\rvert$ ؟

A		B	
C		D	

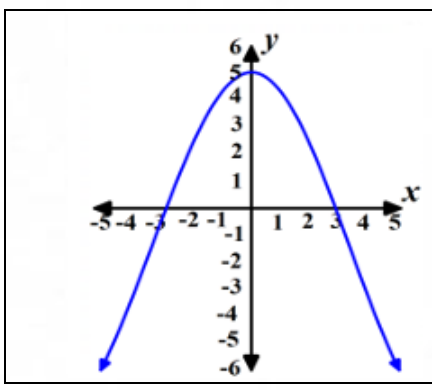
(٣٠) أي التالي يمثل الدالة $g(x)$ الناتجة عن الدالة الأم $f(x)=\lvert x\rvert$ بانعكاس حول محور x ، وانسحاب مقداره 4 وحدات إلى اليمين و 5 وحدات إلى أعلى ؟

A	$g(x)=\lvert x+5\rvert-4$	B	$g(x)=\lvert x+4\rvert+5$
C	$g(x)=-\lvert x-5\rvert+4$	D	$g(x)=-\lvert x-4\rvert+5$

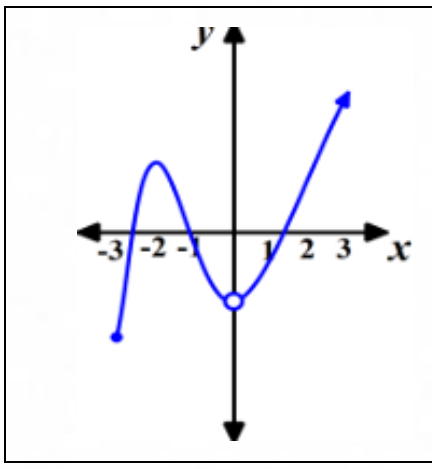
تجميعات إضافية على الدرس الحـادي عشــر

٣١	ما الفترة التى تمثل المتباينة $-2 > x \geq -5$ ؟						
(A)	$[-5 , -2)$	(B)	$(-5 , -2)$	(C)	$(-5 , -2]$	(D)	$[-5 , -2]$

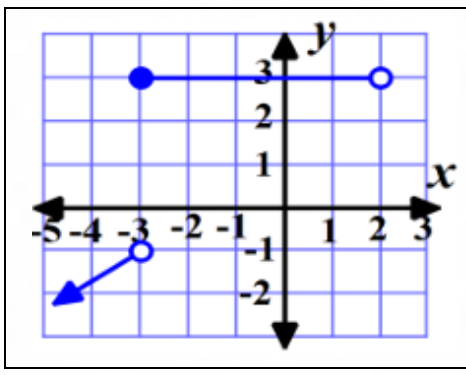
٣٢	ما هي إزاحة الدالة $f(x) = \frac{1}{x+4}$						
(A)	4 وحدات لليسار	(B)	4 وحدات لليمين	(C)	وحدتان للأعلى	(D)	وحدتان لأسفل



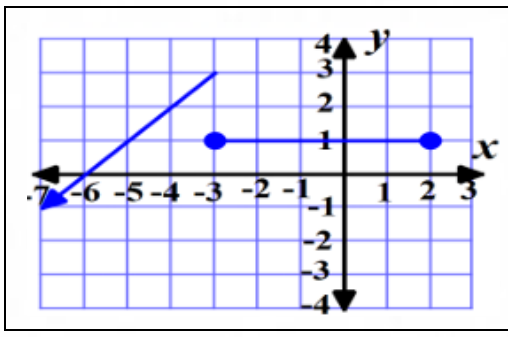
٣٣	احسب مجال الدالة الآتية :		
(A)	$[5 , \infty]$	(B)	$[0 , 5]$
(C)	R	(D)	$(-\infty , 5]$



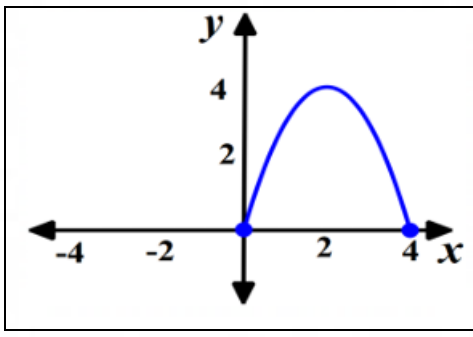
٣٤	حدد مجال الدالة من الشكل التالي :		
(A)	$[-3 , 0) \cup (0 , \infty)$	(B)	R^+
(C)	R	(D)	$R - \{1\}$



٣٥	ما مجال الدالة $f(x)$ ؟		
(A)	$(-\infty . 2]$	(B)	$(-\infty . -3) \cup (-3 , 2)$
(C)	$(-\infty , 2)$	(D)	$R - (2 , \infty)$

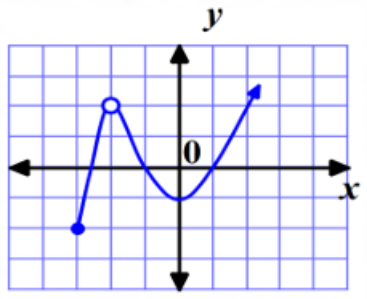


٣٦	حدد مجال الدالة من الشكل المجاور؟		
(A)	$(-\infty , -3) \cup [-3 , 2]$	(B)	$(-\infty . 1)$
(C)	R	(D)	R^+

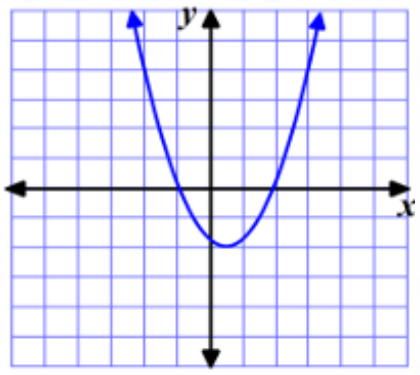


٣٧	ما مدى الدالة $f(x)$ في الشكل المجاور ؟		
(A)	$(0 , 4)$	(B)	$[0 , 4]$
(C)	$(0 , 4]$	(D)	$(-4 , 4) - \{0\}$

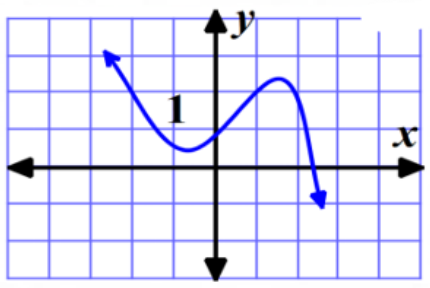
٣٨ ما مجال الدالة $f(x)$ في الشكل ؟			
(A)	$[-3\,,-2)\cup(-2\,,\infty)$	(B)	$[-\infty\,,-3)\cup(-3\,,\infty)$
(C)	$[-3\,,-1)\cup(-1\,,\infty)$	(D)	$[-\infty\,,-2)\cup(-2\,,\infty)$



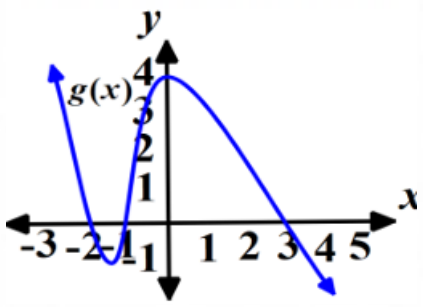
٣٩ أي التالي يمثل الدالة			
(A)	$(x+2)(x-1)$	(B)	$(x-2)(x-1)$
(C)	$(x-2)(x+1)$	(D)	$(x+2)(x+1)$



٤٠ عند أي نقطة يقطع منحنى الدالة محور y في الشكل المجاور؟			
(A)	$(0\,,2)$	(B)	$(2\,,0)$
(C)	$(0\,,1)$	(D)	$(1\,,0)$



٤١ أوجد أصفار الدالة التى تقع في الفترة $[2\,,5]$			
(A)	4	(B)	-1
(C)	3	(D)	-2

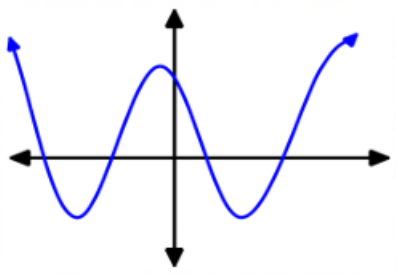


٤٢ إن الدالة $f(x)=\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x}+x$ دالة :							
(A)	فردية وزوجية معًا	(B)	فردية	(C)	زوجية	(D)	ليست فردية ولا زوجية

٤٣ أي من الآتى دالة فردية ؟							
(A)	$f(x)=x^7$	(B)	$f(x)=\lvert x^5\rvert$	(C)	$f(x)=\sqrt{x+3}$	(D)	$f(x)=x^2+3$

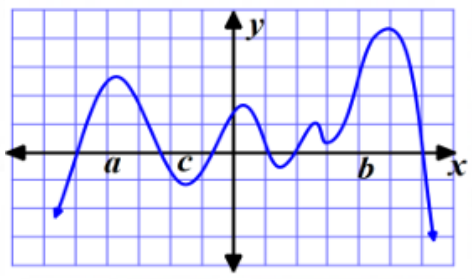
٤٤ إذا كانت $f(x)$ دالة فردية ، فأي مما يأتى دالة فردية ؟							
(A)	$-f(x)$	(B)	$\lvert f(x)\rvert$	(C)	$-\lvert f(x)\rvert$	(D)	$f(\lvert x\rvert)$

٤٥ من الشكل المجاور ، كم عدد أصفار الدالة ؟ وحدد نوع الدالة :			
(A)	4 أصفار – زوجية	(B)	4 أصفار – ليست زوجية ولا فردية
(C)	5 أصفار – فردية	(D)	5 أصفار – ليست زوجية ولا فردية

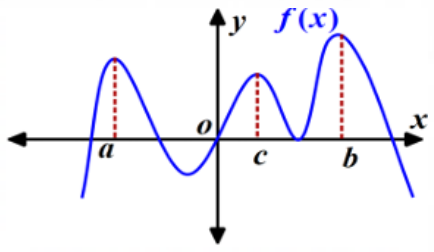


٤٦ متوسط معدل التغير للدالة $f(x)=x^4+2x^2+1$ في الفترة $[-1\,,1]$ هو :							
(A)	-1	(B)	0	(C)	1	(D)	2

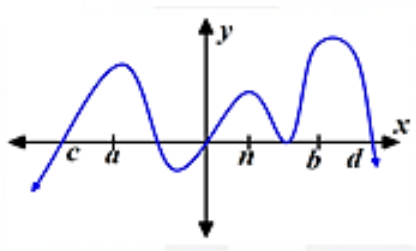
٤٧ في الشكل $f(b)$ تمثل			
(A)	فيمة عظمى مطلقة	(B)	فيمة صغرى مطلقة
(C)	قيمة عظمى محلية	(D)	قيمة صغرى محلية



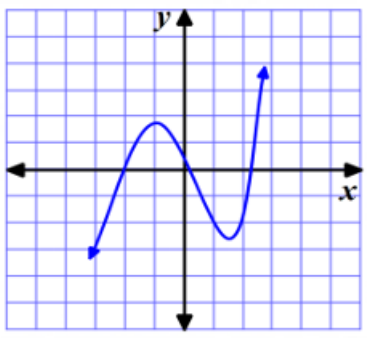
٤٨ في الشكل المجاور ، تكون $f(c)$ في الفترة $(a\ ,b)$ عبارة عن قيمة			
(A)	صغرى مطلقة	(B)	عظمى مطلقة
(C)	صغرى محلية	(D)	عظمى محلية



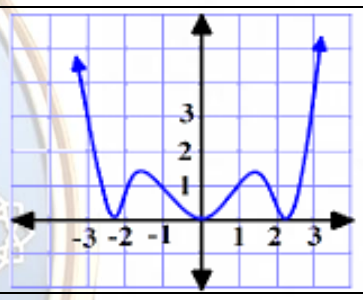
٤٩ في الشكل الآتى ، تكون $f(a)$ في الفترة $(a\ ,d)$ قيمة			
(A)	صغرى مطلقة	(B)	عظمى مطلقة
(C)	صغرى محلية	(D)	عظمى محلية



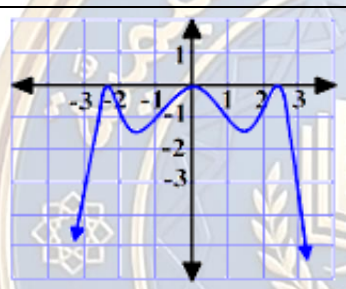
٥٠ إذا كانت $f(x)$ هي الدالة الممثلة بالمنحنى المجاور ، فإن منحنى الدالة $g(x) = |f(x)|$ هو .....



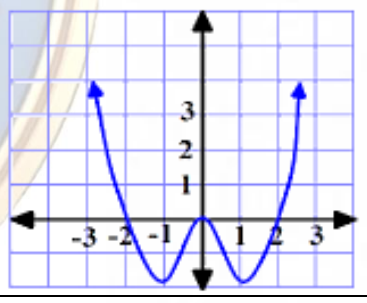
(A)



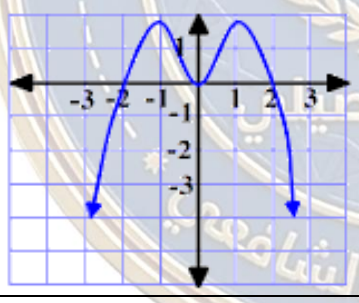
(B)



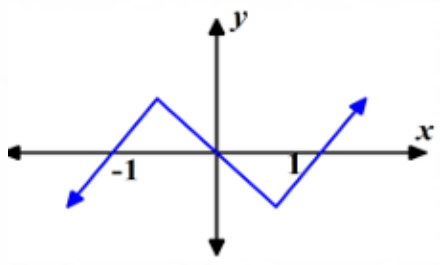
(C)



(D)



٥١ متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = x^4 + 2x^2 + 1$ في الفترة $[-1\ ,1]$ هو :			
(A)	-1	(B)	0
(C)	1	(D)	2



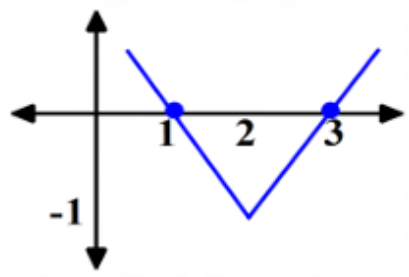
٥٢ أوجد متوسط مغدل النغير للدالة $x^2 - 4x + 6$ في الفترة $[0\ ,6]$							
(A)	19	(B)	2	(C)	35	(D)	10

٥٣ أوجد متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$ في الفترة $[-1\ ,-3]$:							
(A)	12	(B)	24	(C)	48	(D)	60

٥٤ ما متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = \sqrt{x+2}$ على الفترة $[2\ ,\ 7]$ ؟							
(A)	$\frac{1}{5}$	(B)	$\frac{2}{7}$	(C)	$\frac{7}{2}$	(D)	5

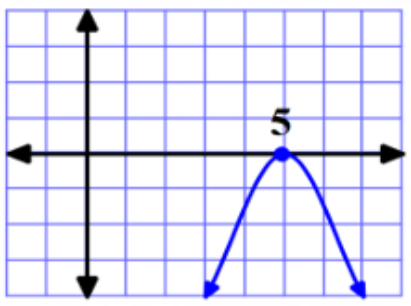
٥٥ متوسط معدل التغير لـ $f(x) = 2x^2 + 3x - 4$ على الفترة $[3\ ,\ 5] =$							
(A)	$\frac{17}{2}$	(B)	$\frac{2}{7}$	(C)	$\frac{7}{2}$	(D)	5

٥٦ احسب متوسط معدل التغير في الفترة $[1\ ,\ 3]$			
(A)	1	(B)	0
(C)	2	(D)	-1

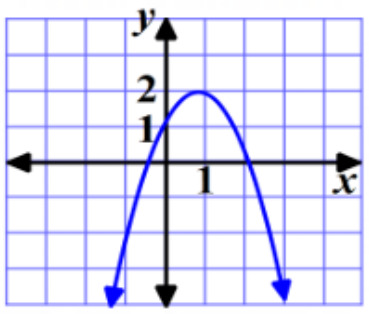


٥٧ ورقة على شكل مثلث متطابق الأضلاع ، طول الضلع 1.5 ، وتمدد الورقة بشكل منتظم ليصبح طول الضلع 2.5 ، أوجد متوسط معدل التغير في المساحة :							
(A)	$\sqrt{2}$	(B)	$\sqrt{3}$	(C)	$3\sqrt{2}$	(D)	$2\sqrt{3}$

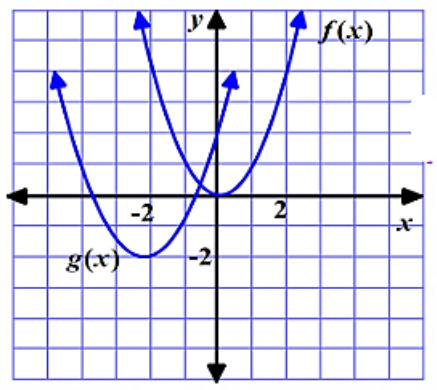
٥٨ في الشكل ، إذا كانت الدالة $f(x) = x^2$ هي الدالة الأم $g(x)$ ، فإن معادلة $g(x)$ هي			
(A)	$(x+5)^2$	(B)	$(x-5)^2$
(C)	$-(x+5)^2$	(D)	$-(x-5)^2$



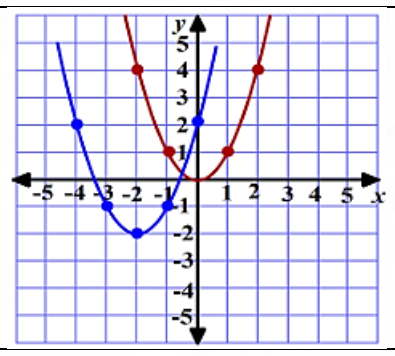
٥٩ في الشكل ، إذا كانت الدالة $f(x) = x^2$ هي الدالة الأم $g(x)$ ، فإن معادلة $g(x)$ هي			
(A)	$(x+1)^2 + 2$	(B)	$-(x+2)^2 + 1$
(C)	$-(x-1)^2 + 2$	(D)	$(x+2)^2 + 1$



٦٠ إذا كانت $f(x)$ هي الدالة الأم لـ $g(x)$ وكانت $f(x) = x^2$ ، فإن $g(x)$			
(A)	$x^2 + 2$	(B)	$x^2 - 2$
(C)	$x^2 + 4x + 2$	(D)	$x^2 - 4x + 2$



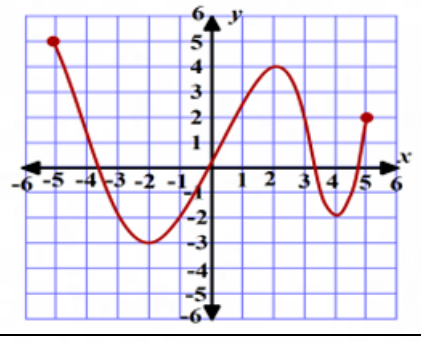
٦١ إذا كانت $f(x)$ هي الدالة الأم لـ $g(x)$ وكانت $f(x) = x^2$ ، فإن $g(x)$			
(A)	$x^2 + 2$	(B)	$x^2 - 2$
(C)	$(x+2)^2 + 2$	(D)	$(x-2)^2 + 2$



٦٢ إذا كان محنى $g(x)$ ينتج من منحنى الدالة الأم $f(x)=\sqrt{x}$ بانسحاب وحدتين لليسار ثم إنعكاس حول محور x ثم انسحاب ثلاث وحدات إلى الأسفل فأي مما يلي يمثل الدالة $g(x)$ ؟			
(A)	$g(x)=-\sqrt{x-2}+3$	(B)	$g(x)=\sqrt{-x+2}-3$
(C)	$g(x)=\sqrt{-x-2}+3$	(D)	$g(x)=-\sqrt{x+2}+3$

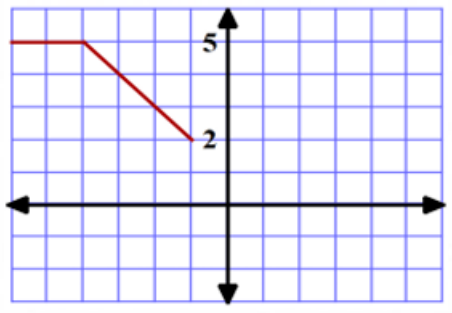
٦٣ إذا كانت $f(x)=6x^2-x^3$ فما القيمة العظمى للدالة $f(x)$ في الفترة $[0\ ,3]$							
(A)	64	(B)	32	(C)	21	(D)	27

٦٤ في الشكل البياني التالي ، التمثيل البياني للدالة $f(x)$ عند أي نقطة يكون للدالة قيمة صعرى مطلقة ؟			
(A)	$(-2\ ,-3)$	(B)	$(4\ ,-2)$
(C)	$(1,4)$	(D)	$(0\ ,0)$



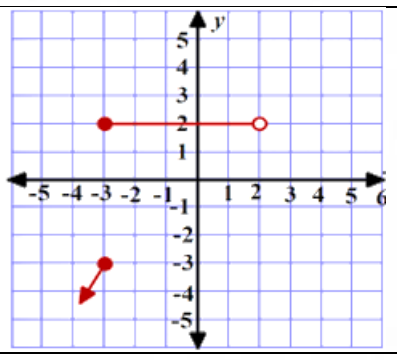
٦٥ إذا كانت $f(x)$ زوجية فإنها							
(A)	متماثلة حول المحور y	(B)	متماثلة حول المحور x	(C)	متماثلة حول نقطة الأصل	(D)	

٦٦ احسب قيمة $f(x)$ ؟			
(A)	$2\leq f(x)<5$	(B)	$1\leq f(x)\leq 7$
(C)	$-2\leq f(x)\leq 4$	(D)	$7\geq f(x)>6$



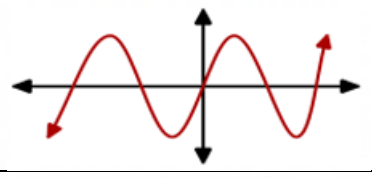
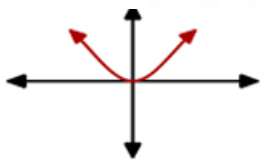
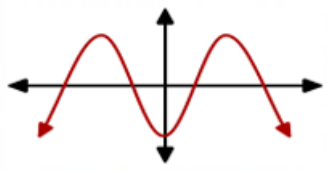
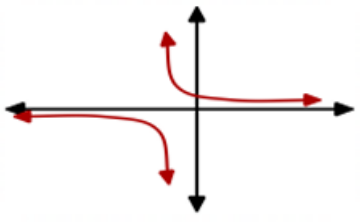
٦٧ منحنى الدالة التالية متماثلة حول $f(x)=x^5+x^3+x$ ؟							
(A)	x	(B)	y	(C)	نقطة الأصل	(D)	نفسه

٦٨ في الشكل التالي التمثيل البياني للدالة $f(x)$ ما مدي الدالة $f(x)$ ؟			
(A)	$(-\infty\ ,3)$	(B)	$(-\infty\ ,-3)\cup\{2\}$
(C)	$(-\infty\ ,3]$	(D)	$(-\infty\ ,-3)\cup\{3\}$



٦٩ الدالة $\frac{y^3}{x^3}=-5$:							
(A)	متماثلة حول محور x	(B)	غير متماثلة	(C)	متماثلة حول نقطة الأصل	(D)	متماثلة حول محور y

٧٠ أكبر قيمة لدالة في مجالها تسمى							
(A)	قيمة عظمى محلية	(B)	قيمة صغرى محلية	(C)	قيمة عظمى مطلقة	(D)	قيمة صغرى مطلقة

⑦١ أي الدوال التالية فردية ؟			
(A)		(B)	
(C)		(D)	

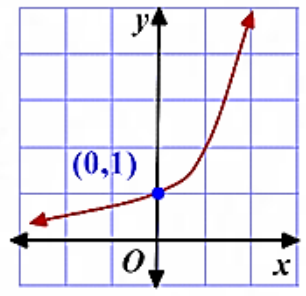
C	⑦١	C	⑦١	B	٥١	B	٤١	A	٣١	A	٢١	C	١١	C	١
		D	⑦٢	C	٥٢	D	٤٢	A	٣٢	B	٢٢	C	١٢	A	٢
		D	⑦٣	A	٥٣	A	٤٣	C	٣٣	C	٢٣	D	١٣	C	٣
		A	⑦٤	A	٥٤	A	٤٤	A	٣٤	D	٢٤	A	١٤	B	٤
		A	⑦٥	C	٥٥	C	٤٥	C	٣٥	A	٢٥	C	١٥	C	٥
		A	⑦٦	C	٥٦	A	٤٦	A	٣٦	D	٢٦	B	١٦	B	٦
		C	⑦٧	B	٥٧	D	٤٧	C	٣٧	D	٢٧	B	١٧	A	٧
		B	⑦٨	D	٥٨	D	٤٨	A	٣٨	D	٢٨	B	١٨	C	٨
		A	⑦٩	B	٥٩	A	٤٩	B	٣٩	C	٢٩	C	١٩	D	٩
		A	٧٠	C	٦٠	C	٥٠	B	٤٠	D	٣٠	A	٢٠	B	١٠

12) الـدوال : الأسيـة واللوغـاريتمـيـة

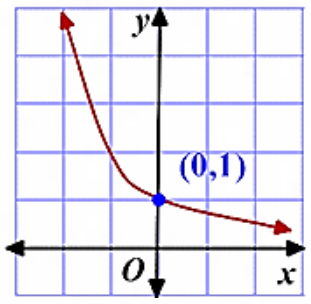
الدوال والمعادلات الأسية

- الدالة الرئيسية "الأم" : $f(x) = b^x$

$f(x) = b^x, b > 1$



$f(x) = b^x, 0 < b < 1$



المجال	مجموعة الأعداد الحقيقية R
المدى	مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+
مقطع المحور y	$y = 1$
مقطع المحور x "أصفار الدالة"	لا يوجد

- تنبية : الدالة $f(x) = b^x$ متزايدة إذا كانت $b > 1$ ، ومتناقصة إذا كانت $0 < b < 1$
- فائدة : عند تساوى الأساسات تكون الأسس متساوية والعكس صحيح ....

$$b^y = b^x \iff y = x$$

حيث $b > 0 , b \neq 1$ ، فمثلا .....

$$2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow x = 5$$

- للتذكير : $a^0 = 1, a^{-1} = \frac{1}{a}$

مثـال : ما قيمة x التى تحقق المعادلة $3^{x-1} = 27$ ؟

Ⓐ 2 Ⓑ 3 6

Ⓒ 4 Ⓓ 5 24

الحـــل : بما أن $27 = 3^3$ فإن .....

$$3^{x-1} = 3^3$$

$$x - 1 = 3 \Rightarrow x = 3 + 1 = 4$$

المتبـايـنـات الأسـيـة

$b > 1$	$b^x > x^y \iff x > y$
$0 < b < 1$	$b^x > x^y \iff x < y$

مثال توضيحي : نوجد قيمة x التى تحقق المتباينة $2^x > 2^5$ كالتالي :

$$2^x > 2^5 \Rightarrow x > 5$$

---

① منحنى الدالة الأسية $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ يقطع محور y في النقطة ....

A	$(0,0)$	B	$(0,1)$
C	$(1,0)$	D	$(1,1)$

② إذا كانت $2^{2x+2} = 2^{3x}$ فما قيمة x ؟

A	1	B	2
C	3	D	4

③ إذا كانت $2^{6x-3} = 8^{-3}$ فما قيمة x ؟

A	-1	B	1
C	4	D	21

④ إذا كانت $2^{2x+2} = 8$ فما قيمة x ؟

A	$\frac{1}{2}$	B	1
C	2	D	4

⑤ إذا كانت $2^{5x} = 4^{2x-1}$ فما قيمة x ؟

A	$-\frac{1}{7}$	B	-2
C	-1	D	$-\frac{1}{3}$

⑥ ما قيمة x التى تحقق المعادلة $16\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = 81$؟

A	-4	B	-2
C	2	D	4

⑦ إذا كانت $f(x) = 2x^n - 16$ فأوجد قيمة n التى تجعل $f(2) = 0$

A	2	B	3
C	4	D	5

⑧ ما قيمة x التى تحقق المعادلة $\frac{2}{-(4)^{1-x}} = -2$ ؟

A	2	B	1
C	-1	D	-2

⑨ ما قيمة x التى تحقق المتباينة $16^{2x-3} > 8$ ؟

A	$x < \frac{15}{8}$	B	$x > \frac{15}{8}$
C	$x > \frac{5}{8}$	D	$x < \frac{5}{8}$

اللـوغـاريتمـــات

- $log_b x$ نقرؤها لوغاريتم x للأساس b حيث x موجب و $b > 1$.
- التحويل بين الصورتين الأسية و اللوغاريتمية ....

$$b^y = x \iff y = log_b x$$
$$b^y < x \iff y = log_b x$$

  - مثـال توضيحي : قيمة $log_2 25$ تساوي 2 لأن .....

$$25 = 5^2$$

- فائدة : عند كتابة اللوغاريتم بدون أساس فإن أساسه 10 ويُسمى "اللوغاريتم العشري" .
- مثال توضيحي : الصورة اللوغاريتمية للمعادلة $(625)^{\frac{1}{4}} = 5$ هي .....

$$(625)^{\frac{1}{4}} = 5 \xrightarrow{\text{تحول إلى الصورة اللوغاريتمية}} log_{625} 5 = \frac{1}{4}$$

مثـــال : إذا كان $log_x 32 = 5$ فما قيمة x ؟

Ⓐ 1 Ⓑ 2 Ⓒ 5 Ⓓ 32

الحـل :

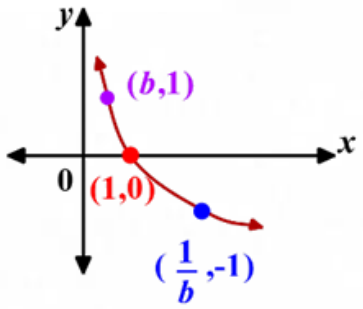
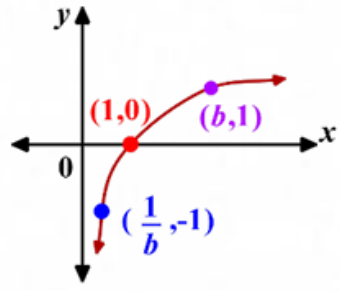
$$log_x 32 = 5 \xrightarrow{\text{تحول إلى الصورة الأسية}} x^5 = 32$$

ومنه فإن .....

$$x^5 = 2^5 \quad \Rightarrow \quad x = 2$$

اللـوغـاريتمـــات

- الدالة الرئيسية "الأم": $f(x) = log_b x$ حيث x, b عددان موجبان و $b \neq 1$ ؟

$f(x) = log_b x , b > 1$	$f(x) = log_b x ,$ $0 < b < 1$
	

- المجال : الأعداد الحقيقية الموجبة R^+.
- المدى : الأعداد الحقيقية R
- من صورة الدالة الوغاريتمية :

$$f(x) = \log_b(x - h) + k$$

- المجال : مجموعة حل المتباينة $x - h > 0$
- المقطع y : $y = f(0)$

⑩ ما قيمة $log_2 8$ ؟			
A	2^8	B	8^2
C	8	D	3

⑪ الصورة الأسية المكافئة للصورة اللوغاريتمية $log_y x = k$ هي			
A	$y^k = x$	B	$k^y = x$
C	$x^y = k$	D	$y^x = k$

⑫ إذا كان $log_x 81 = 2$ فإن x تساوي			
A	2	B	9
C	27	D	81

⑬ إذا كان $log_3(x + 6) = 2$ فإن x تساوي			
A	9	B	6
C	4	D	3

⑭ الصورة اللوغاريتمية للمعادلة $25^{\frac{3}{2}} = 125$ هي			
A	$log_5 25 = \frac{3}{2}$	B	$log_{25} 125 = \frac{3}{2}$
C	$log_5 125 = \frac{3}{2}$	D	$log_{125} 25 = \frac{3}{2}$

⑮ الصورة اللوغاريتمية المكافئة للعبارة اللوغاريتمية $log\ 100 = 2$ تساوى			
A	$100 = 10^2$	B	$10 = 100^2$
C	$100 = 2^{10}$	D	$2 = 10^{100}$

⑯ ما الصورة الأسية المكافئة للعبارة الوغاريتمية $\log_2 x \geq 3$ ؟			
A	$x \geq 3^2$	B	$x \geq 2^3$
C	$x \leq 3^2$	D	$x \leq 2^3$

⑰ مدى الدالة $f(x) = \log_3 x$ يساوي			
A	R	B	$[3, \infty)$
C	R^+	D	W

⑱ ما المقطع y للدالة اللوغاريتمية $f(x) = \log_2(x + 1) + 3$ ؟			
A	3	B	2
C	1	D	0

⑲ ما متوسط معدل التغير للدالة $f(x) = \log_2 x$ على الفترة $[1 , 2]$ ؟			
A	-2	B	-1
C	1	D	2

خصائـص اللـوغـاريتمـات

- خصائص أساسية .....

$$log_b 1 = 0 \quad log_b b = 1 \quad log_b b^x = x$$

- من أهم الخصائص .....

الضرب	$log_x ab = log_x a + log_x b$
القسمة	$log_x \frac{a}{b} = log_x a - log_x b$
لوغاريتم القوة	$log_b m^p = p\, log_b m$
تغيير الأساس	$log_b a = \frac{log_c a}{log_c b}$

مثـال 1 : ما قيمة المقدار التالي ؟

$$log_5(x+1) + log_5(x) - 2\, log_5(1+x)$$

Ⓐ $3\, log_5 x - log_5 1$ Ⓑ $3\, log_5 x$ Ⓒ $log_5 x^3$ Ⓓ $log_5 \frac{x}{x+1}$

الحــل : المقدار يساوي .....

$$log_5(x+1) + log_5(x) - log_5(x+1)^2$$
$$= [log_5(x+1) - log_5(x+1)^2] + log_5(x)$$
$$= log_5 \frac{(x+1)}{(x+1)^2} + log_5(x)$$
$$= log_5 \left(\frac{1}{x+1} \times x\right)$$
$$= log_5 \frac{x}{x+1}$$

مثـال 2 : ما قيمة $log_5(0.008)$؟

Ⓐ -3 Ⓑ -2 Ⓒ 2 Ⓓ 3

الحــل :

$$log_5(0.008) = log_5 \frac{8}{1000} = log_5 \left(\frac{2}{10}\right)^3$$
$$= log_5 \left(\frac{10}{2}\right)^{-3}$$
$$= log_5 (5)^{-3}$$
$$= -3$$

⑳ الصيغة الرياضية $\log_a a^n$ تساوي .....

A	n	B	a
C	1	D	-1

㉑ ما القيمة المختلفة عن القيم الثلاث الأخرى ؟

A	$log_2 16$	B	$log_3 81$
C	$log_5 125$	D	$log_4 256$

㉒ ما قيمة $log_6 \sqrt[3]{36}$

A	$\frac{3}{2}$	B	$1\frac{1}{3}$
C	$\frac{2}{3}$	D	$\frac{1}{2}$

㉓ ما قيمة $log_{16} 4 + log_7 \frac{1}{49}$ ؟

A	$-\frac{3}{2}$	B	$\frac{1}{2}$
C	1	D	$\frac{3}{2}$

㉔ ما قيمة $log_5 0.04$ ؟

A	-2	B	2
C	3	D	4.5

㉕ ما قيمة $log_{\sqrt{3}} 81$ ؟

A	2	B	4
C	6	D	8

㉖ إذا كانت $log_2 5 = 2.3$ فما قيمة $log_2 20$ ؟

A	4.3	B	4.6
C	9.2	D	10

㉗ المقدار $log\ x^2 + 3\, log\ x - log\ (x+1)$ يساوي .....

A	$log_5 x(x+1)$	B	$log_5 \frac{x+1}{x}$
C	$log\ x(x+1)$	D	$log\ \frac{x+1}{x}$

㉘ ما قيمة $log_{27} 81$ ؟

A	$\frac{1}{3}$	B	$\frac{1}{8}$
C	$\frac{4}{3}$	D	$\frac{5}{36}$

حل المعادلات والمتباينات اللوغاريتمية

- إذا كان كل من طرفي المعادلة أو المتباينة عبارة عن لوغاريتم ، ولهما نفس الأساس "أكبر من 1" ، فإننا نحذف اللوغاريتم من الطرفين ، فمثلا .....

$$\log_3(x-2) = \log_3 9 \Rightarrow x-2 = 9$$
(أو $>$ أو $<$)

- تنبيهان .....
  - نعوض بقيم المتغيرات في المعادلة ونستبعد القيم التى تجعل المعادلة لوغاريتم سالب .
  - لإيجاد حل المتباينة اللوغاريتيمية نوجد المجال لاستبعاد القيم التى تجعل اللوغاريتم غير معرف .

٢٩	قيمة x في المعادلة $\log_2 x = 3 - \log_2(x-2)$ تساوي		
A	4	B	2
C	-2	D	-4

٣٠	أي التالي يمثل حلا للمعادلة $\log_2(x^2-4) = \log_2 3x$ ؟		
A	-2	B	-1
C	1	D	4

٣١	أي التالي يمثل حلا للمعادلة $2\log_5 x - \log_5 4 = \log_5 9$ ؟		
A	6	B	9
C	18	D	36

٣٢	أي التالي يمثل حلا للمعادلة $\log_2 4x + \log_2 5 = \log_2 100$ ؟		
A	$\sqrt{5}$	B	5
C	$5\sqrt{5}$	D	20

٣٣	إذا كانت الدالة $g(x) = 8^{x+5}$, $f(x) = \log_2 x$ فأوجد $[f \circ g](x)$		
A	$x+5$	B	$2x+10$
C	$3x+15$	D	$8x+40$

٣٤	إذا كان $\log_2(3x) < \log_2(2x+3)$ فإن		
A	$x < 3$	B	$x > 3$
C	$0 > x > 3$	D	$0 < x < 3$

منصة الهدف التعليمية
قدرات وتحصيلي
مستر إبراهيم الشافعي

تجميعات إضافية على الدرس الثـاني عـشــر

٣٥	إذا كانت $3^{x+7} = 9^{x+2}$ فما قيمة x ؟						
(A)	2	(B)	3	(C)	4	(D)	5

٣٦	ما قيمة x فما يلي : $3^{3-1} = 27$ ؟						
(A)	5	(B)	4	(C)	3	(D)	2

٣٧	أوجد قيمة x فيما يلي : $6^{(4x-2)} = 36$ ؟						
(A)	5	(B)	6	(C)	4	(D)	1

٣٨	إذا كان $\log_x(32) = 5$ فما قيمة x ؟						
(A)	1	(B)	2	(C)	5	(D)	32

٣٩	ما قيمة $\log_{125} 5$ ؟						
(A)	$\frac{1}{3}$	(B)	$\frac{1}{2}$	(C)	3	(D)	2

٤٠	حول الصورة اللوغاريتمية التالية إلى أسية $\log_x y = k$ ؟						
(A)	$x^k = y$	(B)	$y^x = k$	(C)	$k^x = y$	(D)	$k^y = x$

٤١	ما قيمة : $\log_2 5 + \log_2 4$						
(A)	$\log_2 20$	(B)	$\log_4 20$	(C)	$\log_2 \frac{5}{4}$	(D)	$\log_4 \frac{5}{4}$

٤٢	الصورة الأسية $5^3 = 125$ تكافئ ؟						
(A)	$\log_5 125 = 3$	(B)	$\log_5 3 = 125$	(C)	$3 \log_5 = 125$	(D)	$\log_3 125 = 5$

٤٣	اكتب $x = \sqrt[5]{8}$ بالصورة اللوغاريتمية :						
(A)	$\log_{\frac{1}{5}} x = 8$	(B)	$\log_8 5 = x$	(C)	$\log_8 x = \frac{1}{5}$	(D)	$\log_{\frac{1}{5}} 8 = x$

٤٤	إذا كان $\log_3(x+6) = 2$ فإن x تساوي :						
(A)	9	(B)	6	(C)	4	(D)	3

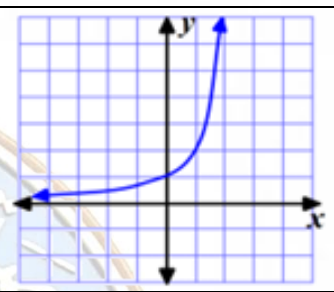
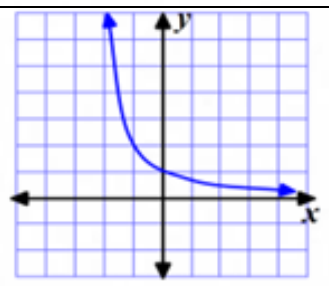
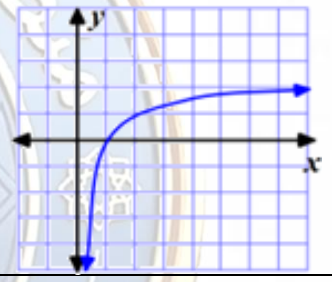
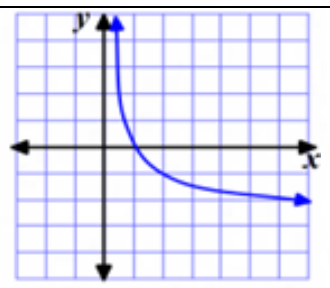
٤٥	إذا كان $\log_4(2x+8)=\frac{1}{2}$ فإن x تساوي :						
(A)	3	(B)	2	(C)	-2	(D)	-3
٤٦	ما مقدار $\log_4 64$ ؟						
(A)	4	(B)	16	(C)	3	(D)	9
٤٧	ما قيمة $\log_5(3125)$ ؟						
(A)	5	(B)	9	(C)	6	(D)	7
٤٨	ما قيمة $\log_2 \frac{1}{32}$ ؟						
(A)	5	(B)	-5	(C)	$\frac{1}{5}$	(D)	$-\frac{1}{5}$
٤٩	ما قيمة $\log_{1000} 10$ ؟						
(A)	3	(B)	$\frac{-1}{3}$	(C)	$\frac{1}{3}$	(D)	-3
٥٠	ما قيمة المقدار $\log_{\frac{1}{6}} \frac{1}{216}$ ؟						
(A)	1	(B)	2	(C)	3	(D)	6
٥١	ما هي قيمة x التى تجعل العلاقة التالية صحيحة $\log_{\sqrt{a}}(a)=x$ ؟						
(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	$-\frac{1}{2}$	(C)	2	(D)	-3
٥٢	أوجد قيمة x التى تحقق المعادلة : $1+2\log_2(x+1)=5$						
(A)	3	(B)	-3	(C)	1	(D)	2
٥٣	ما قيمة : $\log_2 5+\log_2 4$						
(A)	$\log_2 20$	(B)	$\log_4 20$	(C)	$\log_2 \frac{5}{4}$	(D)	$\log_4 \frac{5}{4}$
٥٤	إذا كان $2^{15}+2^{15}=2^x$ ، فما قيمة x ؟						
(A)	0	(B)	30	(C)	16	(D)	15
٥٥	ما قيمة المقدار $\log_3 13-\log_3 5$						
(A)	$\log_5 23$	(B)	$\log_3 \frac{13}{5}$	(C)	$\log_{13} 5$	(D)	$\frac{13}{5}$

٥٦	المقدار $2\log_5 x - \log_5(2x-5)$ يساوي :						
(A)	$\log_5 \frac{5}{2x-5}$	(B)	$\log_5 \frac{2x-5}{x^2}$	(C)	$\log_5 \frac{x^2}{2x-5}$	(D)	$\log_5 \frac{x}{2x+5}$
٥٧	ما مقدار $\log_5(x+1) + \log_5 x - 2\log_5(1+x)$ ؟						
(A)	$3\log_5 x - \log_5 1$	(B)	$\log_5 x^3$	(C)	$3\log_3 x$	(D)	$\log_5 \frac{x}{x+1}$
٥٨	حل المعادلة $(\log_2(\log_2(2x+8))) = \frac{1}{2}$ هو ؟						
(A)	8	(B)	6	(C)	4	(D)	2
٥٩	العبارة اللوغاريتمية $4\log_2 x + 5\log_2 y + 3\log_2 z$ تكافئ :						
(A)	$15\log_2 xyz$	(B)	$9\log_2 xyz$	(C)	$\log_2 xy^5z^3$	(D)	$3\log_2 xyz$
٦٠	إذا كان $\log_3(x^2-6) - \log_3 5x = 0$ فما قيمة x ؟						
(A)	6	(B)	-1	(C)	-6	(D)	1
٦١	حل المعادلة $\log_3 2 = \log_3(x-2)(x+4)$ يساوي : $\log_3(x^2+x-6)$						
(A)	2	(B)	-5	(C)	-1	(D)	1
٦٢	قيمة المقدار $3\log_3 9 - \log_5 \frac{1}{25}$						
(A)	8	(B)	4	(C)	10	(D)	6
٦٣	حل المعادلة $16^{x+2} \cdot 8^x = \frac{4}{2^x}$ هو :						
(A)	8	(B)	4	(C)	$-\frac{3}{4}$	(D)	$-\frac{2}{8}$
٦٤	عدد طلاب في مدرسة ما 500 طالب في عام 1437 إذا كانت نسبة الزيادة في أعداد الطلاب سنويا 20 % ، فإن عدد الطلاب في عام 1440؟						
(A)	900	(B)	864	(C)	961	(D)	480
٦٥	ما المقطع y للدالة اللوغاريتمية $y = log_2(x+1) + 3$ ؟						
(A)	3	(B)	2	(C)	1	(D)	0
٦٦	مجال الدالة $log_2 x$:						
(A)	R	(B)	Z	(C)	R^+	(D)	R^-

⑰ ما حل المتباينة $16^{2x-3} < 8$ هو :							
(A)	$x < \frac{15}{8}$	(B)	$x < \frac{5}{8}$	(C)	$x > \frac{15}{8}$	(D)	$x > \frac{5}{8}$

⑱ عين مجال الدالة $f(x) = \log \sqrt{x^2 - 4}$:			
(A)	$\{x \mid x \in R - [-2\,,2]\}$	(B)	$\{x \mid x \in R - (-2\,,2)\}$
(C)	$\{x \mid x \in R - [-2\,,2)\}$	(D)	$\{x \mid x \in R - (-2\,,2]\}$

⑲ خط التقارب للدالة $f(x) = \frac{1}{5}\ log\ (x-3)$ هو							
(A)	$x = 3$	(B)	$x = \frac{1}{5}$	(C)	$x = -3$	(D)	$x = -\frac{1}{5}$

⑳ الدالة العكسية للدالة $f(x) = 4^x$ هي :			
(A)		(B)	
(C)		(D)	

㉑ احسب قيمة x $5^{x-2} + 3 = 4$							
(A)	1	(B)	2	(C)	3	(D)	4

㉒ $log_2 \frac{4^2}{8}$							
(A)	1	(B)	2	(C)	3	(D)	4

㉓ $\left(\frac{3}{5}\right)^{2b-4} = \left(\frac{25}{9}\right)^{b-2}$							
(A)	1	(B)	2	(C)	3	(D)	8

㉔ $\log_5 x^2 = 4$							
(A)	$\pm\frac{1}{25}$	(B)	$\pm\frac{1}{5}$	(C)	± 25	(D)	± 5

⑦٥ المقدار $\log_3 3 + \log_3 9$ يساوي :							
(A)	$\log_3 12$	(B)	$\log_3 3$	(C)	$\log_3 9^3$	(D)	$\log_3 27$
⑦٦ $2^{x-3} + 2^3 = 9$							
(A)	1	(B)	2	(C)	3	(D)	4
⑦٧ $\log 3x^2y + \log xy - \log x^2y^2$							
(A)	$\log 3xy$	(B)	$\log 3x$	(C)	$\log xy^2$	(D)	$\log 3x^2y^2$
⑦٨ $\log_3 729$							
(A)	3	(B)	4	(C)	5	(D)	6
⑦٩ $\log_3 \sqrt{81}$							
(A)	2	(B)	4	(C)	8	(D)	-8
⑧٠ إذا كانت $\log_3 \frac{1}{81}$ فما قيمة x							
(A)	4	(B)	-4	(C)	2	(D)	-2
⑧١ إذا كن $x = \log_4 16$ فما قيمة x							
(A)	16	(B)	8	(C)	4	(D)	2
⑧٢ $\log_3 9^{x-1} = 0$							
(A)	1	(B)	2	(C)	-1	(D)	-2
⑧٣ ما قيمة x التى تحقق المعادلة $\log_3 9^{2-x} = 0$							
(A)	1	(B)	2	(C)	-1	(D)	-2
⑧٤ ما قيمة n التى تحقق المعادلة $2x^n - 32 = 0$ علمًا بأن $x = 2$							
(A)	3	(B)	5	(C)	2	(D)	4
⑧٥ إذا كانت $x = 2$ فما قيمة m التى تجعل الدالة $f(x) = 2x^m - 32$ تساوي صفرًا؟							
(A)	0	(B)	2	(C)	4	(D)	8

⑧⑥ منحنى الدالة $f(x) = \log_2 x$ يقطع المحور x في ؟							
(A)	$(1\ ,0)$	(B)	$(0\ ,0)$	(C)	$(1\ ,1)$	(D)	$(0\ ,1)$

⑧⑦ المقدار $343^{\frac{2}{3}}$ يساوى							
(A)	49	(B)	64	(C)	7	(D)	$\frac{1}{7}$

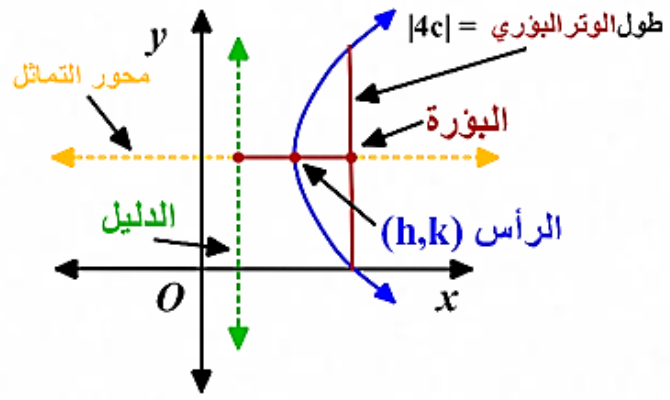
⑧⑧ أي من القيم n تجعل الدالة الأسية $f(x) = \left(\frac{n}{5}\right)^x$ دالة اضمحلال أسي ؟							
(A)	3	(B)	5	(C)	7	(D)	9

⑧⑨ المقطع y للدالة $f(x) = -4^{x+1} - 1$:							
(A)	-1	(B)	-5	(C)	-4	(D)	-11

D	⑧①	B	⑦①	B	⑥①	C	⑤①	A	④①	A	③①	C	②①	A	①①	D	①
A	⑧②	A	⑦②	A	⑥②	A	⑤②	A	④②	B	③②	C	②②	B	①②	D	②
B	⑧③	B	⑦③	C	⑥③	A	⑤③	C	④③	C	③③	A	②③	D	①③	A	③
D	⑧④	C	⑦④	B	⑥④	C	⑤④	D	④④	D	③④	A	②④	B	①④	A	④
C	⑧⑤	D	⑦⑤	A	⑥⑤	B	⑤⑤	D	④⑤	B	③⑤	D	②⑤	A	①⑤	D	⑤
A	⑧⑥	C	⑦⑥	C	⑥⑥	C	⑤⑥	C	④⑥	B	③⑥	A	②⑥	B	①⑥	B	⑥
A	⑧⑦	B	⑦⑦	A	⑥⑦	D	⑤⑦	A	④⑦	D	③⑦	C	②⑦	A	①⑦	B	⑦
A	⑧⑧	D	⑦⑧	A	⑥⑧	C	⑤⑧	B	④⑧	B	③⑧	C	②⑧	A	①⑧	B	⑧
B	⑧⑨	A	⑦⑨	A	⑥⑨	C	⑤⑨	B	④⑨	A	③⑨	A	②⑨	C	①⑨	B	⑨
		B	⑧⓪	C	⑦⓪	A	⑥⓪	C	⑤⓪	A	④⓪	D	③⓪	A	②⓪	D	⑩

13) القطـوع المخـروطيـة

القطـع المكـافئ

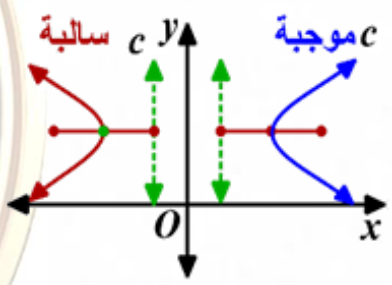


بُعد الرأس عن البؤرة = بُعد الرأس عن الدليل = $|c|$

القطـع المكـافئ المفتـوح أفقيـًا

- المعادلة $(y-k)^2 = 4c(x-h)$ ، "التربيع على y"

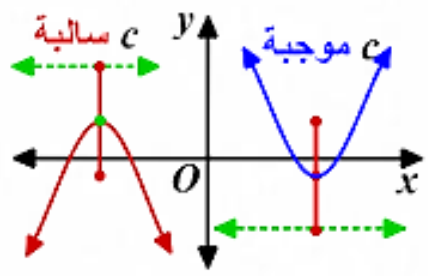
C موجبة	الفتحة لليمين
C سالبة	الفتحة لليسار



- البؤرة : $(h+c\,,k)$
- معادلة محور التماثل : $y = k$
- معادلة الدليل : $x = h - c$

القطـع المكـافئ المفتـوح رأسيـًا

- المعادلة : $(x-h)^2 = 4c(y-k)$ ، "التربيع على x"



- البؤرة : $(h\,,k+c)$.
- معادلة محور التماثل : $x = h$
- معادلة الدليل : $y = k - c$

---

① ما اتجاه القطع المكافئ $(y^2 = 8(x-5)$ ؟

A	يمين	B	يسار
C	أسفل	D	أعلى

② طول الوتر البؤري للقطع المكافئ $(y-1)^2 = -12(x+2)$ يساوي .....

A	-12	B	-6
C	6	D	12

③ ما إحداثيات بؤرة القطع المكافئ $y^2 = 4x$ ؟

A	$(0\,,1)$	B	$(1\,,0)$
C	$(0\,,4)$	D	$(4\,,0)$

④ معادلة محور تماثل القطع المكافئ $(y-4)^2 = -(x+1)$ هي .....

A	$y = 1$	B	$y = 4$
C	$x = 1$	D	$x = 4$

⑤ ما معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته $(2,5)$ ودليله $x = -3$ ؟

A	$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 = -10(y-5)$	B	$(y-5)^2 = 10\left(x+\frac{1}{2}\right)$
C	$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 = 10(y-5)$	D	$(y-5)^2 = -10\left(x+\frac{1}{2}\right)$

⑥ منحنى القطع المكافئ الذي معادلته $(x-2)^2 = -6(y+1)$ يكون مفتوحًا .....

A	أفقيًا لليسار	B	أفقيًا لليمين
C	رأسيًا للأعلى	D	رأسيًا للأسفل

⑦ ما إحداثيات بؤرة القطع المكافئ $x^2 = 100(y-5)$ ؟

A	$(0\,,30)$	B	$(25\,,5)$
C	$(5\,,30)$	D	$(30\,,0)$

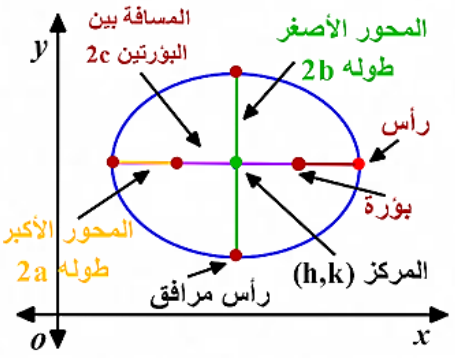
⑧ ما اتجاه القطع المكافئ الذي رأسه $(1\,,2)$ ودليله $y = 5$ ؟

A	يمين	B	يسار
C	أعلى	D	أسفل

⑨ ما إحداثيات رأس القطع المكافئ $(x-2)^2 = 8(y+2)$ ؟

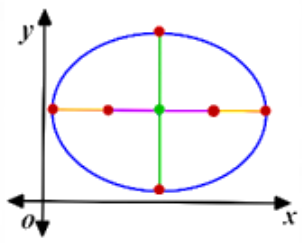
A	$(-2\,,-2)$	B	$(-2\,,2)$
C	$(2\,,-2)$	D	$(2\,,2)$

القطـع الـنـاقــص



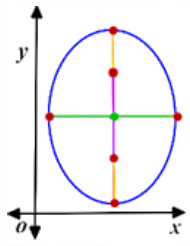
- العلاقة بين a , b , c : $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, $a > b$.

القطـع الـنـاقص الذي محوره الأكبر أفقي



- المعادلة : $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
- البؤرتان : $(h \pm c\ ,\ k)$
- الرأسان : $(h \pm a\ ,\ k)$
- الرأسان المرافقان : $(h\ ,\ k \pm b)$
- معادلة المحور الأكبر : $y = k$
- معادلة المحور الأصغر : $x = h$

القطـع الـنـاقص الذي محوره الأكبر رأسي



- المعادلة : $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
- البؤرتان : $(h\ ,\ k \pm c)$
- الرأسان : $(h\ ,\ k \pm a)$
- الرأسان المرافقان : $(h \pm b\ ,\ k)$
- معادلة المحور الأكبر : $x = h$
- معادلة المحور الأصغر : $y = k$

الأختـلاف المـركزي للقطـع الـنـاقـص

$$e = \frac{c}{a}$$

الاختلاف المركزي ، البعد بين المركز و البؤرة ، البعد بين المركز والرأس

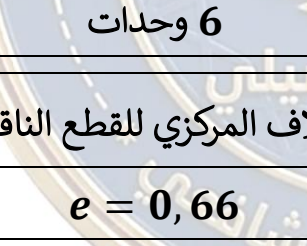
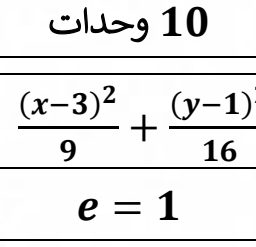
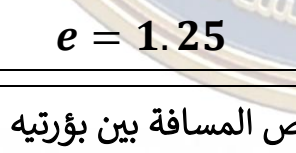
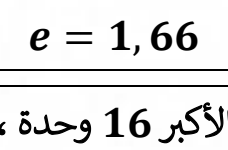
- قيمة e تنحصر بين 0 و 1
- عندما $e = 0$ فإن القطع الناقص يصبح دائرة .

---

⑩ في القطع الناقص $\frac{(x-2)^2}{36} + \frac{(y-12)^2}{9} = 1$ ، طول المحور الأكبر ....

A	4 وحدات	B	6 وحدات
C	12 وحدة	D	18 وحدة

⑪ التمثيل البياني للقطع الذي معادلته $\frac{(x+1)^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$ هو .....

A		B	
C		D	

⑫ مركز القطع الذي معادلته $\frac{(x-1)^2}{3} + \frac{(y-5)^2}{7} = 1$ هو ....

A	$(-1\ ,-5)$	B	$(1\ ,5)$
C	$(-1\ ,5)$	D	$(1\ ,-5)$

⑬ قيمة k في القطع الناقص $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{k} = 1$ الذي إحدى بؤرتيه $(0\ ,3)$ .....

A	1	B	7
C	13	D	25

⑭ في القطع الناقص $\frac{x^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{25} = 1$ طول المحور الأصغر .....

A	3 وحدات	B	5 وحدات
C	6 وحدات	D	10 وحدات

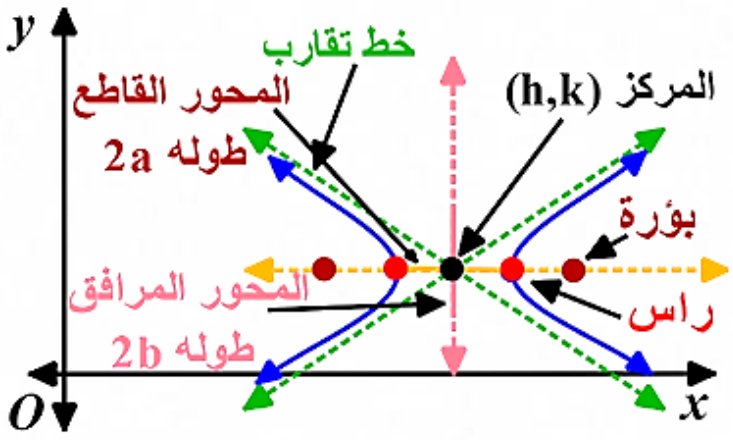
⑮ ما الاختلاف المركزي للقطع الناقص الذي معادلته $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$

A	$e = 0,66$	B	$e = 1$
C	$e = 1.25$	D	$e = 1,66$

⑯ قطع ناقص المسافة بين بؤرتيه 10 وحدات وطول محوره الأكبر 16 وحدة ، ما اختلافه المركزي e ؟

A	$\frac{5}{8}$	B	10
C	6	D	$\frac{8}{5}$

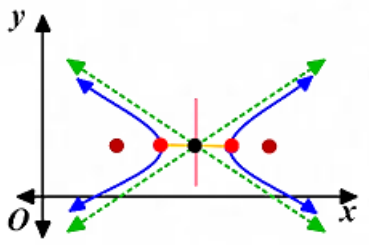
القطـع الـزائـد



البُعد بين البؤرة والمركز C

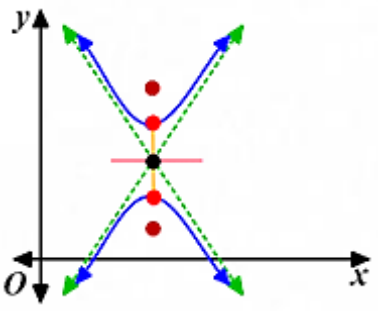
- العلاقة بين a , b , c : $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.

القطـع الزائد الذي محوره القاطع أفقي



- المعادلة : $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$
- البؤرتان : $(h \pm c\ ,\ k)$
- الرأسان : $(h \pm a\ ,\ k)$
- معادلة المحور القاطع : $y = k$
- معادلة المحور المرافق : $x = h$
- خطا التقارب : $y - k = \pm\frac{b}{a}(x - h)$

القطـع الـناقص الذي محوره الأكبر رأسي



- المعادلة : $\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$
- البؤرتان : $(h\ ,\ k \pm c)$
- الرأسان : $(h\ ,\ k \pm a)$
- معادلة المحور القاطع : $x = h$
- معادلة المحور المرافق : $y = k$
- خطا التقارب : $y - k = \pm\frac{a}{b}(x - h)$

⑰ في القطع الزائد $\frac{(x-2)^2}{5} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$ ، مركز القطع النقطة .....

A	$(1\ ,4)$	B	$(2\ ,5)$
C	$(-2\ ,-1)$	D	$(2\ ,1)$

⑱ المحور القاطع للقطع الزائد $\frac{(x-5)^2}{9} - \frac{(y-7)^2}{16} = 1$ هو ....

A	$x = 5$	B	$x = 7$
C	$y = 5$	D	$y = 7$

⑲ في القطع الزائد $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ ، طول المحور القاطع ..... وحدات

A	3	B	4
C	6	D	8

⑳ في القطع الزائد $\frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{16} = 1$ ، البعد بين المركز والرأس .....

A	وحدتان	B	4 وحدات
C	8 وحدات	D	16 وحدة

㉑ ما معادلة خطي التقارب للقطع الزائد $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ ؟

A	$y = \pm 4x$	B	$y = \pm\frac{3}{4}x$
C	$y = \pm\frac{4}{3}x$	D	$y = \pm\frac{9}{16}x$

㉒ قطع زائد مركزه $(-4\ ,\ 2)$ وأحد بؤرتيه $(-4\ ,\ 7)$ ، وطول محوره القاطع 8 وحدات ، ما معادلته ؟

A	$9(x-2)^2 - 16(y+4)^2 = 144$
B	$16(x-2)^2 - 9(y+4)^2 = 144$
C	$9(x-2)^2 + 16(y+4)^2 = 144$
D	$16(x-2)^2 + 9(y+4)^2 = 144$

㉓ مركز القطع الزائد $\frac{(y-4)^2}{48} - \frac{(x+5)^2}{36} = 1$ هو النقطة .....

A	$(5\ ,4)$	B	$(4\ ,5)$
C	$(-5\ ,4)$	D	$(5\ ,-4)$

㉔ ما معادلة خطي التقارب للقطع الزائد $\frac{(y-1)^2}{9} - \frac{(x+2)^2}{16}$ ؟

A	$(y-1) = \pm\frac{9}{16}(x+2)$	B	$(y-1) = \pm\frac{16}{9}(x+2)$
C	$(y-1) = \pm\frac{3}{4}(x+2)$	D	$(y-1) = \pm\frac{4}{3}(x+2)$

الأختلاف المركزي للقطع الزائد

$$e = \frac{c}{a}$$

الاختلاف المركزي ، البعد بين المركز و البؤرة ، البعد بين المركز والرأس

- قيمة الاختلاف المركزي e أكبر من 1

معادلة الدرجة الثانية وتصنيف القطوع

- الصورة العامة لمعادلة الدرجة الثانية في متغيرين ....

$$Ax^2 + Bxy + cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

وتُمثل .....

قطعًا مكافئًا	إذا كان $B^2 - 4AC = 0$
قطعًا زائدًا	إذا كان $B^2 - 4AC$ موجبًا
قطعًا ناقصًا	إذا كان $B^2 - 4AC$ سالبًا

- فائدة : في القطع الناقص إذا كان $B = 0$ و $A = C$ فإن القطع الناقص يصبح دائرة .

٢٥	الاختلاف المركزي للقطع الزائد $\left(\frac{x}{3} - \frac{y}{2}\right)\left(\frac{x}{3} + \frac{y}{2}\right) = 0$ يساوي		
A	$\frac{\sqrt{13}}{2}$	B	$\frac{\sqrt{13}}{3}$
C	$\frac{2}{\sqrt{13}}$	D	$\frac{3}{\sqrt{13}}$

٢٦	ما نوع القطع الذي تمثله المعادلة $4x^2 - 3y^2 + 4y - 12 - 2x = 0$		
A	قطع مكافئ	B	قطع زائد
C	قطع ناقص	D	دائرة

٢٧	$4x^2 + cy^2 + 2x - 2y - 18 = 0$ معادلة دائرة عندما تكون قيمة c تساوي		
A	-8	B	-4
C	4	D	8

٢٨	أي التالي يمثل قطعًا ناقصًا ؟	
A	$25x^2 + 25y^2 - 20x + 10y + 457 = 0$	
B	$25x^2 - y^2 - 19x + 22y + 457 = 0$	
C	$25x^2 + y^2 - 19x + 22y + 457 = 0$	
D	$25x^2 - 19x + 22y + 457 = 0$	

منصة الهدف التعليمية
قدرات وتحصيلي
مستر إبراهيم الشافعي

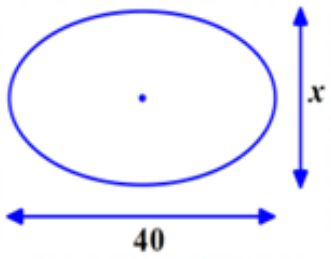
تجميعات إضافية على الدرس الثـالـث عـشــر

٢٩	ما اتجاه القطع المكافئ $x^2 = 8(y - 8)$ ؟						
(A)	يمين	(B)	يسار	(C)	أسفل	(D)	أعلى
٣٠	حدد اتجاه القطع المكافئ الذي بؤرته $(3 , 5)$ ودليله $y = 1$ ؟						
(A)	اليمين	(B)	اليسار	(C)	الأعلى	(D)	الأسفل
٣١	اتجاه القطع المكافئ في المعادلة التالية $x^2 = 3(y - 2)$ ؟						
(A)	للأسفل	(B)	للأعلى	(C)	لليمين	(D)	لليسار
٣٢	منحنى القطع المكافئ الذي معادلته : $(x - 2)^2 = -6(y + 1)$ يكون مفتوحًا :						
(A)	أفقيًا لليسار	(B)	أفقيًا لليمين	(C)	رأسيًا للأعلى	(D)	رأسيًا لأسفل
٣٣	القطع الذي دليله $x = 1$ ، والرأس $(-1 , 3)$ يكون مفتوح لـ						
(A)	الأعلى	(B)	اليمين	(C)	الأسفل	(D)	اليسار
٣٤	أوجد طول الوتر البؤري للقطع المكافئ التالي : $(y - 5)^2 = 8(x - 3)$						
(A)	3 وحدات	(B)	5 وحدات	(C)	10 وحدات	(D)	8 وحدات
٣٥	ما إحداثيات رأس القطع المكافئ $(y + 3)^2 = 2(x - 2)$ ؟						
(A)	$(-3 , 2)$	(B)	$(-2 , 3)$	(C)	$(2 , -3)$	(D)	$(3 , -2)$
٣٦	أوجد معادلة محور التماثل للقطع المكافئ الذي معادلته : $x^2 - 2x + y = 16$						
(A)	$x = 17$	(B)	$x = 1$	(C)	$y = 17$	(D)	$x = -17$
٣٧	معادلة محور التماثل لقطع مكافئ معادلته $y = x^2 + 2x + 26$						
(A)	$x = 1$	(B)	$x = 25$	(C)	$x = -25$	(D)	$x = -1$
٣٨	القطع المكافئ الذي معادلته $(x - 1)^2 = 4(y + 2)$ بؤرته هي :						
(A)	$(1 , -2)$	(B)	$(1 , -1)$	(C)	$(1 , -3)$	(D)	$(2 , -2)$

٣٩ حدد في أي ربع لا يمر القطع المكافئ $(x+2)^2 = 3(y+1)$							
(A)	الربع الأول	(B)	الربع الثاني	(C)	الربع الثالث	(D)	الربع الرابع

٤٠ إذا كانت معادلة القطع المكافئ هي $4(y-k) = (x-h)^2$ ما المسافة بين البؤرة والدليل ؟							
(A)	4	(B)	8	(C)	16	(D)	2

٤١ إذا كانت هناك بوابة مقوسة بشكل قطع مكافئ $x^2 = 144y$ وكان معلق في بؤرتها مصباح ، كم يبعد المصباح عن البوابة ؟				
(A)	144	(B)	72	
(C)	36	(D)	12	

٤٢ يوضح الشكل المجاور شكل قطع ناقص ، اختلافه المركزي 0.5 أوجد قيمة x :				
(A)	$10\sqrt{3}$	(B)	$20\sqrt{3}$	
(C)	$3\sqrt{20}$	(D)	$3\sqrt{10}$	

٤٣ أوجد طول المحور الأكبر في القطع الناقص التالي : $\frac{x^2}{25} + \frac{(y-1)^2}{16} = 1$							
(A)	25	(B)	4	(C)	10	(D)	8

٤٤ في القطع الناقص إذا كان الرأسان $(4,-3)(4,9)$ وطول المحور الأصغر 6 وحدات ، أوجد الرأسان المرافقان ؟							
(A)	$(3,1)(3,7)$	(B)	$(8,3)(6,3)$	(C)	$(4,3)(4,7)$	(D)	$(7,3)(1,3)$

٤٥ مركز القطع الزائد $\frac{(y+4)^2}{48} + \frac{(x-5)^2}{36} = 1$							
(A)	$(5,-4)$	(B)	$(4,-5)$	(C)	$(48,36)$	(D)	$(36,48)$

٤٦ معادلة المحور القاطع للقطع الزائد $\frac{x^2}{4} - \frac{(y-3)^2}{9} = 1$							
(A)	$y=-1$	(B)	$x=0$	(C)	$y=1$	(D)	$y=3$

٤٧ ما معادلة المحور القاطع للقطع الزائدة $\frac{x^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$ ؟							
(A)	$y=-1$	(B)	$y=9$	(C)	$y=1$	(D)	$y=0$

٤٨	احسب البؤرتان للقطع الزائد الآتى $\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$ ؟							
(A)	$(0 , 0 \pm \sqrt{5})$	(B)	$(0 , 0 \pm \sqrt{17})$	(C)	$(0 \pm \sqrt{5} , 0)$	(D)	$(0 \pm \sqrt{17} , 0)$	

٤٩	ما مركز الدائرة التالي معادلتها : $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$							
(A)	$(-2 , -1)$	(B)	$(-2 , 1)$	(C)	$(2 , -1)$	(D)	$(2 , 1)$	

٥٠	المعادلة $y^2 - x^2 - 4 = 0$ تمثل :							
(A)	قطع مكافئ	(B)	قطع زائد	(C)	قطع ناقص	(D)	دائرة	

٥١	المعادلة $16x^2 - 25y^2 - 128x - 144 = 0$ تمثل قطع :							
(A)	قطع مكافئ	(B)	قطع ناقص	(C)	قطع زائد	(D)	دائرة	

٥٢	أي المعادلات الآتية تمس المحورين :		
(A)	$x^2 - y^2 = 1$	(B)	$x^2 + (y-1)^2 = 2$
(C)	$(y-2)^2 + (y+2)^2 = 2$	(D)	$(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$

٥٣	في القطع الناقص قيمة الاختلاف المركزي e تنحصر بين 0 و ؟							
(A)	1	(B)	-2	(C)	-1	(D)	2	

٥٤	القطع الناقص الذي اختلافه المركزي $e = 0$ عبارة عن :							
(A)	قطع مكافئ	(B)	قطع زائد	(C)	دائرة	(D)	مربع	

٥٥	قيمة الاختلاف تامركزي e أكبر من 1 في :							
(A)	القطع المكافئ	(B)	القطع الزائد	(C)	القطع الناقص	(D)	الدائرة	

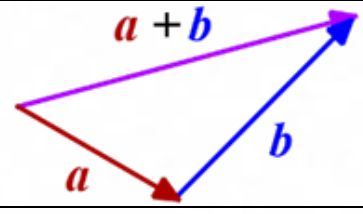
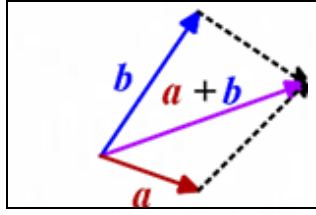
①	A	⑪	A	㉑	C	㉛	C	㊶	C	㊵	C
②	C	⑫	B	㉒	A	㉜	D	㊷	B	㊷	D
③	B	⑬	D	㉓	C	㉝	B	㊸	C	㊸	A
④	B	⑭	C	㉔	C	㉞	D	㊹	D	㊹	C
⑤	B	⑮	A	㉕	B	㉟	C	㊺	A	㊺	B
⑥	D	⑯	A	㉖	B	㊱	B	㊻	B	㊻	D
⑦	A	⑰	D	㉗	D	㊲	C	㊼	D	㊼	C
⑧	D	⑱	D	㉘	D	㊳	C	㊽	B	㊽	A
⑨	C	⑲	D	㉙	D	㊴	D	㊾	D	㊾	C
⑩	C	⑳	C	㉚	A	㊵	C	㊿	D	㊿	B

منصة الهدف التعليمية
قدرات وتحصيلي
مستر إبراهيم الشافعي

14) المتجهات

بعض العلاقات بين متجهين

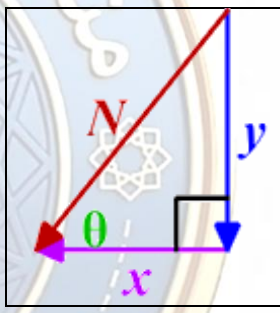
- المتجهان المتوازيان : لهما نفس الاتجاه إذا كان لهما نفس الإشارات ، أما إذا اختلفت الإشارات فإن لهما اتجاهين متعاكسين .
- المتجهان المتساويان : لهما الاتجاه نفسه والطول نفسه.
- المحصلة : نوجد محصلة المتجهين a و b باستخدام...

قاعدة المثلث	قاعدة متوازي الأضلاع
	

- فائدة : إذا كان المتجهان متعامدين فإننا نُوجد قيمة متجه المحصلة باستخدام نظرية فيثاغورث.

تحليل متجه إلى مركبتين متعامدتين

المركبة الأفقية	$\|x\| = N\cos\theta$
المركبة الرأسية	$\|x\| = N\sin\theta$



- فائدة : كلما تقترب قيمة θ من الصفر تزداد قيمة المركبة الأفقية .

مثال : يدفع على عربة قص عشب بقوة مقدارها 450 N ، وبزاوية قياسها $60°$ مع سطح الأرض ، ما مقدار المركبة الأفقية ؟

المركبة الأفقية = $N\cos\theta = 450\ \cos 60°$

$= 450 \times \frac{1}{2}$

$= 225\ N$

---

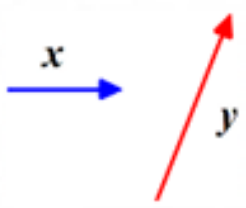
① إذا كان المتجهة $a = \langle 3, 5\rangle$ يوازي المتجه b وعكس اتجاهه ، فإن b يساوي .....

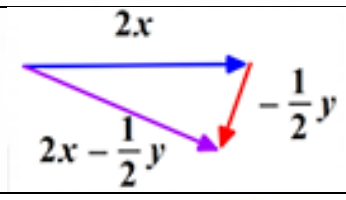
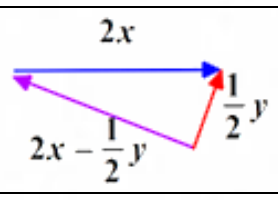
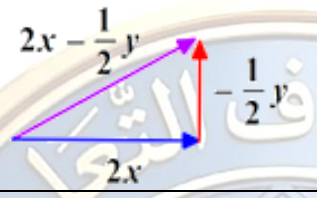
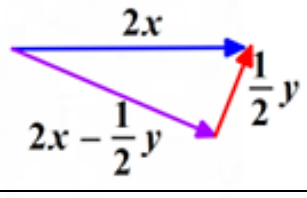
A	$\langle -3, -5\rangle$	B	$\langle 0, 3\rangle$
C	$\langle \frac{1}{3}, \frac{1}{5}\rangle$	D	$\langle 6, 10\rangle$

② إذا كان المتجهان $8\ xy$ ، $5\ xy$ متوازيين ومتعاكسين فإن محصلتهما تساوي ....

A	$3\ xy$	B	$5\ xy$
C	$8\ xy$	D	$13\ xy$

③ إذا كان الشكل يُمثل المتجهين x, y ، فأي التالي يُمثل المتجه $2x - \frac{1}{2}y$ ؟

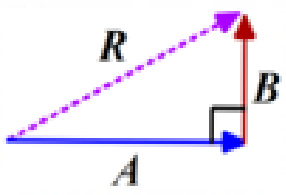


A		B	
C		D	

④ إذا كان A, B, C ثلاث نقاط في مستوى فإن $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ تساوي ....

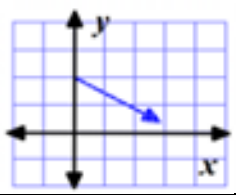
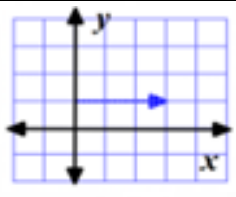
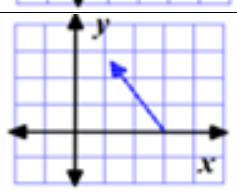
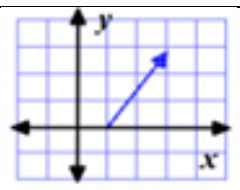
A	AB	B	$\overrightarrow{AB}$
C	AC	D	$\overrightarrow{AC}$

⑤ في الشكل ، إذا كانت قيمة المتجهة A تساوي 5 ، وقيمة المتجه B تساوي 6 ، فما قيمة متجه المحصلة R ؟



A	$\sqrt{61}$	B	$\sqrt{40}$
C	$\sqrt{13}$	D	$\sqrt{11}$

⑥ أي المتجهات التالية له مركبة أفقية أكبر ؟

A		B	
C		D	

⑦ تسير باخرة بزاوية قيمتها $60°$ مع الأفق وبسرعة $100\ km/h$ ، ما مقدار المركبة الأفقية لسرعة الباخرة ؟

A	AB	B	$\overrightarrow{AB}$
C	AC	D	$\overrightarrow{AC}$

المتجهات في المستوى الإحداثي

- الصورة الإحداثية لمتجه بدايته النقطة $A(x_1 , y_1)$ ونهايته النقطة $B(x_2 , y_2)$ ....

$$\overrightarrow{AB} = \langle x_2 - x_1 , y_2 - y_1 \rangle = \langle x , y \rangle$$

مثـال : ما الصورة الإحداثية لـ $\overrightarrow{AB}$ حيث $A(5 , 3), B(6 , -9)$ ؟

Ⓐ $\langle 11 , -6 \rangle$ Ⓑ $\langle 1 , -12 \rangle$ 6

Ⓒ $\langle -1 , 12 \rangle$ Ⓓ $\langle 30 , 27 \rangle$ 24

الحـل :

$$\overrightarrow{AB} = \langle x_2 - x_1 , y_2 - y_1 \rangle$$
$$= \langle 6 - 5 , -9 - 3 \rangle = \langle 1 , -12 \rangle$$

- طول متجه : إذا كان $\overrightarrow{AB} = \langle x , y \rangle$ فإن .....

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

العمليات على المتجهات في المستوى

- للمتجهين $a = \langle a_1 , a_2 \rangle , b = \langle b_1 , b_2 \rangle$ ....

جمع المتجهين	$a + b = \langle a_1 + b_1 , a_2 + b_2 \rangle$
طرح المتجهين	$a - b = \langle a_1 - b_1 , a_2 - b_2 \rangle$
ضرب المتجه a بعدد حقيقي	$ka = \langle ka_1 , ka_2 \rangle$

- مثال توضيحي : إذا كان $u = \langle 3 , -2 \rangle , v = \langle 5 , 7 \rangle$ فإن .....

$$u + v = \langle 3 + 5 , -2 + 7 \rangle = \langle 8 , 5 \rangle$$
$$u - v = \langle 3 - 5 , -2 - 7 \rangle = \langle -2 , -9 \rangle$$
$$4u = \langle 4(3) , 4(-2) \rangle = \langle 12 , -8 \rangle$$

العمليات على المتجهات في المستوى

- متجه الوحدة باتجاه المتجه v ، متجه طوله 1 وحدة طول واتجاهه نفس اتجاه v

$$u = \frac{v}{|v|}$$

متجه الوحدة باتجاه v ، طول المتجه v

- متجها الوحدة القياسيان .....

$\mathbf{i} = \langle 1 , 0 \rangle$, $j = \langle 0 , 1 \rangle$

متجه الوحدة باتجاه x

متجه الوحدة باتجاه y

- التوافق الخطي : كتابة المتجه $v = \langle a , b \rangle$ على الصورة $v = ai + bj$

---

⑧ ما الصورة الإحداثية لـ $\overrightarrow{AB}$ ، حيث $A(-4 , 1) , B(2 , -5)$ ؟

A	$\langle -8 , -5 \rangle$	B	$\langle -4 , 1 \rangle$
C	$\langle 6 , -6 \rangle$	D	$\langle 2 , -5 \rangle$

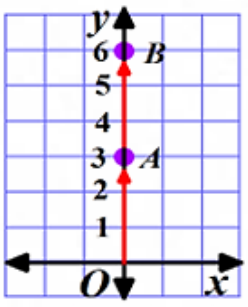
⑨ إذا كانت الصورة الإحداثية للمتجه $\overrightarrow{AB} = \langle 7 , 4 \rangle$ ، وكانت $A(d , 1) , B(4 , 5)$ فإن d تساوي .....

A	-3	B	0
C	3	D	7

⑩ طول المتجه $c = \langle 0 , 6 \rangle$ يساوي .....

A	8	B	6
C	4	D	2

⑪ من التمثيل البياني إذا كان طول المتجه $OA = 3$ ، فما طول المتجه AB ؟



A	0	B	3
C	5	D	6

⑫ إذا كان $A = \langle 3 , 4 \rangle , B = \langle 2 , -1 \rangle$ ، فأوجد $3A - B$

A	$\langle 7 , 13 \rangle$	B	$\langle 1 , 5 \rangle$
C	$\langle 11 , 13 \rangle$	D	$\langle 7 , 3 \rangle$

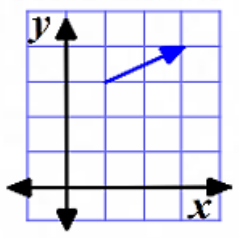
⑬ إذا كان $A = \langle 1 , 2 \rangle , B = \langle -3 , 5 \rangle , C = \langle 4 , 0 \rangle$ ، فأوجد $C - 2A + B$

A	$\langle 1 , -1 \rangle$	B	$\langle -1 , 1 \rangle$
C	$\langle 0 , -14 \rangle$	D	$\langle -14 , 0 \rangle$

⑭ متجه الوحدة u الذي له نفس اتجاه $v = \langle \sqrt{2} , \sqrt{2} \rangle$ هو .....

A	$\langle \frac{\sqrt{2}}{2} , \frac{\sqrt{2}}{2} \rangle$	B	$\langle -1 , -1 \rangle$
C	$\langle \frac{1}{2} , \frac{1}{2} \rangle$	D	$\langle \frac{-1}{2} , \frac{-1}{2} \rangle$

⑮ أي التالي يعبر عن المتجه الممثل في الشكل ؟



A	$3\mathbf{i} + \mathbf{j}$	B	$-3\mathbf{i} + \mathbf{j}$
C	$2\mathbf{i} - \mathbf{j}$	D	$-2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$

⑯ المتجه $\overrightarrow{AB}$ حيث $A = (-2 , 7), B(6 , 3)$ يكتب بدلالة متجهي الوحدة على الصورة ....

A	$8\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$	B	$-8\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$
C	$4\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$	D	$-4\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$

المتجه بمعلومية طوله وزاوية اتجاهه

- اتجاه المتجه : قياس الزاوية مع الاتجاه الموجب لمحور x
- إذا علمنا طول المتجهه v وزاوية اتجاهه مع الأفقى "الاتجاه الموجب لمحور x" فإن اللصورة الإحداثية له
$$\mathrm{v} = \langle |\mathrm{v}| \cos\theta \ , |\mathrm{v}| \sin\theta \rangle$$
- إذا علمنا إحداثي متجه $\mathrm{v} = (a \ , b)$ يمكننا حساب زاوية اتجاهه من إحدى العلاقتين التاليتين :

a موجبة	$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$
a سالبة	$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) + \pi$

الضرب الداخلي لمتجهين

- إذا كان $a0 = \langle a_1 \ , a_2 \rangle \ , b = \langle b_1 \ , b_2 \rangle$ متجهان في المستوى الإحداثي فإن ....
$$a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2$$
الضرب الداخلي "القياسي"
- شرط تعامد متجهين أن يكون $a \cdot b = 0$
- قياس الزاوية بين متجهين .....
$$\cos\theta = \frac{a \cdot b}{|a| \ |b|}$$
قياس الزاوية بين متجهين ، الضرب القياسي للمتجهين ، ضرب طولى المتجهين

المتجهات في الفضاء ثلاثي الأبعاد

- إذا كان $A(x_1 \ , y_1 \ , z_1)$ و $B(x_2 \ , y_2 \ , z_2)$ فإن ....
$$\overrightarrow{AB} = \langle x_2 - x_1 \ , y_2 - y_1 \ , z_2 - z_1 \rangle = \langle x \ , y \ , z \rangle$$
- متجهات الوحدة القياسية .....
$$\mathrm{i} = \langle 1 \ , 0 \ , 0 \rangle \ \ , \mathrm{j} = \langle 0 \ , 1 \ , 0 \rangle \ , \mathrm{k} = \langle 0 \ , 0 \ , 1 \rangle$$
- التوافق الخطي : كتابة المتجه
$$\mathrm{v} = v_1 \mathrm{i} + v_2 \mathrm{j} + v_3 \mathrm{k}$$
- طول المتجه : $|\mathrm{v}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$
- متجه الوحدة باتجاه : v : $\mathrm{u} = \frac{\mathrm{v}}{|\mathrm{v}|}$

---

⑰ ما الصورة الإحداثية لمتجه طوله 6 وزاوية اتجاهه مع الأفقى $150°$ ؟

A	$\langle -3\sqrt{3} \ , 3 \rangle$	B	$\langle 3 \ , -3\sqrt{3} \rangle$
C	$\langle 3 \ , 3\sqrt{3} \rangle$	D	$\langle 3\sqrt{3} \ , -3 \rangle$

⑱ أي المتجهات طوله $2\sqrt{2}$ وزاوية اتجاهه $45°$ ؟

A	$\langle 2 \ , -2 \rangle$	B	$\langle -2 \ , 2 \rangle$
C	$\mathbf{i} + \mathbf{j}$	D	$2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$

⑲ إذا كان $\boldsymbol{C = (0 \ , 0) \ , A = (7, 3) \ , B = (3 \ , 4)}$ ، فأوجد $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BA}$

A	0	B	5
C	25	D	28

⑳ إذا كان حاصل الضرب الداخلي لمتجهين يساوي صفر فإن الزاوية بينهما تكون .....

A	حادة	B	قائمة
C	منفرجة	D	مستقيمة

㉑ المتجه العمودي على المتجه $\mathbf{v} = (4 \ , -1)$ هو .....

A	$\langle -1 \ , 4 \rangle$	B	$\langle 8 \ , 2 \rangle$
C	$\langle 2 \ , 8 \rangle$	D	$\langle 1 \ , -4 \rangle$

㉒ إذا كان $\mathbf{u} = \langle -3 \ , 6 \rangle \ , \mathbf{v} = \langle 2 \ , -5 \rangle \ , \mathbf{w} = \langle 8 \ , 4 \rangle \ , \mathbf{c} = \langle -2 \ , 7 \rangle$ ، فإن المتجهين المتعامدين هما .....

A	u , v	B	v , w
C	u , w	D	v , c

㉓ ما قيمة $\boldsymbol{a}$ التى تجعل المتجهين $\boldsymbol{u = ai + 2j \ , v = 3i + 6j}$ متعامدين ؟

A	-4	B	-3
C	3	D	4

㉔ إذا كان $\boldsymbol{a = \langle -9 \ , k \rangle \ , b = \langle -5 \ , -15 \rangle}$ ، فإن قيمة $\boldsymbol{k}$ التى تجعل المتجهين متعامدين هي .....

A	$\frac{1}{3}$	B	3
C	$\frac{25}{3}$	D	27

㉕ ما قياس الزاوية بين المتجهين $\langle 3 \ . \ 3 \rangle \ , \langle 2 \ , 0 \rangle$ ؟

A	$30°$	B	$35°$
C	$120°$	D	$135°$

الضرب الداخلي لمتجهين في الفضاء

- إذا كان $b = (b_1 , b_2 , b_3)$ و $a = (a_1 , a_2 , a_3)$ متجهين في الفضاء ثلاثي الأبعاد فإن .....

$$a \cdot b = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

الضرب الداخلي

- للتذكير : شرط تعامد متجهين أن يكون $a \cdot b = 0$.

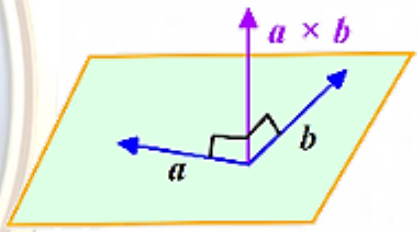
الضرب الاتجاهي لمتجهين في الفضاء

- إذا كان $b = (b_1 , b_2 , b_3)$ و $a = (a_1 , a_2 , a_3)$ متجهين في الفضاء ثلاثي الأبعاد فإن .....

$$a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

الضرب الاتجاهي لمتجهين في الفضاء

- الضرب الاتجاهي $a \times b$ يُعطي متجهًا عموديًا على المستوى الذي يحوي المتجهين a , b .



- إذا كان المتجهان a , b ضلعين متجاورين في متوازي أضلاع فإن .....

مساحة متوازي الأضلاع $= |a \times b|$

طول المتجه $(a \times b)$

٢٦	إذا كان $a = \langle 0 , 5 , 3 \rangle , b = \langle 7 , 0 , 1 \rangle$ ، فإن $a \cdot b$ يساوي		
A	3	B	12
C	21	D	35

٢٧	إذا كان $u = \langle 4 , x , 2 \rangle , v = \langle 2 , -3 , 5 \rangle$ ، فما قيمة x التى تجعل المتجهين متعامدين ؟		
A	8	B	7
C	6	D	5

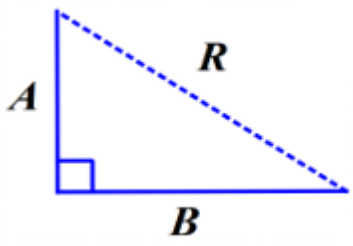
٢٨	إذا كان $v = \langle 0 , 2 , 1 \rangle , u = \langle 1 , -1 , 0 \rangle$ متجهين فإن $u \times v$ يساوي		
A	$\langle -1 , -1 , 2 \rangle$	B	$\langle 1 , 1 , -2 \rangle$
C	$\langle -1 , 1 , 2 \rangle$	D	$\langle 1 , -1 , -2 \rangle$

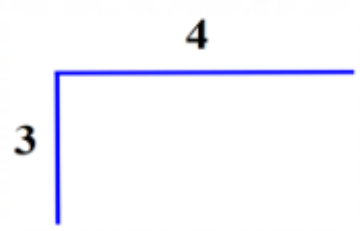
٢٩	إذا كان $v = \langle -2 , 5 , 3 \rangle , u = \langle 2 , 1 , -2 \rangle$ متجهين فإن $u \times v$ يساوي		
A	$\langle -4 , 5 , -6 \rangle$	B	$\langle 13 , 2 , 12 \rangle$
C	$\langle 13 , -2 , 12 \rangle$	D	$\langle -7 , -2 , 5 \rangle$

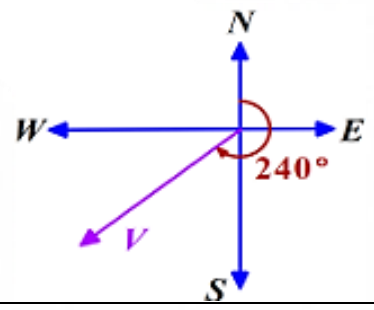
٣٠	أوجد $\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$		
A	$2i + j + 4k$	B	$-2i + j - 4k$
C	$2i - j + 4k$	D	$-2i - j - 4k$

٣١	متوازي أضلاع فيه $u = 7i + 2j - 2k$ و $v = 4i + 3j - k$ ضلعان متجاوران ، ما مساحته بالوحدات المربعة ؟		
A	13	B	21
C	$\sqrt{186}$	D	$\sqrt{458}$

تجميعات إضافية على الدرس الـرابـع عـشـر

٣٢	في الشكل أدناه إذا كانت قيمة المتجه $A = 8$ والمتجه $B = 5$ ، فكم قيمة المحصلة R ؟			
(A)	$\sqrt{89}$	(B)	$\sqrt{34}$	
(C)	$\sqrt{19}$	(D)	$\sqrt{15}$	

٣٣	في الشكل ، احسب الإزاحة			
(A)	9	(B)	1	
(C)	8	(D)	5	

٣٤	في الشكل ، زاوية الاتجاه الربعي للمتجه هي			
(A)	S 60° W	(B)	$E60°S$	
(C)	W 60° S	(D)	$S\ 240°\ W$	

٣٥	عند تحليل المتجه إلى مركبتين ، فإن مقدار المتجه الأساسي يساوي						
(A)	قسمة إحدى مركبتيه	(B)	حاصل جمع مركبتيه	(C)	حاصل ضرب مركبتيه	(D)	متوسط قيمة مركبتيه

٣٦	أطلقت قذيفة بزاوية $45°$ مع الأفق ، وبسرعة إبتدائية $80\ m/s$ ، وبالتالي فإن سرعتها الأفقية بوحدة m/s تساوي :						
(A)	$80\sqrt{2}$	(B)	$40\sqrt{2}$	(C)	80	(D)	40

٣٧	إذا كان طول المتجه $\overrightarrow{AB}$ يساوي 5 ، وكان $B\ \langle 2\ ,\ 5\rangle$ ، $A\ \langle x\ ,\ 1\rangle$ ، فما قيمة x ؟						
(A)	2	(B)	-1	(C)	1	(D)	-5

٣٨	إذا كان المتجهين $A = \langle 5\ ,-3\rangle\ ,\ B = \langle 1\ ,\ 4\rangle$ فإن $2A - B$ يساوي :						
(A)	$\langle 9\ ,-10\rangle$	(B)	$\langle 4\ ,-7\rangle$	(C)	$\langle 6\ ,\ 1\rangle$	(D)	$\langle -3\ ,\ 11\rangle$

٣٩	أوجد متجه الوحدة u الذي له نفس اتجاه $v = \langle 3\ ,\ 4\rangle$؟						
(A)	$\langle \frac{4}{3}\ ,\frac{5}{3}\rangle$	(B)	$\langle \frac{4}{5}\ ,\frac{5}{3}\rangle$	(C)	$\langle \frac{3}{5}\ ,\frac{4}{5}\rangle$	(D)	$\langle \frac{4}{5}\ ,\frac{5}{3}\rangle$

٤٠	ناتج ضرب متجهان عموديان غير صفريان يساوي :						
(A)	1	(B)	2	(C)	-1	(D)	0
٤١	إذا كان حاصل ضرب المتجهين u , v يساوي صفر فإن قياس الزاوية ؟						
(A)	90 "متعامدان"	(B)	90 "مستقيمة"	(C)	270	(D)	
٤٢	إذا كانت $u = \langle -1 , 4 \rangle$, $v = \langle 1 , 3 \rangle$ ، فأوجد $u \cdot v$						
(A)	11	(B)	-11	(C)	1	(D)	-1
٤٣	إذا كان : $y = \langle 1 , 3 \rangle$, $w = \langle -1 , 2 \rangle$ ، فما ناتج $y \cdot w$ ؟						
(A)	1	(B)	5	(C)	3	(D)	15
٤٤	إذا كان المتجهان $u = \langle 1 , -2 \rangle$, $v = \langle 3 , k \rangle$ متعامدين ، فما قيمة k ؟						
(A)	-2	(B)	$\frac{3}{2}$	(C)	$-\frac{3}{2}$	(D)	2
٤٥	إذا كان $y = \langle 1 , 3 \rangle$, $w = \langle -1 , 2 \rangle$ ، فما ناتج $y \cdot 3w$ ؟						
(A)	1	(B)	3	(C)	5	(D)	15
٤٦	إذا كانت $v = \langle 0 , 4 \rangle$, $u = \langle \sqrt{3} , 1 \rangle$ ، إذا قياس الزاوية بين المتجهين هي ؟						
(A)	60 °	(B)	30 °	(C)	139 °	(D)	120 °
٤٧	إذا كان $4j = 1 < v , \sqrt{3} > = u$ ، ما قياس الزاوية بين المتجهين u , v؟						
(A)	30	(B)	60	(C)	120	(D)	240
٤٨	ما قياس الزاوية بين المتجهين $\langle -1 , -1 \rangle$, $\langle 0 , -9 \rangle$ ؟						
(A)	0 °	(B)	45 °	(C)	90 °	(D)	135 °
٤٩	المسافة بين النقطتين $(2 , 7)(7 , 19)$ يساوي						
(A)	10	(B)	12	(C)	13	(D)	14
٥٠	إذا كان $v = (2 , 0 , -1)$, $u = (1 , -2 , 0)$ متجهين فإن $u \times v$ يساوي :						
(A)	$2i + j + 4k$	(B)	$-2i + j - 4k$	(C)	$2i - j + 4k$	(D)	$-2i - j - 4k$

⑤① إذا كان $v = \langle b , -3 , 1 \rangle , u = \langle -2 , -1 , 3 \rangle$ ، فما قيمة b التى تجعل المتجهين u , v متعامدين ؟							
(A)	-6	(B)	-3	(C)	3	(D)	6

⑤② إذا كان $v = \langle -2 , -1 , 4 \rangle , u = \langle b , -2 , 1 \rangle$ ، احسب قيمة b التى تجعل المتجهين متعامدين							
(A)	-5	(B)	-3	(C)	3	(D)	6

⑤③ ما مركز الدائرة من المعادلة $r = 2(\cos\theta - 2\sin\theta) + \frac{4}{r}$							
(A)	$(1 , 2)$	(B)	$(1 , -2)$	(C)	$(-1 , 2)$	(D)	$(-1 , -2)$

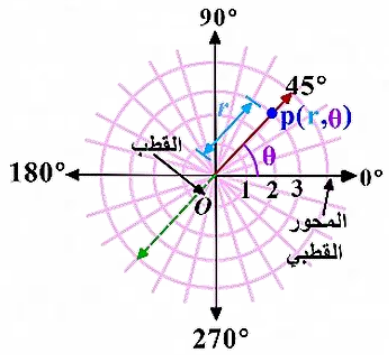
⑤④ إذا كان المتجه $a = \langle 3 , 5 \rangle$ وكان المتجه b موازي للمتجه a ولكن معاكس له في الاتجاه فإن الصورة الإحداثية للمتجه b هي							
(A)	$\langle -5 , -3 \rangle$	(B)	$\langle -5 , 3 \rangle$	(C)	$\langle -3 , -5 \rangle$	(D)	$\langle -3 , 5 \rangle$

①	A	⑪	B	㉑	C	㉛	C	㊶	A	㊵	C
②	A	⑫	A	㉒	C	㉜	A	㊷	A	㊷	C
③	A	⑬	B	㉓	A	㉝	D	㊸	B	㊸	B
④	D	⑭	A	㉔	B	㉞	A	㊹	B	㊹	C
⑤	A	⑮	C	㉕	B	㉟	B	㊺	D		
⑥	B	⑯	A	㉖	A	㊱	C	㊻	A		
⑦	A	⑰	A	㉗	C	㊲	B	㊼	B		
⑧	C	⑱	D	㉘	A	㊳	A	㊽	A		
⑨	A	⑲	C	㉙	C	㊴	C	㊾	C		
⑩	B	⑳	B	㉚	A	㊵	D	㊿	A		

15) الإحداثيات القطبية

المستـوى الـقطبـي

- الإحداثيات القطبية لنقطة $P(r\ ,\theta)$ ....
  - r : المسافة المتجهة من القطب إلى النقطة P .
  - θ : الزاوية المتجهة من المحور القطبلي إلى $\overrightarrow{OP}$ "ضلع الانتهاء"



- بمكن تمثيل النقطة $(3\ ,45\ °)$ بعدة نقاط لها نفس التمثيل البياني باستخدام أي من الطرائق التالية :
  - بإضافة أو طرح $360\ °$ للزاوية $45\ °$ .....

$$(3\ ,45\ °\pm 360\ °)\begin{cases}(3\ ,405\ °)\\(3\ ,-315\ °)\end{cases}$$

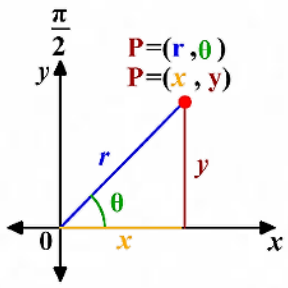
  - بإضافة أو طرح $180\ °$ للزاوية $45\ °$ وتغير إشارة 3

$$(-3\ ,45°\pm 180°)\begin{cases}(-3\ ,225\ °)\\-3\ ,-135°\end{cases}$$

θ موجبة	الدوران عكس عقارب الساعة
θ سالبة	الدوران مع عقارب الساعة
r موجبة	النقطة P على ضلع الانتهاء
r سالبة	النقطة P على الشعاع المقابل لضلع الانتهاء

التحـويـل بين الإحـداثيات

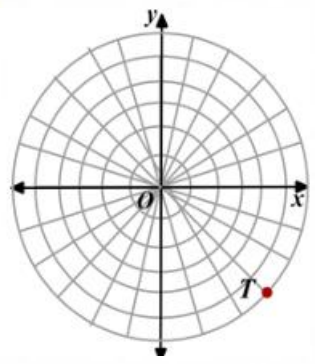
- تحويل الإحداثي القطبي إلى ديكارتي : نعوض عن :
  كل $r\cos\theta$ بـ x ، وكل $r\sin\theta$ بـ y



- تحويل الإحداثي الديكارتي إلى قطبي .....
  - نوجد r بالصيغة $r=\sqrt{x^2+y^2}$
  - نُوجد θ

---

① أول إحداثيات النقطة T في الشكل المجاور .



A	$\left(6\ ,\frac{3\pi}{5}\right)$	B	$\left(6\ ,\frac{4\pi}{3}\right)$
C	$\left(6\ ,\frac{3\pi}{4}\right)$	D	$\left(6\ ,\frac{5\pi}{3}\right)$

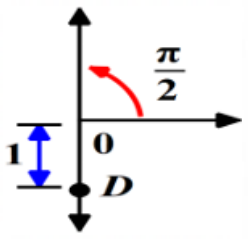
② تمثيل النقطة $(2\ ,50°)$ في المستوى القطبي هو نفسه تمثيل النقطة .....

A	$(50\ ,2°)$	B	$(2\ ,130°)$
C	$(-2\ ,-50°)$	D	$(-2\ ,230°)$

③ أي النقاط التالية يُعد تمثيلًا آخر للنقطة $\left(-2\ ,\frac{7\pi}{6}\right)$ في المستوى القطبي ؟

A	$\left(2\ ,\frac{\pi}{6}\right)$	B	$\left(-2\ ,\frac{\pi}{6}\right)$
C	$\left(2\ ,\frac{11\pi}{6}\right)$	D	$\left(-2\ ,\frac{11\pi}{6}\right)$

④ تمثيل النقطة D في الشكل هو .....



A	$\left(-1\ ,\frac{\pi}{2}\right)$	B	$\left(1\ ,\frac{\pi}{2}\right)$
C	$(-1\ ,\pi)$	D	$\left(0\ ,\frac{\pi}{2}\right)$

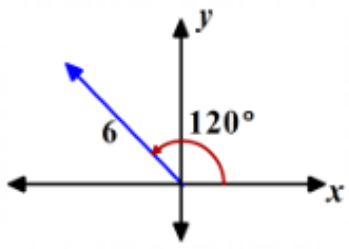
⑤ الإحداثيات الديكارتية للنقطة $T(-4\ ,60\ °)$ هي .....

A	$(-2\ ,-2\sqrt{3})$	B	$(-2\sqrt{3}\ ,-2)$
C	$(2\ ,2\sqrt{3})$	D	$(2\sqrt{3}\ ,2)$

⑥ إذا كان $\left(5\ ,\frac{\pi}{3}\right)$ الإحداثي القطبي للنقطة P ، فما الإحداثي الديكارتي لها ؟

A	$\left(\frac{5}{2}\ ,\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$	B	$\left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\ ,\frac{5}{2}\right)$
C	$\left(10\ ,\frac{10}{\sqrt{3}}\right)$	D	$\left(\frac{10}{\sqrt{3}}\ ,10\right)$

⑦ أي العبارات التالية يُمثل المتجه في الصورة الديكارتية ؟



A	$(-3\ ,-3\sqrt{3})$	B	$(-3\ ,3\sqrt{3})$
C	$(3\ ,-3\sqrt{3})$	D	$(3\ ,3\sqrt{3})$

⑧ إذا كان للنقطة P الإحداثيات الديكارتية $(3\ ,3\sqrt{3})$ فإن الإحداثيات القطبية $(r\ ,\theta)$ للنقطة P هي .....

A	$(6\ ,60\ °)$	B	$(6\ ,30\ °)$
C	$(3\ ,90\ °)$	D	$(6\ ,45\ °)$

منصة الهدف التعليمية

تتمة التحويل بين الإحداثيات

- تحويل المعادلات الديكارتية إلى قطبية : نعوض عن x بـ $r\ \cos\theta$ وعن y بـ $r\ \sin\theta$ ، ثم نبسط المعادلة .
- تحويل المعادلات القطبية إلى ديكارتية .....

"دالة مثلثية" = r	$\theta = h°$	$r = k$
$r^2 = x^2 + y^2$ $y = r\ \sin\theta$ $x = r\ \cos\theta$	$\tan\theta = \frac{y}{x}$	$r^2 = x^2 + y^2$

صورة العدد المركب

الصورة الديكارتية	الصورة القطبية
$a + bi$	$z = r(\cos\theta + i\ \sin\theta)$

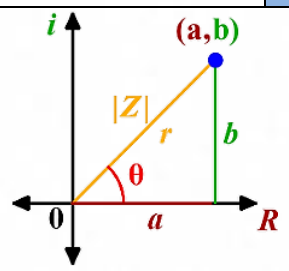
القيمة المطلقة "المقياس" للعدد المركب ، سعة العدد المركب

- تحويل الصورة الديكارتية إلى صورة قطبية .....
  - القيمة المطلقة "المقياس" العدد المركب z .....

$$|z| = |a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2} = r$$

  - سعة العدد المركب z .....

a موجبة	$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$
a سالبة	$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) + \pi$



- حالتان خاصتان .....

$a = 0$ ، b موجبة	$\theta = 90°$
$a = 0$ ، b سالبة	$\theta = 270°$

- تحويل الصورة القطبية إلى صورة ديكارتية .....

$$a = r\ \cos\theta\ \ ,\ \ b = r\ \sin\theta$$

ضرب وقسمة الأعداد المركبة

- إذا كان $z_1\ ,\ z_2$ عدديت مركبين على الصورة القطبية ...

$$z_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\sin\theta_1)$$
$$z_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\sin\theta_2)$$

فإن حاصل ضربهما .....

$$z_1 z_2 = r_1 r_2(\cos(\theta_1 + \theta_2) + i\sin(\theta_1 + \theta_2))$$

- وخارج قسمتهما .....

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}(\cos(\theta_1 - \theta_2) + i\sin(\theta_1 - \theta_2))$$

⑨ ما الصورة القطبية للمعادلة $y^2 = x$ ؟

A	$r = \cot\theta\ \csc\theta$	B	$r = \tan\theta\ \sec\theta$
C	$r = \sin\theta\ \sec\theta$	D	$r = \cot\theta\ \sin\theta$

⑩ المعادلة الديكارتية $x = 2$ بالصيغة القطبية هي .....

A	$r = 2\ \cos\theta$	B	$r = 2\ \sin\theta$
C	$r = 2\ \sec\theta$	D	$r = 2\ \tan\theta$

⑪ ما الصورة القطبية للمعادلة $x^2 + (y-2)^2 = 4$ ؟

A	$r = \sin\theta$	B	$r = 2\ \sin\theta$
C	$r = 4\ \sin\theta$	D	$r = 8\ \sin\theta$

⑫ القيمة المطلقة للعدد المركب $4i + 3$ تساوي .....

A	2	B	3
C	4	D	5

⑬ القيممة المطلقة للعدد المركب $\left(1 + i\sqrt{3}\right)^6$ تساوي .....

A	27	B	$27\sqrt{3}$
C	64	D	$64\sqrt{3}$

⑭ سعة العدد المركب $z = 7\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ تساوي .....

A	30 °	B	60 °
C	90 °	D	120 °

⑮ الصورة الديكارتية للعدد المركب $2(\cos 45° + i\ \sin 45°)$ هي .....

A	$\sqrt{2} + \sqrt{2}i$	B	$2i\sqrt{2}$
C	$2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}$	D	$2 + 2i$

⑯ إذا كان $z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\ \sin\frac{\pi}{6}\right)$ ، $z_1 = 5\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\ \sin\frac{\pi}{3}\right)$ ، فما حاصل ضرب $z_1\ ,\ z_2$ ؟

A	$10\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\ \sin\frac{\pi}{2}\right)$	B	$10\left(\cos\frac{\pi}{2} - i\ \sin\frac{\pi}{2}\right)$
C	$10\left(\cos^2\frac{\pi^2}{18} + i\ \sin^2\frac{\pi^2}{18}\right)$	D	$10\left(\cos^2\frac{\pi^2}{18} - i\ \sin^2\frac{\pi^2}{18}\right)$

⑰ خارج قسمة : $12(\cos 80° + i\ \sin 80°) \div 4(\cos 20° + i\ \sin 20°)$ على الصورة الديكارتية هو .....

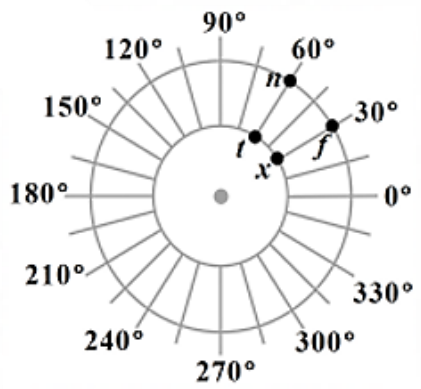
A	$4 + 4\sqrt{3}i$	B	$\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$
C	$4\sqrt{3} + 4i$	D	$\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$

تجميعات إضافية على الدرس الخامس عشر

⑱ ما الصورة الإحداثية لـ $\overline{AB}$ ، حيث $A(5\ ,3)\ ,B(6\ ,9)$

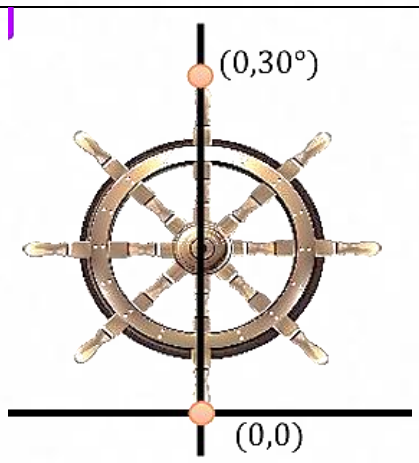
(A)	$\langle 1\ ,6\rangle$	(B)	$\langle 6\ ,1\rangle$	(C)	$\langle 11\ ,12\rangle$	(D)	$\langle 12\ ,11\rangle$

⑲ ما النقطة التى إحداثياتها $\left(1\ ,\sqrt{3}\right)$ على المستوى القطبي ؟



(A)	t	(B)	n
(C)	x	(D)	f

⑳ عجلة ماء أدنى نقطة فيها $(0\ ,0)$ وأعلى نقطة $(0\ ,30)$ ، ما المعادلة القطبية التى تمثل العجلة ؟



(A)	$r = 30\ \cos\theta$	(B)	$r = 15\ \cos\theta$
(C)	$r = 30\ \sin\theta$	(D)	$r = 15\ \sin\theta$

㉑ أوجد $1 + i$ بالصورة القطبية

(A)	$\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\ \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$	(B)	$2\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\ \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$
(C)	$\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i\ \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)$	(D)	$2\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\ \cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$

㉒ إذا كان $\left(1\ ,\frac{\pi}{2}\right)$ الإحداثي القطبي للنقطة P ، فما الإحداثي الديكارتي لها ؟

(A)	$(0\ ,1)$	(B)	$(1\ ,0)$	(C)	$\left(\frac{\pi}{2}\ ,1\right)$	(D)	$\left(1\ ,\frac{\pi}{2}\right)$

㉓ ما الصيغة القطبية للمعادلة $y = 9$

(A)	$3\ csc\theta$	(B)	$9\ csc\theta$	(C)	$9\ sec\theta$	(D)	$3\ sec\theta$

㉔ أوجد الصورة القطبية لـ $x = 9$

(A)	$T = 9\ sec$	(B)	$T = 9\ cos$	(C)	$3\ sin$	(D)	$T = 9\ sin$

٢٥ مقياس العدد المركب $z = -3 - \sqrt{5}i$							
(A)	$\sqrt{15}$	(B)	$\sqrt{3}$	(C)	$\sqrt{5}$	(D)	$\sqrt{14}$

٢٦ الصورة الديكارتية للمقدار $\left[2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)\right]^2$ هي							
(A)	4	(B)	$4i$	(C)	-4	(D)	$-4i$

٢٧ حول المعادلة الآتية إلى الصورة الديكارتية $r = \frac{7}{\sec\theta}$							
(A)	$x^2 + y^2 = 7x$	(B)	$x^2 + y^2 = 49$	(C)	$x^2 + y^2 - 7x$	(D)	$x^2 - y^2 = 49$

٢٨ احسب الصورة الديكارتية للمعادلة التالية $r = 3$							
(A)	$y + x = 3$	(B)	$x^2 + y^2 = 9$	(C)	$x + y = 9$	(D)	$x^2 = 3y^2$

٢٩ ما صورة المعادلة الآتية في الصورة الديكارتية $r = 4$ "ممكن يجيلك $2r = 8$" سيكون نفس الحل والناتج							
(A)	$x + y = 3$	(B)	$x^2 + y^2 = 16$	(C)	$x^2 + y^2 = 3\ sin$	(D)	$x^2 = 3\ y^2$

٣٠ احسب سعة العدد المركب $Z = 1 + \sqrt{3}$							
(A)	30	(B)	60	(C)	180	(D)	90

٣١ أوجد المسافة بين النقطتين التاليتين : $(90°, 3)$, $(330°, 8)$							
(A)	3	(B)	8	(C)	5	(D)	10

٣٢ المسافة بين النقطتين $(240°, 4)$, $(60°, -3)$ هي :							
(A)	-3	(B)	1	(C)	3	(D)	2

٣٣ ما المسافة بين النقطتين القطبيتين $\left(5, \frac{3\pi}{2}\right)$ و $(6, 2\pi)$ تقريبًا؟							
(A)	5.8	(B)	6.5	(C)	7	(D)	7.8

٣٤ إذا كان هناك صاروخين متجهان إلى رادار وموقعهما $(90°, 6)$, $(30°, 2)$ وكان الصاروخ الأول في منتصف المسافة بين الردار والصاروخ الثاني ، فأوجد المسافة بين الردار والصاروخ الثاني							
(A)	$5\sqrt{3}$	(B)	$6\sqrt{3}$	(C)	$4\sqrt{7}$	(D)	$2\sqrt{7}$

٣٥ ضلع الانتهاء للزاوية للوضع القياسي يمر بالنقطة $(1\ ,\ -1)$ تكون الزاوية :							
(A)	منفرجة	(B)	قائمة	(C)	حادة	(D)	عمودية

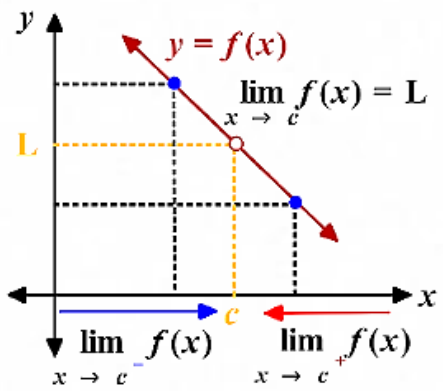
٣٦ الدالة $f(x)=\frac{1}{6}x^2+1$ هناك :			
(A)	تضييق رأسي و إزاحة رأسية للأعلى	(B)	توسيع رأسي و إزاحة رأسية للأعلى
(C)	توسيع أفقي و إزاحة رأسية للأعلى	(D)	تضييق أفقي و إزاحة رأسية للأعلى

D	٣١	A	٢١	C	١١	D	١
B	٣٢	A	٢٢	D	١٢	D	٢
D	٣٣	B	٢٣	C	١٣	A	٣
C	٣٤	A	٢٤	B	١٤	A	٤
A	٣٥	D	٢٥	A	١٥	A	٥
A	٣٦	B	٢٦	A	١٦	A	٦
		A	٢٧	B	١٧	B	٧
		B	٢٨	A	١٨	A	٨
		B	٢٩	B	١٩	A	٩
		B	٣٠	C	٢٠	C	١٠

16) النهايات

تقدير النهايات بيانيًا

- المقصود به : قيمة الدالة عند اقتراب قيم x من العدد c من جهتي اليمين واليسار .



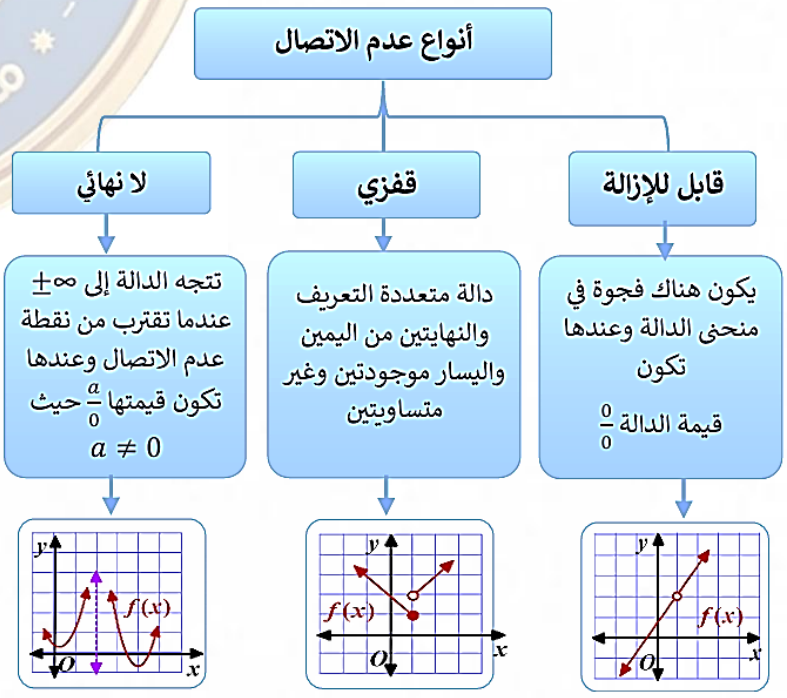
النهاية اليمنى	النهاية اليسرى
$\lim_{x\to c^+} f(x) = L$	$\lim_{x\to c^-} f(x) = L$

- النهاية عند نقطة : لها حالتان .....

موجود	غير موجود
النهاية اليمنى تساوي اليسرى ، ولها نفس قيمة النهايتين	النهاية اليمنى لا تساوى اليسرى

النهايات والاتصال عند نقطة

- تكون الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = a$ إذا كان $f(a) = lim_{x\to a^+} f(x) = lim_{x\to a^-} f(x) = L$



---

① إذا كان $\lim_{x\to 3^+} f(x) = 5$ و $\lim_{x\to 3^-} f(x) = -5$ و $f(3) = 7$ ، فما قيمة $\lim_{x\to 3} f(x)$ ؟

A	3	B	5
C	7	D	غير موجودة

② الدالة $f(x)$ معرفة كالتالي : $f(x) = \begin{cases} -x+3 & , \ x < 1 \\ x^2 & , \ x \geq 1 \end{cases}$ ، ما قيمة $\lim_{x\to -1} f(x)$ ؟

A	-1	B	1
C	4	D	غير موجودة

③ قيم a التى تجعل الدالة $f(x) = \begin{cases} a^2+2x & , \ x \geq 1 \\ a+4 & , \ x < 1 \end{cases}$ متصلة عند $x = 1$ هي .....

A	$0\ , 1$	B	$0, -1$
C	$-1, 2$	D	$1\ , -2$

④ إذا كانت $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-16}{x+4} & , \ x < 4 \\ x-2k & , \ x \geq 4 \end{cases}$ متصلة عند $x = 4$ ، فما قيمة k ؟

A	-4	B	-2
C	2	D	4

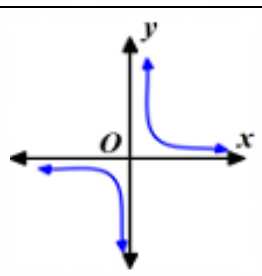
⑤ الدالة $f(x) = \frac{1}{x-2}$ غير متصلة عند $x = 2$ ، ما نوع عدم الاتصال ؟

A	لا نهائي	B	نقطي
C	قفزي	D	قابل للإزالة

⑥ أوجد نقاط عدم الاتصال للدالة $f(x) = \frac{5}{x^2-4x+3}$ ؟

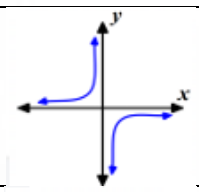
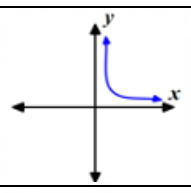
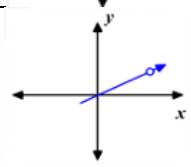
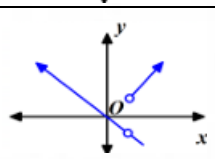
A	$-1\ , 3$	B	$1\ , -3$
C	$1, 3$	D	$-1\ , -3$

⑦ تكون الدالة الممثلة في الشكل غير معرفة عند x تساوي .....

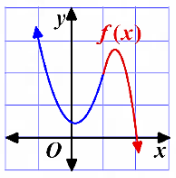


A	0	B	5
C	2	D	3

⑧ أي التمثيلات البيانية التالية يُمثل دالة عدم اتصال لا نهائي ؟

A		B	
C		D	

النهـايـات وسلوك طرفي التمثيل البياني



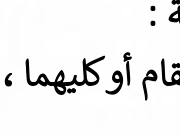
- سلوك الطرف الأيمن .....

$$lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty$$

- سلوك الطرف الأيسر ....

$$lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$$

- فائدة : من الممكن أن يقترب الطرف الأيمن أو الطرف الأيسر لبعض الدوال من عدد حقيقي ، فمثلًا ....



- سلوك الطرف الأيمن ....

$$lim_{x\to\infty} f(x) = 1$$

- سلوك الطرف الأيسر .....

$$lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$$

حسـاب النهـايـات جبريـًا

- لإيجاد $lim_{x\to c} f(x)$ جبريًا فإننا نعوض في $f(x)$ عن كل X بـ c "التعويض المباشر" .
  - مثال توضيحي : نُوجد $lim_{x\to4}(4x-1)$ كالتالي :

$$lim_{x\to4}(4x-1) = 4(4)-1 = 16-1 = 15$$

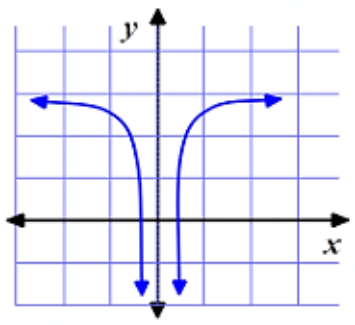
- تنبيه 1 : إذا كانت $lim_{x\to c} f(x) = \frac{1}{0}$ عند التعويض المباشر فإن النهاية غير موجودة .
- تنبيه 2 : إذا كانت $lim_{x\to c} f(x) = \frac{0}{0}$ عند التعويض المباشر فإن الصيغة غير محددة ويجب معالجتها بإحدى الطرائق التالية :
  - نحلل البسط أو المقام أو كليهما ، ثم نختصر العوامل المشتركة .
  - إذا كان البسط يحوى جذرًا تربيعًا فإننا نضرب بسطًا ومقامًا في مرافق البسط ، وكذلك إذا كان المقام يحوى جذرًا تربيعيًا فإننا نضرب بسطًا و مقامًا في مرافق المقام .
- مثال توضيحي : نوجد $lim_{x\to1}\frac{x^2-3x+2}{x-1}$ كالتالي

$$lim_{x\to1}\frac{x^2-3x+2}{x-1} = \frac{1-3(1)+2}{1-1} = \frac{0}{0}$$

فنحلل البسط بالبحث عن عددين مجموعهما -3 وحاصل ضربهما $+2$ ، وهما -2 و -1 ....

$$lim_{x\to1}\frac{x^2-3x+2}{x-1} = lim_{x\to1}\frac{(x-2)(x-1)}{x-1} = -2$$

⑨ أي التالي يصف سلوك طرفي التمثيل البياني للدالة $f(x)$ ؟



A	$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty \ , \lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$
B	$\lim_{x\to\infty} f(x) = -\infty \ , \lim_{x\to-\infty} f(x) = \infty$
C	$\lim_{x\to\infty} f(x) = 3 \ , \lim_{x\to-\infty} f(x) = 3$
D	$\lim_{x\to\infty} f(x) = -4 \ , \lim_{x\to-\infty} f(x) = -4$

⑩ ما قيمة $\lim_{x\to2}(x^2-3x+1)$ ؟

A	-2	B	-1
C	1	D	2

⑪ $\lim_{x\to5}(3x^3-5x^2-3x-10)$ تساوي .....

A	125	B	225
C	235	D	275

⑫ ما قيمة $\lim_{x\to0}(x^3\ \cos x)$ ؟

A	0	B	1
C	2	D	3

⑬ ما قيمة $\lim_{x\to4}\frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{7}}{x-3}$ ؟

A	$3+\sqrt{7}$	B	$3-\sqrt{7}$
C	$\sqrt{7}-3$	D	3

⑭ ما قيمة $\lim_{x\to4}\frac{x^2-x-12}{x-4}$ ؟

A	0	B	3
C	4	D	7

⑮ ما قيمة $\lim_{x\to2}\frac{x^2-4}{x-2}$ ؟

A	0	B	6
C	4	D	8

⑯ $\lim_{x\to9}\frac{\sqrt{x}-3}{x-9}$ تساوي ....

A	$\frac{1}{9}$	B	0
C	$\frac{1}{6}$	D	غير موجودة

نهايات الدوال عند المالانهاية

- أهم خصائص $+\infty$ و $-\infty$ ..
  - لا يتغيران إذا ضربناهما أو قيمناهما على أي عدد عدا الصفر ، ولكن تنطبق عليهما قواعد الإشارات .....

موجب "× أو ÷" موجب ← موجب

سالب "× أو ÷" سالب ← موجب

موجب "× أو ÷" سالب ← سالب

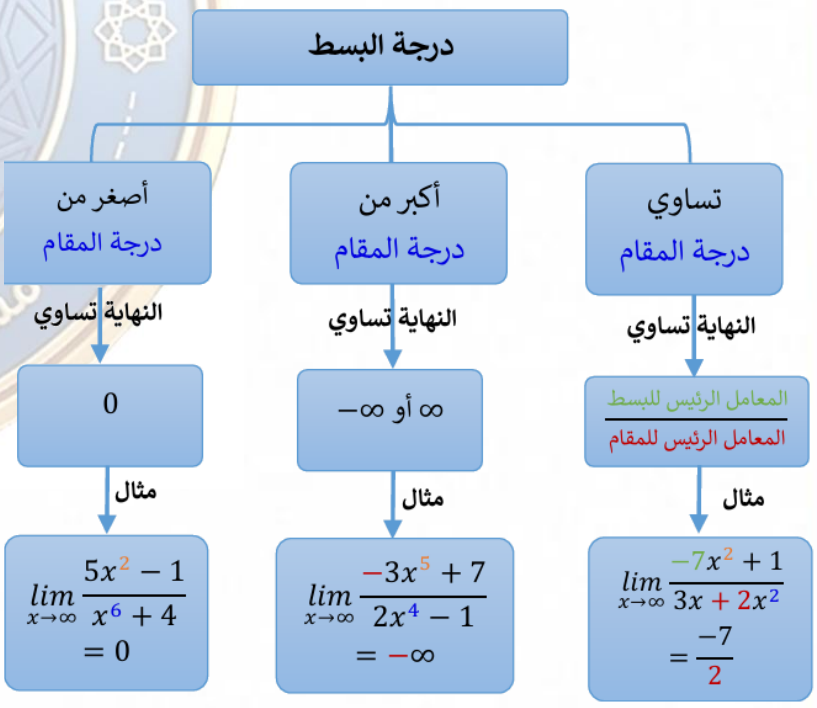
  - إذا قسمنا أي عدد عليهما يكون الناتج صفرًا .
  - لا يتغيران إذا رفعناهما لأس موجب ، ولكن تنطبق عليهما قواعد الإشارات .....

$$(\pm\infty)^{\text{عدد فردي}} = \pm\infty \ , \ (\pm\infty)^{\text{عدد زوجي}} = \infty$$

- نهايات دوال كثيرات الحدود عند المالانهاية : نعوض عن قيمة X في الحد الرئيس "الحد ذي القوة الأكبر" فقط ، فمثلا .....

$$\lim_{x\to\infty}(4x^6+3x^5) = \lim_{x\to\infty} 4x^6 = 4(\infty)^6 = \infty$$

- نهايات الدوال النسبية عند المالانهاية : لها 3 حالات ...



⑰ $\lim_{x\to\infty}(x^2+x+2)$ تساوي			
A	$-\infty$	B	0
C	1	D	∞

⑱ $\lim_{x\to-\infty}(4x^6+3x^5-x)$ تساوي			
A	$-\infty$	B	0
C	2	D	∞

⑲ النهاية $\lim_{x\to\infty}\frac{6x}{2x+3}$ تساوي			
A	0	B	2
C	3	D	∞

⑳ $\lim_{x\to\infty}\frac{10x^4-2}{5x^4+3x^3-2x}$ تساوي			
A	10	B	5
C	2	D	0

㉑ ما قيمة $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3x^3}{2x^3+5}$ ؟			
A	$\frac{3}{2}$	B	1
C	-1	D	$\frac{-3}{2}$

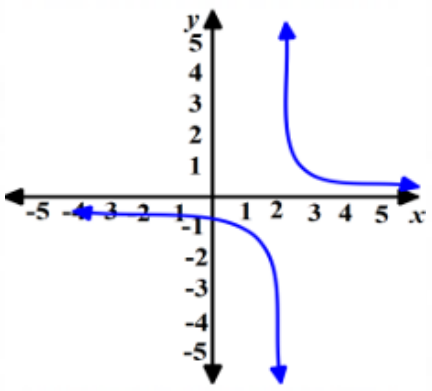
㉒ إذا كان $\lim_{x\to\infty}\frac{Ax}{3+\lvert x\rvert}$ ، فما قيمة A ؟			
A	6	B	2
C	-2	D	-6

㉓ $\lim_{x\to\infty}\frac{8x^2+x-22}{4x^3-13}$ تساوي			
A	8	B	4
C	2	D	0

㉔ ما قيمة $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-4}{x-2}$ ؟			
A	-4	B	0
C	4	D	∞

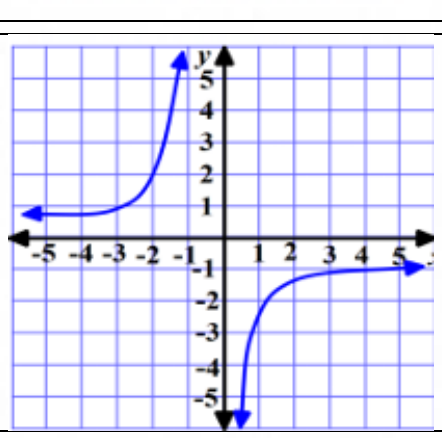
㉕ ما قيمة $\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+1}{x-4}$ ؟			
A	$-\infty$	B	0
C	2	D	∞

تجميعات إضافية على الدرس السـادس عـشــر



㉖ الدالة التالية تكون غير معرفة عندما تكون x تساوي :

(A)	0	(B)	1
(C)	2	(D)	1



㉗ $\lim_{x\to 0} f(x)$ تساوى

(A)	$-\infty$	(B)	غير موجودة
(C)	$+\infty$	(D)	صفر

㉘ النهاية $\lim_{x\to 4}(4x-1)$ تساوي :

(A)	4	(B)	8	(C)	12	(D)	15

㉙ ما قيمة $\lim_{x\to 2} \frac{2x+2}{x^2+3x+2}$ ؟

(A)	-2	(B)	2	(C)	$\frac{1}{2}$	(D)	$\frac{1}{3}$

㉚ ما قيمة $\lim_{x\to 2} \frac{x^2-7x+6}{x-1}$

(A)	4	(B)	0	(C)	-2	(D)	-4

㉛ ما قيمة $\lim_{x\to 0}(4^x - \cos x + 2x - 1)$ ؟

(A)	-2	(B)	1	(C)	-1	(D)	-2

㉜ إذا كان $\lim_{x\to 1}(x^2 - bx + 2) = 11$ فإن قيمة b تساوي

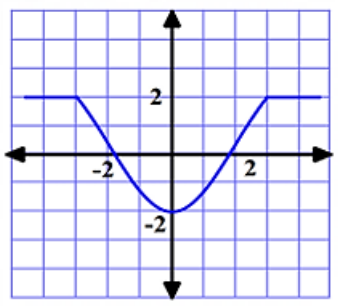
(A)	-9	(B)	-8	(C)	10	(D)	12

㉝ ما قيمة $\lim_{x\to 4} \frac{\sqrt{x-1}-3}{x-3}$ ؟

(A)	$3-\sqrt{3}$	(B)	$3+\sqrt{3}$	(C)	$\sqrt{3}-3$	(D)	2

٣٤	ما قيمة $\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{3}}{x-3}$ ؟						
(A)	$3+\sqrt{3}$	(B)	$3-\sqrt{3}$	(C)	3	(D)	1
٣٥	ما قيمة النهاية $\lim_{b\to 0}\frac{\sqrt{2-b}-\sqrt{2}}{b}$.						
(A)	$\frac{-\sqrt{2}}{4}$	(B)	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	(C)	0	(D)	$\frac{1}{2}$
٣٦	النهاية $\lim_{x\to\infty}\frac{3x-1}{2x+5}$ تساوي						
(A)	$-\frac{1}{5}$	(B)	0	(C)	$\frac{3}{2}$	(D)	∞
٣٧	ما قيمة $\lim_{x\to\infty}\frac{10x^3-12x}{5+x^2-2x^3}$						
(A)	-5	(B)	-2	(C)	2	(D)	5
٣٨	أوجد قيمة k فيما يلي : $\lim_{x\to\infty}\frac{kx^5+3x^4+x^2}{6x^5+2x^3+1}=1$						
(A)	6	(B)	0	(C)	1	(D)	4
٣٩	أوجد $\lim_{x\to\infty}\frac{10x^3+3x}{2x^2-2x^3}$						
(A)	2	(B)	-5	(C)	15	(D)	∞
٤٠	قيمة A في المقدار التالي : $\lim_{x\to\infty}\frac{Ax^2}{3+x\lvert x\rvert}=2$						
(A)	6	(B)	2	(C)	0	(D)	-6

٤١ في الشكل التالي : $\lim_{x\to\infty} f(x) =$



(A)	-2	(B)	$-\infty$
(C)	2	(D)	∞

٤٢	احسب $\lim_{x\to 6}\frac{\sqrt{x+3}-3}{x-6}$						
(A)	6	(B)	0	(C)	$\frac{1}{6}$	(D)	∞
٤٣	ما القيمة التى تقترب منها $g(x)=\frac{\pi+x}{\cos(x+\pi)}$ عندما تقترب x من 0 ؟						
(A)	$-\pi$	(B)	0	(C)	$\frac{-\pi}{2}$	(D)	$\frac{-\pi}{4}$

منصة الهدف التعليمية

٤٤ $\lim_{x\to4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$							
(A)	$\frac{1}{2}$	(B)	2	(C)	4	(D)	$\frac{1}{4}$
٤٥ $\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x^2-7x+6}$							
(A)	$-\frac{1}{5}$	(B)	0	(C)	2	(D)	-2
٤٦ $\lim_{x\to0} x^2\ \cos x$							
(A)	0	(B)	1	(C)	4	(D)	3

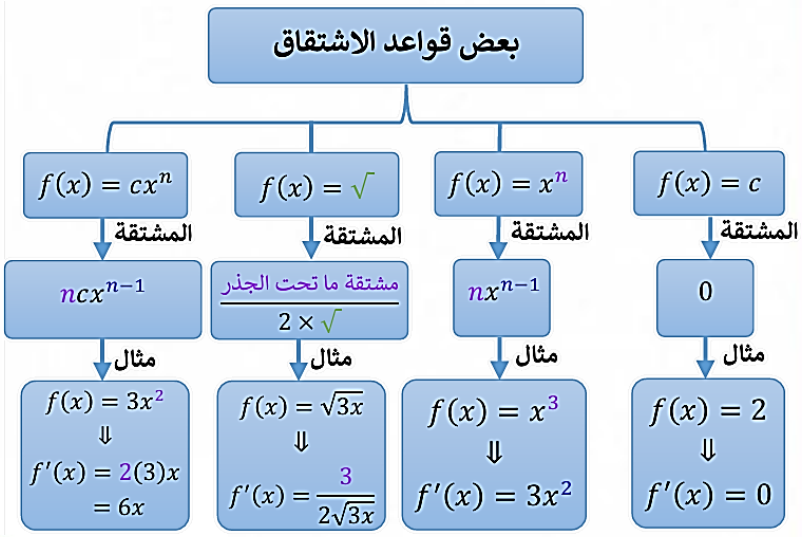
١	D	١١	B	٢١	D	٣١	C	٤١	B
٢	D	١٢	A	٢٢	B	٣٢	B	٤٢	A
٣	C	١٣	B	٢٣	D	٣٣	C	٤٣	A
٤	C	١٤	D	٢٤	D	٣٤	B	٤٤	D
٥	A	١٥	C	٢٥	D	٣٥	A	٤٥	A
٦	C	١٦	B	٢٦	C	٣٦	C	٤٦	A
٧	A	١٧	D	٢٧	B	٣٧	A		
٨	A	١٨	D	٢٨	D	٣٨	A		
٩	C	١٩	C	٢٩	C	٣٩	B		
١٠	B	٢٠	C	٣٠	D	٤٠	B		

17) الاشتقاق والتكامل

قواعد أساسية في الأشتقاق

- مشتقة الدالة : ميل المماس للمنحنى "معادلة ميل المنحنى" عند أي نقطة عليه.
- رموز مشتقة الدالة $y = f(x)$ بالنسبة للمتغير x .....

$$\grave{f}(x) \ , \ \frac{dy}{dx} \ , \ \frac{df}{dx} \ , \grave{y}$$



- فائدة 1 : إذا أعطانا السؤال صيغة جذرية مثل ..... $\sqrt[3]{x^7}$ فإننا نحولها إلى صيغة الأسية $x^{\frac{7}{3}}$
- فائدة 2 : لإيجاد $\grave{f}(a)$ للدالة $f(x)$ نُوجد المشتقة $\grave{f}(x)$ ثم نُعوض بـ a بدلًا من x في المشتقة .
  - مثال توضيحي : إذا كانت $f(x) = x^2 - 1$ فأوجد $\grave{f}(5)$

$$\grave{f}(x) = 2x \ \rightarrow \ \grave{f}(5) = 2(5) = 10$$

مشتقة مجموع وفرق دالتين

- إذا كانت $f(x) = g(x) \pm h(x)$ فإن ..... $\grave{f}(x) = \grave{g}(x) \pm \grave{h}(x)$
  - مثال توضيحي : نوجد $\grave{f}(x)$ للدالة $f(x) = 4x^2 - 2x + 1$
- كالتالي : $\grave{f}(x) = 2(4x) - 2 + 0 = 8x - 2$

المشتقات العليا

- للحصول على المشتقة الثانية "رمزها $\frac{d^2f(x)}{dx^2}$ أو $\grave{\grave{f}}(x)$" نشتق المشتقة الأولى ، وللحصول على المشتقة الثالثة ، نشتق المشتقة الثانية ، ..... وهكذا

① مشتقة الدالة $f(x) = -2$ تساوي			
A	-2	B	0
C	2	D	$2x$

② مشتقة الدالة $f(x) = -2x - 2$ تساوي			
A	-4	B	-2
C	2	D	$-2x$

③ ما مشتقة الدالة $f(x) = 3x + 1$ ؟			
A	6	B	3
C	2	D	0

④ ما معادلة ميل المنحنى $y = \sqrt{2x}$ عند أي نقطة عليه .			
A	$\sqrt{2x+1}$	B	$\frac{\sqrt{2x}}{x}$
C	$\sqrt{2x} - \sqrt{x}$	D	$\frac{1}{\sqrt{2x}}$

⑤ ما معادلة ميل المنحنى $y = 2\sqrt[4]{x^5}$ عند أي نقطة عليه ؟			
A	$8\sqrt[4]{x}$	B	$8\sqrt[4]{x^9}$
C	$\frac{5}{2}\sqrt[4]{x}$	D	$\frac{9}{2}\sqrt[4]{x^9}$

⑥ ميل المماس للمنحنى $y = x^2$ عند النقطة $(1 , 1)$ يساوي			
A	2	B	4
C	6	D	8

⑦ ما مشتقة الدالة $f(x) = 3x^2 - 5x + 12$ ؟			
A	1	B	$6x - 5$
C	$6x^2 - 5$	D	$6x^2 - 5x$

⑧ ما معادلة ميل المنحنى $y = x^5 + 3x - 2$ عند أي نقطة عليه ؟			
A	$5x^4 + 3$	B	$4x^4 + 3x$
C	$x^4 + 1$	D	$x^4 + 3$

⑨ ما المشتقة الثانية للدالة $f(x) = 2x^5 - x^3 + 6$ ؟			
A	$10x^4 - 3x^2$	B	$40x^4 - 6x$
C	$40x^3 - 6$	D	$40x^4 - 6x$

مشتقة ضرب و قسمة دالتين

- **مشتقة ضرب دالتين ....**

$\dot{f}(x) =$ (مشتقة الثانية)(الأولى) + (الثانية)(مشتقة الأولى)

- **مثال توضيحي إذا كانت $f(x) = x(x^2 - 3)$ فإن .**

$$\dot{f}(x) = (1)(x^2 - 3) + (x)(2x)$$
$$= x^2 - 3 + 2x^2 = 3x^2 - 3$$

- **مشتقة قسمة بدالتين .....**

$$\dot{f}(x) = \frac{\text{(مشتقة الثانية)(الأولى)+(الثانية)(مشتقة الأولى)}}{\text{(المقام)}^2}$$

- **مثال توضيحي : إذا كانت $f(x) = \frac{x}{x^2-3}$ فإن ....**

$$\dot{f}(x) = \frac{(1)(x^2-3)-(x)(2x)}{(x^2-3)^2}$$
$$= \frac{x^2-3-2x^2}{(x^2-3)^2} = \frac{-x^2-3}{(x^2-3)^2}$$

تعيين القيم العظمى والصغرى جبريًا

- النقاط الحرجة : النقاط التى عندها المشتقة الأولى تساوي صفر أو غير معرفة .
- الدالة $f(x)$ المتصلة على الفترة $[a\ ,\ b]$ لها قيمة عظمى أو صغرى عند إحدى النقاط الحرجة أو أحد طرفي الفترة .
- لتعيين القيم العظمى والصغرى للدالة $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x$ على الفترة المغلقة $[-6\ ,\ 0]$

نشتق الدالة ثم نساويها بالصفر لإيجاد النقاط الحرجة .

$$\dot{f}(x) = x + 2 = 0 \ \Rightarrow \ x = -2$$

ثم نعوض في الدالة بالنقاط الحرجة التى تنتمي للفترة وبأطراف الفترة .....

$$f(-2) = \frac{1}{2}(-2)^2 + 2(-2) = 2 - 4 = -2$$
$$f(-6) = \frac{1}{2}(-6)^2 + 2(-6) = 18 - 12 = 6$$
$$f(0) = \frac{1}{2}(0)^2 + 2(0) = 0$$

ومنه فإن القيمة العظمى (6) ، والقيمة الصغرى (-2)

---

⑩ إذا كانت $f(x) = (x^2 - 4)(2x - 5)$ فإن $\dot{f}(x)$ تساوي .....

A	$4x^2 - 10x$	B	$x^2 - 8$
C	$6x^2 - 10x - 8$	D	$2x^2 - 10x - 4$

⑪ إذا كانت $f(x) = \frac{5\sqrt{x^3}}{2-x}$ فإن $\dot{f}(4)$ تساوي .....

A	$\frac{31}{8}$	B	$\frac{15}{6}$
C	$\frac{5}{2}$	D	$\frac{16}{4}$

⑫ إذا كانت $f(x) = \frac{7}{x+5}$ فإن $\dot{f}(x)$ تساوي .....

A	$\frac{-7}{x+5}$	B	$\frac{7}{x+5}$
C	$\frac{-7}{(x+5)^2}$	D	$\frac{7}{(x+5)^2}$

⑬ إذا كانت $f(x) = \frac{1}{2\sqrt[4]{x^{-8}}}$ فإن $\dot{f}(x)$ تساوي .....

A	$\frac{1}{x}$	B	$\frac{1}{\sqrt{x}}$
C	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	D	x

⑭ للدالة $f(x) = 8x - x^2 + 30$ نقطة حرجة عندما x تساوي .....

A	-4	B	$-\frac{1}{4}$
C	$\frac{1}{4}$	D	4

⑮ إذا كانت $f(x) = 6x^2 - x^3$ ، فما القيمة العظمى للدالة $f(x)$ في الفترة $[0\ ,\ 3]$؟

A	64	B	32
C	27	D	21

⑯ إذا كانت $f(x) = 2x^2 - 4$ ، فما القيمة العظمى للدالة $f(x)$ في الفترة $[1\ ,\ 5]$ ؟

A	-2	B	2
C	5	D	46

⑰ للدالة $f(x) = x^2 - 2x$ قيمة عظمى في الفترة $[0\ ,\ 4]$ عند x تساوي .....

A	4	B	3
C	1	D	0

تعيين القيم العظمى والصغرى جبريًا

$$\int f(x)\,dx = F(x) + c$$

ثابت التكامل ، الدالة الأصلية لـ $f(x)$ ، رمز التكامل

- بعض قواعد التكامل الهامة .....

$$\int a\,dx = ax + C$$

$$\int 5\,dx = 5x + C$$

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int 2\,x^7\,dx = \frac{2x^{7+1}}{7+1} + C = \frac{2x^8}{8} + C = \frac{x^8}{4} + C$$

$$\int [g(x) \pm f(x)]\,dx = G(x) \pm F(x) + C$$

$$\int (x^2 + 5)\,dx = \frac{x^{2+1}}{2+1} + 5x + C = \frac{x^3}{3} + 5x + C$$

التكامل المحدد

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)|_a^b = F(b) - F(a)$$

الدالة الأصلية لـ $f(x)$ ، تكامل محدد بالفترة $[a\ ,\ b]$

- مثال توضيحي ....

$$\int_0^1 (2x)dx = \left(\frac{2x^2}{2}\right)|_0^1 = (1^2) - (0^2) = 1$$

- بعض خصائص التكامل المحدد ....

$$\int_a^b f(x)dx = 0$$

$$\int_a^b f(x) \pm g(x) = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$$

المساحة تحت المنحنى والتكامل

- لإيجاد المساحة تحت المنحنى : نقوم بتقسيمها إلى عدة مستطيلات متساوية العرض ، وتكون المساحة التقريبية هي مجموع مساحات المستطيلات .
- مساحة المنطقة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x)$ ومحور x في الفترة $[a\ ,\ b]$ تعطى بالتكامل ....

المساحة = $\int_a^b f(x)dx$ وحدة مساحة

---

⑱ $\int (4x + 5)\,dx$ يساوي ....

A	$4x + 5 + C$	B	4
C	$2x^2 + 5x + C$	D	$4x^2 + 5x + C$

⑲ $\int \left(8x^3 + x - \frac{7}{x^5}\right)dx$ يساوي ....

A	$2x^4 + \frac{x^2}{2} + \frac{7}{4x^4} + C$	B	$24x^2 + x + \frac{7}{4x^3} + C$
C	$x^4 + \frac{x^2}{2} + C$	D	$2x^2 - \frac{7}{x^4} + C$

⑳ التكامل $\int_1^3 (2x - 5)\,dx$ يساوي .....

A	-6	B	-2
C	1	D	5

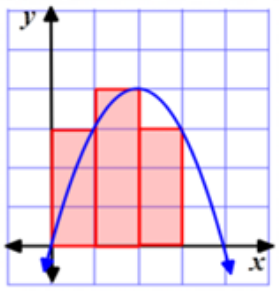
㉑ إذا كان $\int_0^2 nx\,dx = 6$ فما قيمة n ؟

A	3	B	4
C	5	D	7

㉒ إذا كان $\int_{-1}^3 k|x + 1|\,dx = 24$ فما قيمة k ؟

A	-7	B	-3
C	3	D	7

㉓ ما المساحة التقريبية المحصورة بين منحنى الدالة $f(x)$ الممثلة بالشكل ومحور x ؟

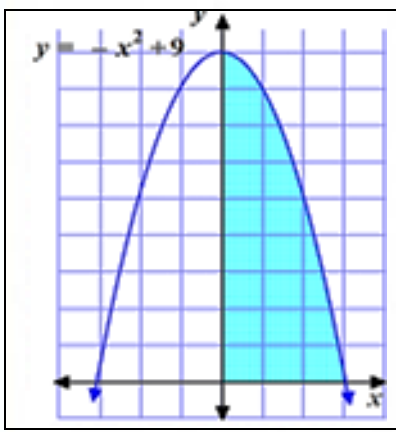


A	6	B	12
C	10	D	24

㉔ المساحة المستوية المحصورة بين المنحنى $y = 4 - 3x^2$ ومحور x في الفترة $[0\ ,\ 1]$ تساوي .....

A	3	B	5
C	6	D	10

㉕ أوجد مساحة الجزء المظلل في الرسم البياني المجاور .....



A	27	B	15
C	18	D	12

تجميعات إضافية على الدرس السـادس عـشـر

٢٦	إذا كانت $f(x) = \sqrt{7}$ ، فإن $\grave{f}(x)$ تساوي :						
(A)	$\sqrt{7}$	(B)	$\frac{1}{2}\sqrt{7}$	(C)	0	(D)	$\frac{1}{2\sqrt{7}}$
٢٧	أوجد معادلة المماس للدالة : $y = x^2 - 4x + 2$						
(A)	$-4x$	(B)	$2x - 4$	(C)	$x^2 - 4$	(D)	$2x + 4$
٢٨	ما مشتقة الدالة : $f(x) = 32 - 5x + 2x^3$						
(A)	1	(B)	$6x - 5$	(C)	$6x^2 - 5$	(D)	$6x^2 - 5x$
٢٩	احسب ميل مماس المنحنى $f(x) = x^2 - x$ عند أي نقطة عليه $x = 1$						
(A)	1	(B)	4	(C)	3	(D)	2
٣٠	ما معادلة ميل المنحنى $y = 2x^2$						
(A)	$m = 2x$	(B)	$m = x$	(C)	$m = 4x$	(D)	0
٣١	ميل المنحنى $f(x) = x^2 + 2$ عند النقطة $(2\ ,3)$						
(A)	6	(B)	8	(C)	4	(D)	5
٣٢	أوجد مشتقة الدالة $3x^2 - 1$ عند النقطة $(1\ ,0)$						
(A)	-6	(B)	6	(C)	3	(D)	4
٣٣	أوجد مشتقة الدالة $-x^2 + 6x$ عند النقطة $(1\ ,-1)$						
(A)	4	(B)	-4	(C)	2	(D)	-2
٣٤	قيمة مشتقة الدالة $f(x) = -6 + 3x^2$ عند النقطة $(2\ ,0)$ تساوي :						
(A)	-12	(B)	-8	(C)	8	(D)	12
٣٥	أوجد السرعة المتجهة اللحظية لـ $f(t) = 1 + 55t - 3t^3$						
(A)	$55 - 27t^2$	(B)	$55 - 9t^2$	(C)	$56 - 3t^2$	(D)	$55 - 6t^2$

٣٦ مسار جسم متحرك يعطى عند : $s(t) = t^3 - 2t^2 + 2t - 2$ ، ما السرعة المتجهة له عند $t = 0$ ؟							
(A)	2	(B)	4	(C)	6	(D)	1

٣٧ يستخدم اختبار المشتقة الثانية لتحديد النقاط العظمى والصغرى لأي دالة $f(x)$ على النحو التالي إذا كانت $\frac{d\,f(a)}{dx} = 0$ و $\frac{d^2f(a)}{dx^2}$ فالدالة f لها نقطة صغرى عند a وإذا كانت $\frac{d\,f(b)}{dx} = 0$ و $\frac{d^2f(b)}{dx^2}$ فالدالة f لها نقطة عظمى عند b ، وبناء على ذلك ما قيمة x التى عندها العظمى والصغرى "على الترتيب" للدالة $f(x) = 2 + 3x - x^3$ ؟							
(A)	$+1\,,-1$	(B)	$-1\,,+1$	(C)	$-3\,,+3$	(D)	$+3\,,-3$

٣٨ تمثل الدالة التالية معدل تكلفة دروس اللغة الإنجليزية في أحد المعاهد ، حيث x تمثل عدد الدروس : $f(x) = \frac{150x+500}{x}$ إذا زاد عدد بشكل كبير ، فكم ريالا سيصبح معدل تكلفة الدرس الواحد تقريبًا ؟							
(A)	75	(B)	150	(C)	250	(D)	500

٣٩ التكامل $\int (4x^3)\,dx$ = ...							
(A)	$4x^4 + C$	(B)	$x^4 + C$	(C)	$\frac{1}{4}x^4 + C$	(D)	$\frac{1}{3}x^4 + C$

٤٠ أوجد الدالة الأصلية للقيمة $x^2 - 13$							
(A)	$x^3 - x + C$	(B)	$\frac{x^3}{3} - 13x + C$	(C)	$x^3 - x$	(D)	$\frac{x^3}{3} - 13x$

٤١ الدالة الأصلية "الأساسية" للدالة $f(x) = 3x^2$ هي :							
(A)	$f(x) = x^3 + C$	(B)	$f(x) = 6x + C$	(C)	$f(x) = 2x^2 + C$	(D)	$f(x) = 3x^2 + C$

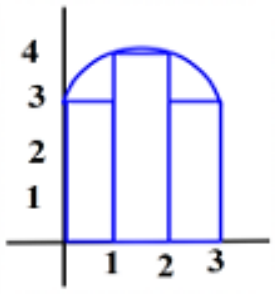
٤٢ ما الدالة الأصلية للدالة $f(x) = 3x^2 + 1$							
(A)	$x^3 + x + C$	(B)	$6x$	(C)	$3x^2 - 1 + C$	(D)	$\frac{x^2}{2} - x$

٤٣ أوجد الدالة الأصلية للدالة $\left(x^{\frac{1}{3}} - 1\right)$							
(A)	$\frac{3x^{\frac{4}{3}}}{4} - x + C$	(B)	$x^{\frac{-2}{3}} - x + C$	(C)	$\frac{2x^{\frac{2}{3}}}{3} - x + C$	(D)	$x^{\frac{1}{3}} - x + C$

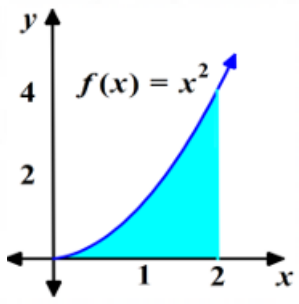
٤٤ أوجد الدالة الأصلية $f(x)$ إذا كانت $\grave{f}(x) = \frac{4}{x^{-3}}$							
(A)	$x^4 + C$	(B)	x^4	(C)	$x^{-4} + C$	(D)	x^{-4}

٤٥ المقدار $\int_2^6 \frac{1}{2}\,dx$ $\int_2^6 \frac{1}{x^2-1}\,dx$ $\int_2^6 \frac{x^2}{x^2-1}\,dx$ يساوي							
(A)	2	(B)	4	(C)	6	(D)	لا يمكن إيجادها

٤٦ التكامل $\int_2^3 (4x+1)\,dx$ يساوي :							
(A)	10	(B)	11	(C)	20	(D)	21
٤٧ $\int_0^3 x^2\,dx$ ، احسب المساحة المحصورة							
(A)	1	(B)	10	(C)	9	(D)	7
٤٨ أوجد قيمة $\int_1^3 (3x^2+4x-2)$							
(A)	38	(B)	52	(C)	17	(D)	2
٤٩ قيمة التكامل $\int_{2x}^{x+1} (3t^2+4t)\,dt$ إذا كانت $x=2$:							
(A)	30	(B)	-30	(C)	-31	(D)	-51
٥٠ إذا كان $\int_0^4 (x+k)\,dx = 20$ ، فما قيمة k ؟							
(A)	-7	(B)	-3	(C)	3	(D)	7
٥١ إذا كان $\int_1^n 4x^3\,dx = 15$ فما قيمة n ؟							
(A)	$\frac{1}{4}$	(B)	2	(C)	4	(D)	6
٥٢ إذا كان $\int_0^a (2x+1)\,dx = 6$ فأوجد قيمة a							
(A)	4	(B)	3	(C)	2	(D)	1
٥٣ إذا كان $\int_{-1}^2 (-x^2+a)\,dx = 27$ فأوجد قيمة a							
(A)	10	(B)	0	(C)	11	(D)	27



٥٤ أوجد المساحة تحت المنحنى باستخدام المستطيلات				
(A)	26	(B)	12	
(C)	10	(D)	6	
٥٥ أوجد المساحة المحصورة بين المنحنى $y = 3x^2+4x-2$ ومحور x في الفترة $[1\ ,\ 3]$				
(A)	32	(B)	36	(C) 48 (D) 38

⑤⑥	في الشكل المجاور ، المساحة المحصورة بين منحنى الدالة $f(x) = x^2$ ومحور x في الفترة $[0 , 2]$ تساوي			
(A)	$\frac{1}{3}$	(B)	2	
(C)	$\frac{8}{3}$	(D)	4	

①	B	⑪	C	㉑	A	㉛	C	㉛	A	㊶	B
②	B	⑫	C	㉒	C	㉜	A	㊷	A	㊷	C
③	B	⑬	D	㉓	B	㉝	A	㊸	A	㊸	A
④	D	⑭	D	㉔	A	㉞	D	㊹	A	㊹	C
⑤	C	⑮	C	㉕	B	㉟	B	㊺	C	㊺	D
⑥	A	⑯	D	㉖	C	㊱	A	㊻	B	㊻	C
⑦	B	⑰	A	㉗	B	㊲	A	㊼	C		
⑧	A	⑱	C	㉘	C	㊳	B	㊽	A		
⑨	D	⑲	A	㉙	A	㊴	B	㊾	B		
⑩	C	⑳	B	㉚	C	㊵	B	㊿	B		

الـفـهــرس

المنطـق الـريـاضـي والهندسـة 1
المثلثات والمضلعـات 13
الأشكال الرباعية والتشابـه والتحـويـلات 24
الـدائـرة 36
الـدوال والـمتبـاينـات والمصفوفـات 43
كثيـرات الحـدود ودوالـهـا 57
الـدوال : الـعـكسية والـجـذريـة والـنسبية 69
الـمتتابعـات والـمتسلسـلات 86
الـاحـتمـالات و الـاحـصـاء 95
حسـاب المثلثـات 107
تـحليـل الـدوال والـتـحـويـلات الـهـندسـية 121
الـدوال : الأسـية واللـوغاريـتـمية 131
الـقـطـوع المخـروطية 141
الـمتجهـات 149
الإحـداثـيـات الـقـطبيـة 156
الـنهــايـات 161
الاشتقـاق والـتـكـامــل 167

منصة الهدف التعليمية
قدرات وتحصيلي
مستر إبراهيم الشافعي